C. 7.

Bücher Sammlung
VON
SAMUEL RYHINER

Virginie Galuy

Berne 1845

Mme ROSSAT-MATHEY

— BALE —

4 vol.

51/53(0.068)

RÉCRÉATIONS
MATHÉMATIQUES
ET PHYSIQUES,

QUI contiennent pluſieurs problêmes d'arithmétique, de géométrie, de muſique, d'optique, de gnomonique, de coſmographie, de méchanique, de pyrotechnie, & de phyſique ; avec un traité des horloges élémentaires.

Par feu M. OZANAM, *de l'Académie Royale des Sciences, & Profeſſeur en Mathématique.*

NOUVELLE EDITION

Revue & corrigée avec ſoin.

TOME SECOND.

A PARIS,
Chez CLAUDE-ANTOINE JOMBERT, Fils, Libraire, rue Dauphine.

M. DCC. LXX.
Avec Approbation, & Privilége du Roi.

4261033 Axa 10 2

130.21:5(0.068)
5(091)

RECREATIONS
MATHÊMATIQUES ET PHYSIQUES.

Problêmes de Gnomonique.

LA Gnomonique eſt la partie la plus agréable des mathématiques. Comme j'en ai aſſez amplement traité dans mon cours de mathématique, & qu'elle dépend d'une théorie profonde, quand on veut la poſſeder à fond, ce qui ne convient pas à des récréations mathématiques, je me ſuis propoſé de mettre ſeulement ici les problêmes qui me ſembleront les plus divertiſſans & les plus faciles à pratiquer & à comprendre.

PROBLEME I.

Tracer une ligne méridienne.

SUr un plan horiſontal fermement arrêté, piquez une éguille ou une pointe de fer, de maniere qu'elle ſoit oblique à ce plan. Prenez une équerre, qui peut être faite d'un quarré de papier

plié en pluſieurs doubles à angles droits : cherchez avec cette équerre ſur le plan horiſontal le point qui répondra à l'extrêmité de l'éguille. Vous prendrez ce point pour le centre de quelques cercles, que vous décrirez ſur le plan horiſontal. Remarquez quelques heures avant midi, comme vers les dix heures, & dans quelque intervalle de tems, les points d'ombre de l'extrémité de l'éguille qui tomberont ſur la circonférence des cercles ; obſervez encore quelques heures après midi, comme vers les deux heures, le point d'ombre de l'extrêmité de l'éguille qui tombera ſur la circonférence d'un de ces cercles. Diviſez l'arc compris entre ces deux points trouvés avant & après midi, en deux parties égales, par une ligne qui paſſera par le centre du cercle. Cette ligne ſera la méridienne.

REMARQUE.

On a ſoin de décrire pluſieurs cercles, & d'obſerver avant midi les points d'ombre ſur chacun, afin de pouvoir remarquer un point d'ombre ſur un de ces cercles après midi ; car les nuages pourroient empêcher de l'obſerver, ſi on ne faiſoit qu'un cercle.

PROBLEME II.

Conſtruire des cadrans réguliers par deux ouvertures de compas.

I.

Pl. 1, fig. 1. ON mene la méridienne SM, & du point C pris vers le milieu, comme centre, on dé-

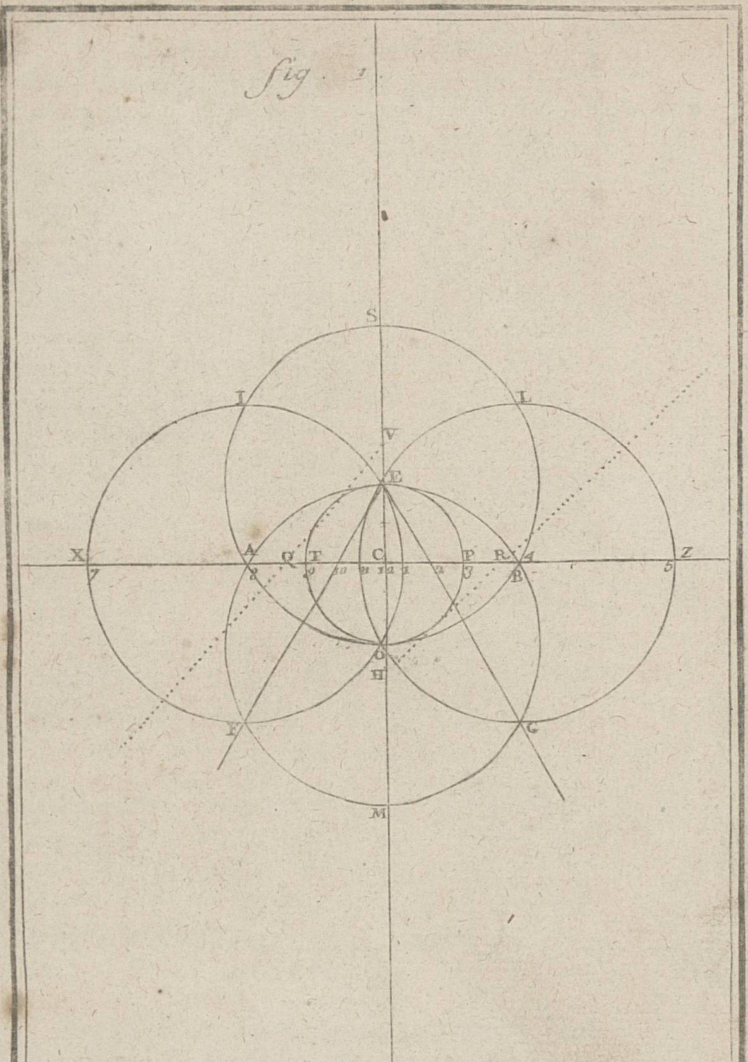


fig. 1
S
I
L
V
E
X
A
Q
T
C
P
R
Z
B
O
H
F
G
M

crit à diſcrétion le cercle ETOP, qui ſera la premiere ouverture de compas ; puis on décrira quatre grands cercles d'une même grandeur EO, qui ſera la ſeconde ouverture de compas ; ſçavoir, du point O, & de l'intervalle OE, on décrira le cercle EAMB ; enſuite du point E, & du même intervalle EO, on décrira le cercle AOBS. Ces deux cercles ſe couperont aux points A & B. De ces points comme centre, & de la même ouverture de compas, on fait les deux derniers cercles, ſçavoir, du point A le cercle XIEF, & du point B le cercle ZLEG. Obſervez les interſections F, G, afin de tirer les lignes EG, EF. Cela étant fait, par les interſections A, B, des deux premiers cercles, vous menerez la ligne XACBZ, qui ſera l'équinoctiale, laquelle ſe trouvera coupée aux points des heures requiſes. C'eſt pourquoi on y marquera les heures 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5, aux points des ſections faites par les cercles, & par les lignes menées du point E aux points F & G.

II.

Pour avoir le centre de chaque cadran en particulier, & premierement de l'horiſontal, on diviſera CO en trois parties égales, pour en tranſporter une de O en H, qui ſera le centre du cadran horiſontal.

III.

Pour avoir le centre du cadran vertical, diviſez CE en deux parties, & portant une de ces parties en V, on aura le centre du cadran vertical.

IV.

Le point E eſt le centre du cadran équinoctial.

V.

On achevera le cadran horiſontal en menant du point H, ſon centre, des lignes aux points des heures qui ſont marquées ſur la ligne XCZ ; la ligne de 6 heures paſſera par le centre H ; on la fera parallele à l'équinoctiale XCZ. Les 7 & 8 heures du matin, prolongées au-delà du centre H, donneront les 7 & 8 heures du ſoir, comme les 4 & 5 heures du ſoir, prolongées par le centre, donneront les 4 & 5 heures du matin. Du point H, ou de quelqu'autre point pris à diſcrétion, on décrira une ou deux circonférences de cercles, qui ſerviront à terminer les lignes horaires.

Voyez les Remarques.

On aura la hauteur du ſtile du cadran horiſontal, en portant CV ſur l'équinoctiale de C en R, & l'on tracera HR, qui ſera l'axe ; de ſorte que HRC ſera l'éguille du cadran horiſontal, qu'il faut élever ſur la ligne de 12 heures : on la prolongera ſi l'on veut.

VI.

On achevera le cadran vertical, en décrivant du point V, ou de quelque autre point, une ou deux circonférences, pour terminer les lignes horaires menées du centre V par les points des heures marquées ſur la ligne XCZ. La ligne de 6 heures ſe tracera par le centre V paralelle à la ligne XCZ.

On aura l'éguille en prenant la diſtance CH, que l'on tranſportera de C en Q ſur la ligne XCZ, afin de tracer l'éguille VQC, que l'on pourra prolonger à diſcrétion, & on élevera à plomb cette éguille VQC ſur la ligne de 12 heures.

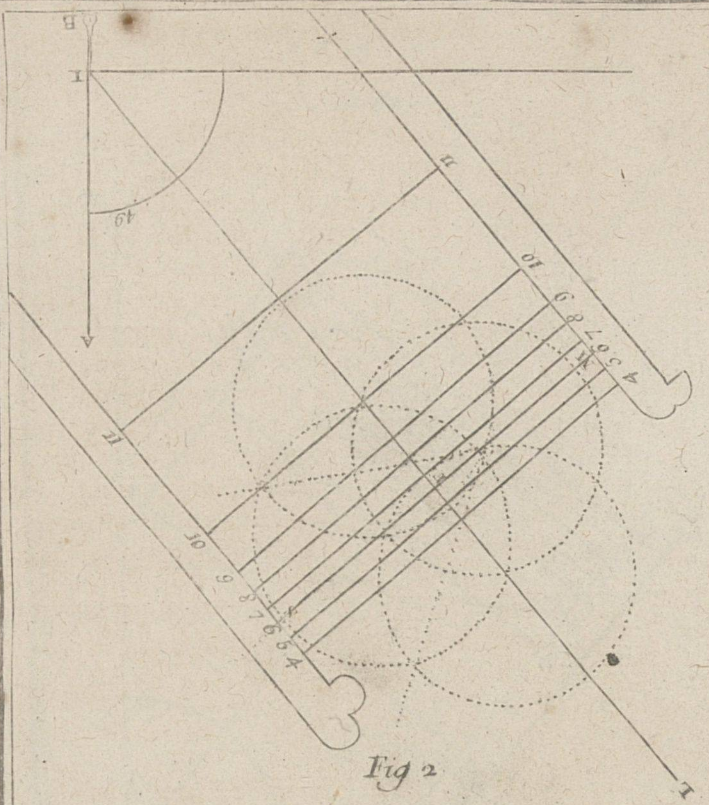
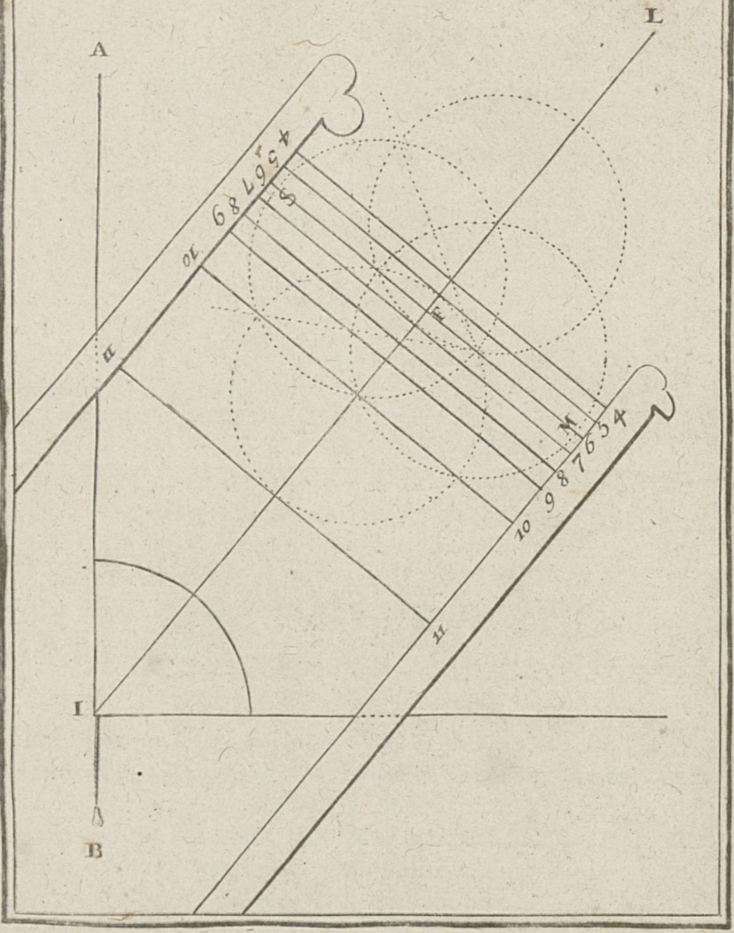


Fig 2

Oriental

Fig. 2.

Occidantal.



VII.

Pour faire un cadran équinoctial, décrivez de ſon centre E une ou deux circonférences pour terminer les lignes horaires, que vous menerez du point E par les points des heures marquées ſur la ligne XCZ. Vous tracerez la ligne de 6 heures, & les autres heures qui ſont au-deſſus en la maniere que nous avons dit ci-devant.

L'éguille eſt un ſtile ou bâton placé à plomb ſur le plan au point E.

VIII.

Pour faire un cadran polaire, faites tomber à l'équerre des lignes horaires à tous les points marqués ſur la ligne XCZ. Ces lignes doivent être paralleles entr'elles & à la méridienne SM. On les prolonge de part & d'autre de l'équinoctiale, & on les termine haut & bas par deux autres lignes, entre leſquelles on trace les heures.

L'éguille s'éleve à plomb ſur le plan du cadran, de la grandeur de 12 à 3 heures, on la place au point C.

IX.

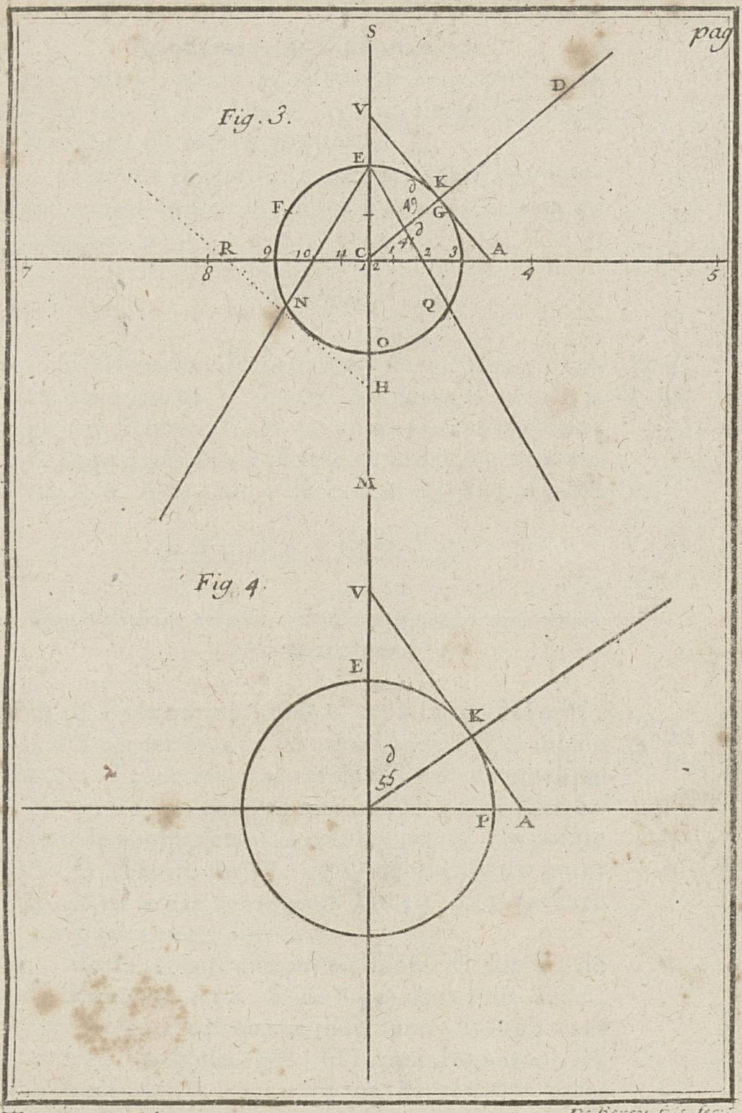
Pour les cadrans orientaux & occidentaux, voici de quelle maniere on s'y prend. On mene, pour l'oriental à main droite, & pour l'occidental à main gauche du plan, une ligne verticale AB, par le moyen d'un fil chargé de plomb, en prenant vers le bas le point I. On décrit une circonférence ſur laquelle on prend de la ligne AB l'élevation du pole, qui eſt ici à Paris de 49 degrés, pour y faire paſſer la ligne IL. On la coupe vers le haut à l'équerre de la ligne SFM; puis Pl. 2 & 3, fig. 2.

on applique ſur IFL du cadran, tous les points des heures priſes à la figure 1, mais ſeulement deux au-deſſus de F. Enſuite on fait tomber des lignes à l'équerre de tous ces points des heures, qui ſeront paralleles entr'elles, & on les prolongera autant d'une part que d'autre. On terminera ces lignes haut & bas de deux lignes, pour y renfermer le nombre des heures qui ſont changées en ces cadrans; car la ligne qui paſſe par F, eſt 6 heures, les deux au-deſſus de F dans l'oriental ſont 5 & 4; & au-deſſous vers le bas ſont 7, 8, 9, 10, 11. Aux occidentaux, les deux, au-deſſus de F, ſont 7, 8, & au-deſſous vers le bas, ſont 5, 4, 3, 2, 1.

L'eguille ou le ſtile s'y fait de la hauteur de 6 à 3 ou 9 heures, élevée préciſément ſur la ligne de 6 heures.

REMARQUES.

On remarquera que ces centres & axes ne ſont Pl. 4. que pour les élevations du pole de 49 degrés, comme Paris : mais pour les avoir pour tout pays, on comptera au quart de cercle EP, qu'on ſçait être de 90 degrés de E vers P en K, pareil nombre de degrés qui ſera l'élevation du pole du lieu; afin qu'en menant du centre C à ce point déterminé K la ligne CKD, on la coupe perpendiculairement en K, point d'interſection en la circonférence. Cette perpendiculaire, prolongée juſqu'à la méridienne, y déterminera le centre du cadran vertical en V, dont elle ſera l'axe : elle déterminera encore ſur l'équinoctiale le centre du cadran horiſontal en A; mais il faudra tranſporter CA de C en H, qui ſera le vrai centre du cadran horiſontal. Pour avoir l'axe du cadran



De Berey fils fecit

N°

horiſontal, on tranſportera ſur l'equinoctiale la diſtance CV de C en R, & l'on tirera HR, qui ſera l'axe du cadran horiſontal.

Le point K ſera le centre du cadran équinoctial, mais au lieu du point K, on ſe ſervira du centre E.

Exemple.

Si l'élevation du pole étoit de 55 degrés, faites l'arc EK de 55 degrés. Au point K élevez la perpendiculaire VKA qui coupera la méridienne & l'équinoctiale : V ſera le centre du cadran vertical, & A le centre du cadran horiſontal, &c. Pl. 4, fig. 4.

PROBLEME III.

Conſtruire les mêmes cadrans par une ſeule ouverture de compas.

MEnez par un point C deux lignes SM, 75, perpendiculaires l'une à l'autre; de ce même point C, décrivez le cercle ETOP de quelque ouverture de compas que ce ſoit; puis l'ouverture de compas étant la même, portez une pointe ſur O, l'autre ſur Q; de Q détournez au point 4, & de 4 par deux tours ſur 5; de 5 revenez par quatre tours ſur 11. Pl. 4, fig. 3.

Mettez encore le compas ſur O & ſur N; de N détournez ſur 8, & de 8 par deux tour ſur 7; de 7 revenez par quatre tours ſur 1. Enſuite vous tirerez les lignes EN, EQ, qui donneront ſur la ligne 75, 2 heures & 10 heures, & le cadran ſera fait. Le centre de ces cadrans ſe trouvera, comme on a dit dans le probleme précédent.

REMARQUE.

Pl. 4, fig. 3. Si vous ne voulez pas mener perpendiculairement les deux lignes SM, 75, tirez ſeulement la ligne VH, & faites le cercle ETOP; diviſez ce cercle en ſix parties égales aux points, O, Q, G, E, F, N. Du point Q faites l'arc 4 de la même ouverture de compas, & du point G vous couperez cet arc; puis faiſant de même des points F & N, vous aurez le point 8. Enfin par ces deux interſections 4, 8, vous menerez la ligne RA qui ſera perpendiculaire à la ligne VH.

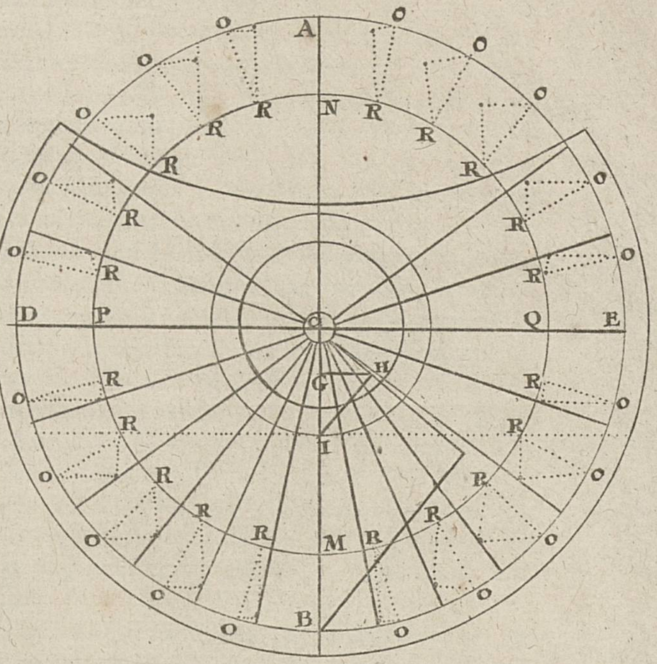
PROBLEME IV.

Décrire un cadran horiſontal par le moyen d'une ellipſe, ſans avoir beſoin de trouver les points horaires ſur la ligne équinoctiale.

De quelque méthode qu'on ſe ſerve pour décrire un cadran horiſontal, on tombera toujours dans un inconvénient, qui eſt, qu'on ne peut tirer avec juſteſſe les lignes horaires qui ſont proche la ligne de 6 heures, à cauſe qu'elles coupent l'équinoctiale en des points très-éloignés. La pratique que l'on va enſeigner paroît la meilleure de toutes. Voici ce qu'il faut faire.

Pl. 5, fig. 5. Tracez ſur un plan horiſontal la méridienne AB, & la ligne de 6 heures DE, qui ſe coupent à angles droits en C, qui eſt le centre du cadran, la ligne de l'axe CH, faiſant avec la méridienne AB l'angle GCH de 49 degrés, & la ligne IH perpendiculaire ſur CH, qui donne le point I ſur la méridienne, par lequel l'équinoctiale doit paſſer

Fig. 5.



To. II. Pl. 5.

N°.

perpendiculairement, qu'il n'eſt pas néceſſaire de décrire, lorſque la ligne CI a une longueur conſidérable; ce qui arrivera toutes les fois que le point H pris ſur l'axe eſt aſſez éloigné du centre C du cadran, ou que le ſtile GH a été donné ou pris d'une bonne grandeur. Décrivez du centre C deux cercles, l'un avec le rayon CI, & l'autre avec le rayon HI, qui ſeront diviſés chacun en quatre arcs égaux par la méridienne AB, & par la ligne de 6 heures DE.

Mais ſi le point I ſe trouve trop proche du centre du cadran, comme dans cette figure, pour avoir pris le ſtile GH trop petit, ou bien pour avoir pris le point H trop proche du même centre; prenez à volonté dans l'axe prolongé CH un point F, le plus éloigné que vous pourrez du centre C, afin que le cadran en ſoit plus juſte, & menez FB perpendiculaire à l'axe; puis décrivez du centre C deux cercles, l'un comme AD BE, avec le rayon CB, & l'autre comme NPMQ, avec le rayon CM, égal à la perpendiculaire FB, qui ſeront diviſés chacun en quatre quarts égaux par la méridienne AB, & par la ligne de 6 heures DE.

Diviſez chacun de ces quarts de cercle en ſix arcs égaux, comme ceux du cercle extérieur ADBE aux points O, O, O, & ceux du cercle intérieur, NPMQ aux points R, R, R; mais les diviſions du cercle extérieur ſuffiſent pour avoir celles de l'intérieur, que l'on trouve en tirant des lignes droites du centre du cadran par les diviſions du cercle extérieur, qui donneront celles de l'intérieur.

Il faut enſuite joindre tous les points O, O par des lignes qui ſeront paralleles entr'elles & à la

ligne de 6 heures DE, & qui par conſéquent ſeront toutes perpendiculaires à la méridienne AB. Il en eſt de même des points R, R, que l'on joint par des lignes paralleles entr'elles & à la méridienne AB, qui ſont toutes perpendiculaires ſur la ligne de 6 heures DE. Ces dernieres paralleles couperont les premieres dans les points S, S, S, qui ſeront tous dans la circonférence d'une ellipſe, dont le grand axe eſt le diametre AB du grand cercle extérieur, & le petit axe eſt le diametre NM du petit cercle intérieur. Il ne reſte préſentement qu'à tirer des lignes droites du centre C du cadran par tous les points de l'ellipſe S, S; ce ſeront les lignes horaires qu'il falloit décrire ſur le cadran horiſontal, dont l'axe du monde eſt CF, que l'on dreſſe perpendiculairement ſur la méridienne AB du plan horiſontal.

REMARQUES.

I.

On vient de décrire un cadran horiſontal, mais on peut décrire le vertical en faiſant l'angle ICH de 41 degrés.

II.

Le grand axe AB, & le petit axe NM de l'ovale étant donnés, on peut décrire l'ovale ſelon la méthode qu'on a enſeignée dans le probleme XLVI de géometrie, tome I. page 329.

III.

Il n'eſt pas néceſſaire de marquer ſur le cadran les points des heures marquées au-deſſus de la courbe 8, 4.

IV.

On marquera les heures entre la circonférence du grand cercle & un autre, qu'on décrira au-delà à volonté.

V.

Il eſt inutile d'avertir qu'on fera l'angle ICH pour telle élevation de pole qu'on voudra.

PROBLEME V.

Tracer un cadran équinoctial.

D'Un point C comme centre, décrivez un cercle AEDB; menez les deux diametres AD, EB, qui ſe coupent à angles droits au centre C; diviſez enſuite chaque quart de cercle en ſix parties égales, & menez les rayons C 1, C 2, C 3, & les autres que vous voyez dans la figure. Ces rayons ſeront les lignes qui marqueront les heures par le moyen d'un ſtile que l'on plantera à plomb ſur le plan du cadran qui ſera placé dans le plan de l'équateur. La ligne AD doit concourir avec le plan de la méridienne, & le point A doit être tourné du côté du midi. Pl. 6, fig. 6.

REMARQUES.

I.

Ce cadran équinoctial étant placé, ſi les lignes horaires regardent le ciel, il eſt appellé *ſupérieur*; mais ſi elles regardent la terre, il eſt nommé *inférieur.*

II.

Le cadran équinoctial ſupérieur ne montre les

heures du jour que dans le printems & l'été ; & le cadran inférieur ne les montre que pendant l'automne & l'hyver ; mais dans les équinoxes, lorſque le ſoleil eſt dans l'équateur, ou qu'il en eſt fort prés, les cadrans équinoctiaux ne ſont d'aucun uſage, puiſqu'ils ne ſont point éclairés du ſoleil.

III.

On ſçait qu'à Paris l'élevation du plan de l'équateur eſt de 41 degrés, qui eſt le complement de l'élevation du pole.

IV.

D'où l'on voit qu'il eſt aiſé de conſtruire un cadran équinoctial univerſel, que l'on ajuſtera à telle élevation de pole que l'on voudra. Il ne faut que joindre deux pieces d'yvoire ou de cuivre ABCD, & CDEF, qui s'ouvriront à diſcrétion par une charniere miſe en CD, décrire ſur les deux ſurfaces de la piece ABCD deux cadrans équinoctiaux, dont l'un ſera ſupérieur ſur la ſurface inférieure, & mettre un ſtile qui traverſera à plomb par le centre I la piece ABCD. On ménagera au milieu G de la piece CDEF une petite boîte pour y placer une éguille aimantée, que l'on couvrira d'un verre. On attachera à cette même piece un quart de cercle HL diviſé en degrés, que l'on fera paſſer par une ouverture faite en H dans la piece ABCD. Les degrés & minutes doivent commencer à ſe compter en L.

Pl. 6, fig. 7.

Quand on voudra ſe ſervir de ce cadran pour quelque lieu que ce ſoit, on mettra l'éguille aimantée dans la méridienne, ayant pourtant égard à ſa déclinaiſon dans ce lieu, & l'on fera faire

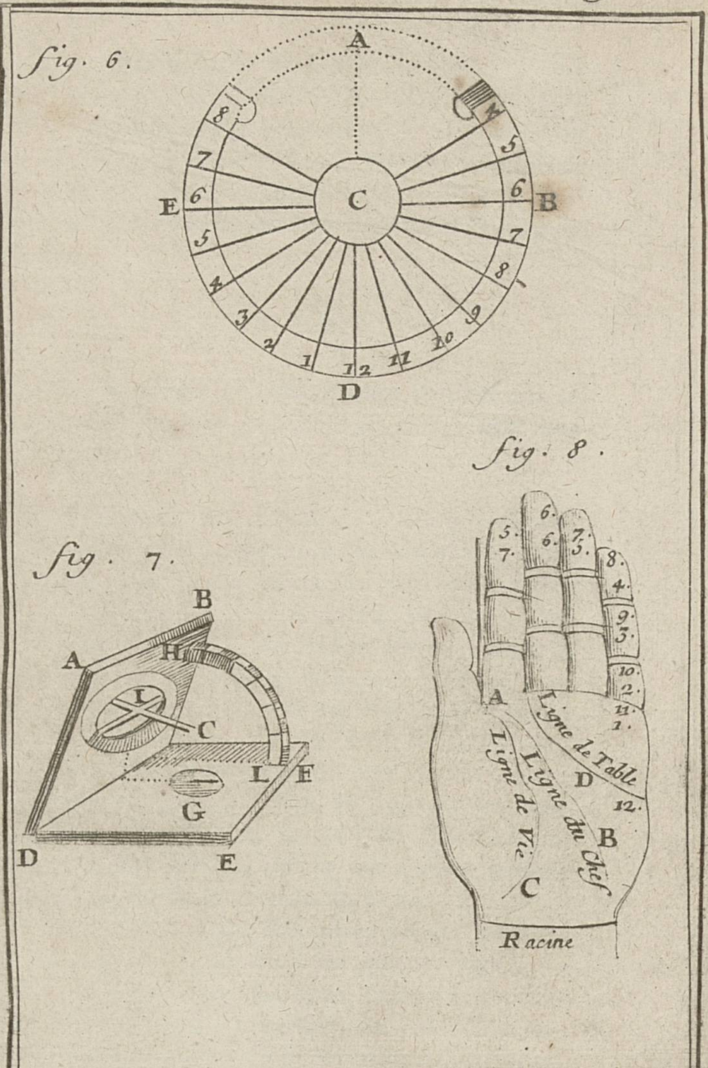


fig. 6.
A
C
E
B
D
fig. 7.
A
B
H
I
C
L
F
G
D
E
fig. 8.
Ligne de Table
Ligne du Chef
Ligne de Vie
A
D
B
C
Racine

12.

To. II. Pl. 6.

aux deux pieces ABCD, & CDEF un angle BCF, qui ſoit égal à l'élevation de l'équateur du lieu où l'on ſe trouve. On obſervera de tourner le quart de cercle du côté du midi. L'un & l'autre des cadrans équinoctiaux montrera l'heure de ce lieu.

PROBLEME VI.

Tracer un cadran ſur quelque plan vertical que ce ſoit ſans bouſſole, pendant la nuit, avec une bougie.

APrès avoir échafaudé, s'il eſt néceſſaire, tracez une méridienne ſur une table, de la maniere qu'on l'a enſeigné dans le probleme premier. Poſez le long de cette méridienne un cadran horiſontal, qu'il eſt aiſé de faire. Ajuſtez le long de l'axe un fil ou ficelle, qui étant tendue aille rencontrer le plan ſur lequel on a propoſé de conſtruire le cadran. Le point où la ficelle rencontrera le plan, ſera l'endroit où il faudra mettre l'axe, de maniere qu'il ſoit en ligne droite avec la ficelle, ou plutôt qu'il ne faſſe qu'une ligne avec elle. La méridienne ſe tracera en laiſſant tomber un plomb du centre du cadran. *

Pour tracer les lignes des autres heures, comme celle d'une heure, par exemple, ayant arrêté la ficelle, ſuivant l'axe des deux cadrans, ſervez-vous d'une bougie, avec laquelle vous ferez enſorte que l'ombre de l'axe du cadran horiſontal tombe ſur la ligne d'une heure de ce cadran. La ficelle jettera une ombre ſur le point vertical. Vous

* Le centre du cadran eſt le point où l'axe eſt planté dans le plan du cadran, lorſque l'axe rencontre ce plan.

prendrez un point ſur cette ombre. Par ce point & par le centre du cadran, vous menerez une ligne droite, qui marquera la ligne d'une heure ſur le plan vertical. Vous ferez la même choſe pour les autres heures, & vous aurez un cadran exactement tracé ſans l'embarras qu'on a ordinairement.

REMARQUES.

I.

Si vous le voulez tracer pendant le jour, il faut attendre que le ſoleil luiſe, & vous ſervir d'un miroir avec lequel vous ferez la même choſe que vous avez faite avec la bougie.

II.

Si le plan vertical étoit tellement ſitué que la ficelle ne pût le rencontrer, alors vous attacherez au plan deux ſoutiens, pour arrêter une verge de fer, qui fera une même ligne avec la ficelle, & vous opérerez le reſte de la même maniere qu'on vient de dire.

III.

Comme le cadran équinoctial eſt le plus aiſé de tous à conſtruire, on pourra s'en ſervir utilement à tracer toutes ſortes de cadrans par le moyen de ſon ſtile, qu'on prolongera autant qu'on le jugera à propos.

PROBLEME VII.

Connoître l'heure qu'il eſt par le moyen de la main gauche.

QUoique cette maniere ne ſoit point préciſe, elle peut néanmoins être de quelque utilité, lorſqu'on ſe trouve à la campagne, ou qu'on eſt en voyage.

Il faut d'abord étendre la main gauche, & la poſer horiſontalement, enſorte que le dedans ſoit tourné vers le ciel, puis on prendra un brin de paille ou de bois, qu'on placera à angles droits à la jointure, entre le pouce & le doigt index, & qu'on tiendra élevé au-deſſus de la main de la longueur qui eſt depuis cette jointure juſqu'à l'extrêmité du doigt index, comme on le voit repréſenté dans la figure en A : ce brin de paille ſert de ſtile. Enſuite on tournera la racine du pouce vers le ſoleil, la main étant toujours étendue, juſqu'à ce que l'ombre du muſcle qui eſt au-deſſous du pouce ſe termine à la ligne de vie marquée C. Alors l'extrêmité de l'ombre du brin de paille montrera l'heure, en tournant le poignet ou la racine de la main vers le ſoleil, & tenant les doigts également étendus. L'ombre tombant au bout du doigt index marquera 5 heures du matin ou 7 heures du ſoir: au bout du doigt du milieu, 6 heures du matin & du ſoir : au bout du doigt ſuivant, 7 heures du matin & 5 heures du ſoir : au bout du petit doigt, 8 heures avant midi & 4 heures du ſoir: à la jointure prochaine du même petit doigt, 9 heures du matin & 3 heures après midi : à la jointure ſuivante du petit doigt, 10 heures avant midi, & 2 heures après midi : à la racine du même doigt, 11 heures du matin & 1 heure après midi : enfin l'ombre tombant ſur la ligne de la main marquée D, dite *ligne de la table*, marquera 12 heures ou midi. Pl. 6, fig. 8.

PROBLEME VIII.

Décrire dans un parterre un cadran horiſontal avec des herbes.

On peut décrire par les méthodes ordinaires un cadran horiſontal dans un parterre, en

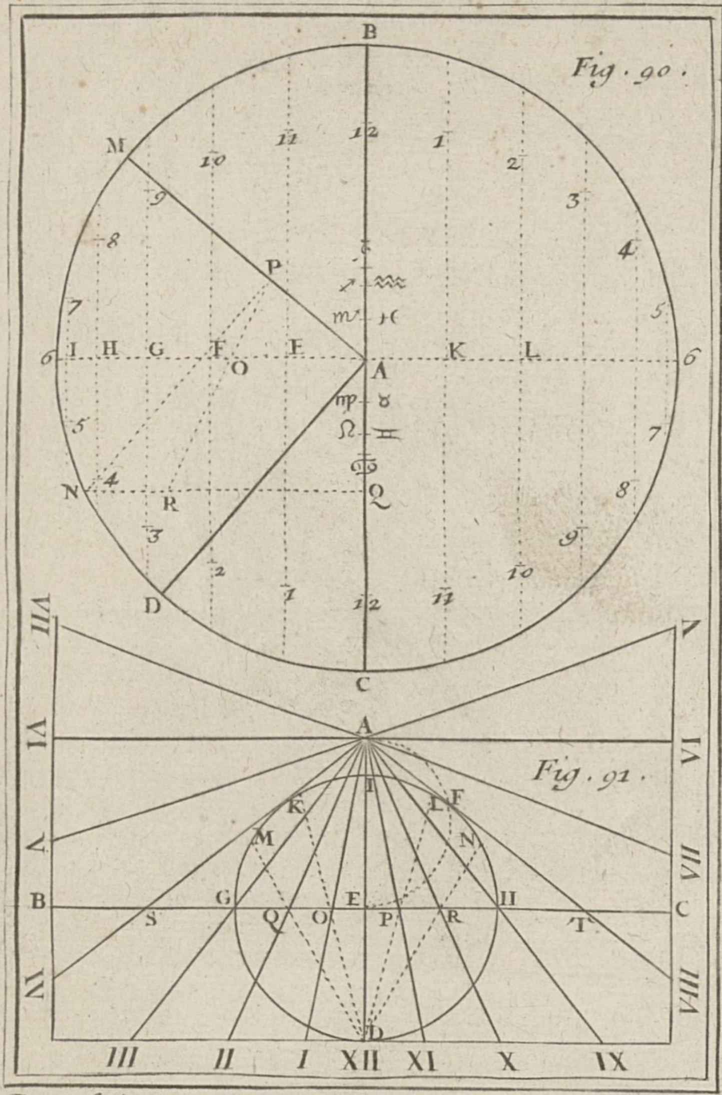
marquant les lignes des heures avec du buis, ou autrement, & en faiſant ſervir de ſtile quelque arbre planté bien droit ſur la ligne méridienne, qui par l'extrêmité de ſon ombre marquera les heures au ſoleil, comme dans les cadrans ordinaires qui ſe font ſur les murailles. Mais au lieu d'un arbre une perſonne pourra ſe ſervir de ſa propre hauteur pour ſtile, en ſe plaçant bien droit au pied du ſtile, qui doit avoir été marqué ſur la méridienne conformément à cette hauteur ; ce qui ſera facile à celui qui entendra la Gnomonique.

On peut auſſi tracer un ſemblable cadran par le moyen d'une table des hauteurs du ſoleil, ou bien par le moyen d'une table des verticaux du ſoleil, comme nous avons enſeigné dans notre gnomonique, ou bien encore de cette ſorte.

Pl. 7. fig. 90. Ayant tiré, par le point A, pris à diſcrétion ſur le plan horiſontal, la ligne méridienne BC, & ayant décrit à volonté du même point A, le cercle 6 B 6 C, diviſez ſa circonférence en 24 parties égales, ou de 15 degrés en 15 degrés, pour les 24 heures du jour naturel, en commençant depuis la méridienne BC. Joignez les deux points oppoſés & également éloignés de la méridienne BC, par des lignes droites, qui ſeront paralelles entr'elles & à la méridienne BC, ou perpendiculaires au diametre 6, 6, qui détermine ſur le cercle les points de 6 heures du matin, & de 6 heures du ſoir.

On marquera ſur chacune de ces lignes paralleles les points des heures, qui ſe trouveront ſur la circonférence d'une ellipſe en cette ſorte. Ayant fait au centre A, avec la ligne A 6, l'angle 6 AD égal à l'élevation du pole, qui eſt de 49 degrés à Paris, portez la diſtance perpendiculaire du point 6 à la ligne AD ſur la méridienne BC, de part &

d'autr



Berey fecit – To. II. Pl. 7.

depuis le centre A, aux points 12, 12, la diſtance perpendiculaire du point I à la même ligne AD, ſur chacune des deux paralleles les plus proches de la ligne BC, depuis E & K de part & d'autre aux points 1, 11; la diſtance perpendiculaire du point H à la même ligne AD, ſur chacune des deux paralleles ſuivantes également éloignées, & plus proches des deux précédentes, depuis F, & L, de part & d'autre, aux points 2, 10, & ainſi des autres. Pl. 7, fig. 90.

Il faut enſuite marquer le commencement de chaque ſigne du zodiaque, qui répond environ au 20e jour de chaque mois, deçà & delà depuis le centre A, qui repréſente le commencement de ♈ & de ♎, ſur la ligne méridienne BC, en cette ſorte.

Ayant fait au centre A, avec la méridienne AB, l'angle BAM égal à l'élevation du pole, par la ligne AM perpendiculaire à la ligne AD, & ayant pris l'arc DN égal à la déclinaiſon du ſigne que vous voulez marquer, comme de 23 degrés & demi pour ♋ & ♑, de 20 degrés & un quart pour ♊, ♌, & pour ♒, ♐, & de 11 degrés & demi pour ♉, ♍, & pour ♓, ♏, tirez par le point N, la ligne NP parallele à la ligne AD, & la ligne NQ parallele à la ligne A *6*. Portez la partie A 12 de P ſur la ligne NQ en R, de ſorte que la ligne PR ſoit égale à la partie A 12, ou à la diſtance perpendiculaire du point *6* à la ligne AD. La partie OP, terminée par les deux lignes A *6*, AM, ſera la diſtance du ſigne propoſé depuis le centre A qui repréſente les deux points équinoctiaux.

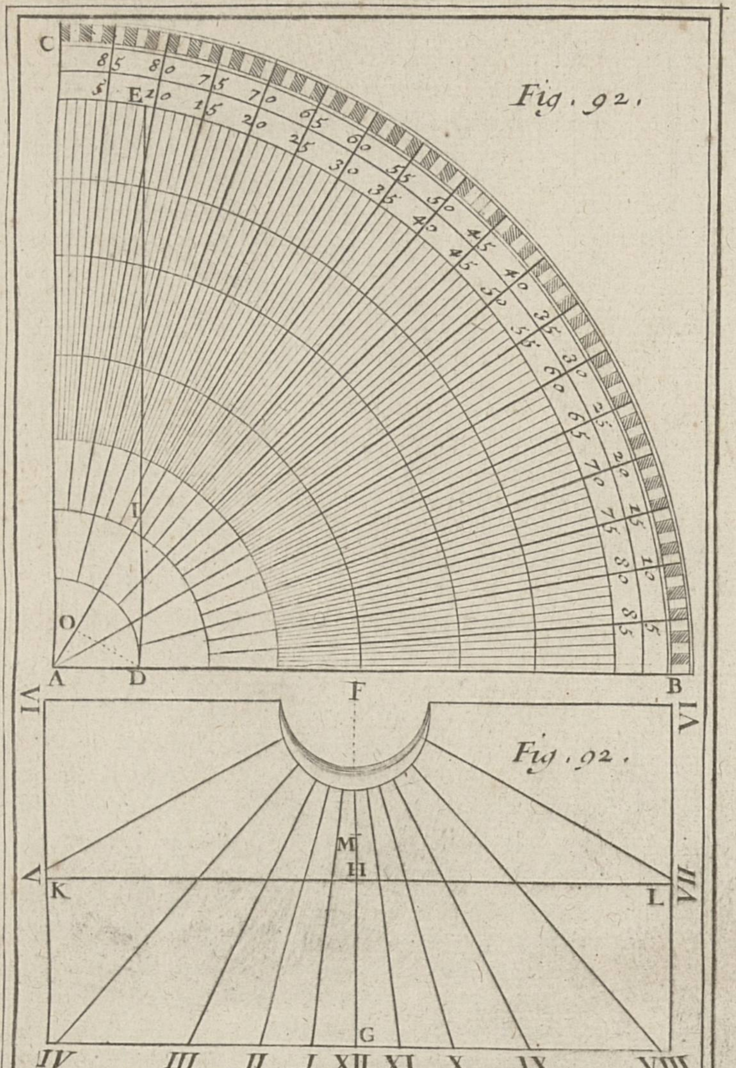
Ce cadran étant ainſi décrit avec ſes ornemens, on pourra connoître les heures aux rayons du ſo-

leil comme dans les précédens, pourvu qu'on ſe place environ au degré du ſigne courant du ſoleil, avec cette différence, qu'au lieu que dans l'horiſontal le ſtile ne peut être que d'une certaine grandeur, ici il peut être de telle grandeur que l'on voudra. Il eſt bon même de le faire un peu long, parce que s'il étoit bien petit, ſon ombre pourroit en été devenir ſi petite, qu'elle ne parviendroit pas aux points horaires marqués ſur les paralleles, & ne pourroit par conſéquent faire connoître les heures. Ainſi quand on voudra ſe ſervir de ſa propre hauteur pour connoître les heures dans un ſemblable cadran, il ne faudra pas décrire du centre A un cercle d'une grandeur énorme, de peur que les points des heures ne s'éloignent trop de ce centre.

PROBLEME IX.

Décrire un cadran horiſontal, dont on a le centre & la ligne équinoctiale.

Pl. 7, fig. 91. SI le centre donné eſt A, & la ligne équinoctiale BC, tirez à cette ligne BC, par le centre A la perpendiculaire AD, qui ſera la ligne méridienne. Ayant décrit autour de la ligne AE le demi-cercle AFE, prenez l'arc EF, égal au double de l'élevation du pole, comme de 98 degrés à Paris, où le pole eſt élevé ſur l'horiſon à peu près de 49 degrés. Décrivez du point E par le point F, une circonférence de cercle qui donnera ſur l'équinoctiale BC, les points G, H, de 3 & de 9 heures, &ſur la méridienne AD les deux points I, D, dont chacun peut être pris pour le centre diviſeur de l'équinoctiale BC, ſur laquelle on mar-



Berey fecit- To. II. Pl. 8.

quera les points des autres heures en cette ſorte.

Portez la même ouverture de compas EF ſur la circonférence du cercle décrit du centre E, de G & H aux points K, L, & de I, de part & d'autre, aux points M, N. Tirez du point D, par les points K, L, M, N, des lignes droites qui donneront ſur l'équinoctiale BC les points O, P, Q, R, de 1, 11, 2, & 10 heures. Si vous portez la même ouverture de compas EF, de M & N, ſur l'équinoctiale BC, aux points S, T, vous aurez en S le point de 4 heures, & en T le point de 8 heures. Enfin ſi vous portez la même ouverture de compas EF, deux fois à droite & à gauche, des points S, T, ſur la même ligne équinoctiale B C, vous aurez les points de 5 & de 7 heures qui ſe rencontreront ici au dehors du plan du cadran, &c.

PROBLEME X.

Décrire un cadran horiſontal par le moyen d'un quart de cercle.

JE ſuppoſe que le quart de cercle eſt diviſé en ſes 90 degrés, comme ABC, au dedans duquel il faudra tirer la ligne DE perpendiculaire au demi-diametre AB, ou parallele à l'autre demi-diametre AC, plus ou moins éloigné du centre A du quart de cercle, ſelon que l'on voudra faire un cadran plus grand ou plus petit. Cette ligne DE ſera diviſée inégalement par les lignes droites tirées du centre A de 15 en 15 degrés en des points qui repréſenteront les points horaires de la ligne équinoctiale du cadran horiſontal, que l'on décrira en cette ſorte. Pl. 8, fig. 92.

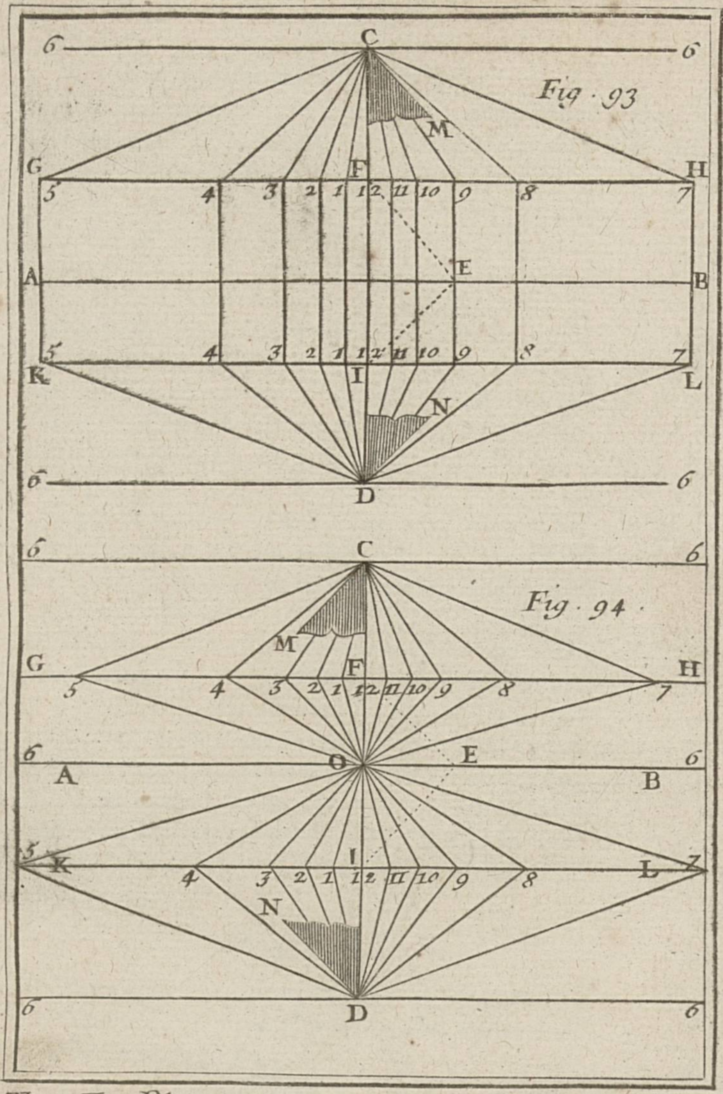
Pl. 8, fig. 92. Ayant tiré ſur le plan horiſontal la ligne méridienne FG, & y ayant pris à volonté le point F pour le centre du cadran, prenez depuis ce centre ſur la méridienne FG, la partie FH, égale à la partie AI, terminée par la ligne DE ſur la ligne de l'élevation du pole, que nous avons ici ſuppoſé de 30 degrés, en la comptant depuis C. Menez par le point H la ligne HL perpendiculaire à la méridienne FG, cette ligne HL ſera priſe pour la ligne équinoctiale ſur laquelle on tranſportera depuis H de part & d'autre les diviſions de la ligne DE, en les prenant depuis D, pour avoir les points des heures, par leſquels on tirera du centre F les lignes horaires, &c.

Si vous voulez trouver le pied & la longueur du ſtile, tirez dans le quart de cercle, du point D, qui repréſente le bout du ſtile, la ligne DO, perpendiculaire à la ligne AI de l'élevation du pôle, qui repréſente la ligne méridienne du cadran horiſontal, & faites HM égale à AO, ou FM égale à IO, pour avoir en M le pied du ſtile, dont la longueur eſt égale à la perpendiculaire DO; parce que le point I repréſente le centre du cadran, comme il eſt évident à ceux qui entendent la gnomonique.

PROBLEME XI.

Décrire un cadran horiſontal & un cadran vertical méridional, par le moyen d'un cadran polaire.

Pl. 9, fig. 93. SI le cadran polaire eſt ſuppoſé dans un plan parallele au cercle de ſix heures, enſorte que la ligne équinoctiale AB ſoit perpendiculaire à la



To. II. Pl. 9.

N°.

ligne méridienne CD, & à toutes les autres lignes horaires qui ſont paralleles entr'elles & à la méridienne : faites au point E de 9 heures ſur l'équinoctiale, avec la même équinoctiale AE, l'angle AEF égal au complément de l'élevation du pole. Par le point F, où la ligne EF coupe la méridienne CD, tirez à cette méridienne CD la perpendiculaire GH, qui ſe trouvera coupée par les lignes horaires du cadran polaire en des points, par où vous tirerez au centre C les lignes horaires du cadran horiſontal. On trouvera ce centre C ſur la méridienne CD, en prenant la ligne FC égale à la ligne EF. Pl. 9, fig. 93.

Si par le même point E vous tirez la ligne EI, perpendiculaire à la ligne EF, ou, ce qui eſt la même choſe, ſi au point E on fait l'angle AEI égal à la hauteur du pole ſur l'horiſon, & que par le point I, où la ligne EI coupe la méridienne CD, on tire la ligne KL perpendiculaire à la méridienne, ou parallele à l'équinoctiale ; cette ligne KL, qui repréſente le premier vertical, ſera coupée par les lignes horaires du cadran polaire en des points, par où on tirera au centre D les lignes horaires du cadran vertical méridional. Ce centre D ſe trouvera ſur la méridienne CD en faiſant la ligne ID égale à la ligne IE.

REMARQUE.

L'axe CM du cadran horiſontal eſt parallele à la ligne EF, & l'axe DN du cadran vertical eſt parallele à la ligne EI.

PROBLEME XII.

Décrire un cadran horiſontal & un cadran vertical méridional, par le moyen d'un cadran équinoctial.

Pl. 9, fig. 94. SI le cadran équinoctial eſt ſuppoſé décrit ſur un plan parallele à l'équateur, enſorte que la ligne de ſix heures AB ſoit perpendiculaire à la ligne méridienne CD, faites au point E, pris à diſcretion ſur la ligne de ſix heures AB, l'angle AEF égal à l'élevation du pole. Par le point F, où la ligne EF coupe la méridienne CD, tirez à cette méridienne CD, la perpendiculaire GH, qui ſe trouvera coupée par les lignes horaires du cadran équinoctial, en des points par où vous tirerez les lignes horaires du cadran horiſontal de ſon centre C, que vous trouverez en portant la ligne EF ſur la méridienne CD, de F en C.

Pour le cadran vertical, il faut tirer par le même point E, la ligne EI perpendiculaire à la ligne EF, ou bien, ce qui eſt la même choſe, il faut faire au point E l'angle AEI, égal au complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon. Par le point I, où la ligne EI coupe la méridienne CD, tirez à la ligne de ſix heures AB, la parallele KL, qui ſe trouvera coupée par les lignes horaires du cadran équinoctial, qui partent du centre O, en des points, par où l'on tirera les lignes horaires du cadran vertical de ſon centre D, qu'on trouvera en portant ſur la méridienne CD la longueur de la ligne EI, de I en D.

REMARQUE.

L'axe CM du cadran horiſontal eſt parallele à

la ligne EI, & l'axe DN du cadran vertical, eſt parallele à la ligne EF.

PROBLEME XIII.

Décrire un cadran vertical ſur un carreau de vitre, où l'on puiſſe connoître les heures aux rayons du ſoleil, ſans aucun ſtile.

JE fis autrefois un cadran vertical déclinant ſur un carreau de vitre d'une fenêtre, où l'on pouvoit ſans aucun ſtile connoître facilement les heures au ſoleil. Je m'y pris de cette ſorte.

Je détachai un carreau de vitre qui étoit collé en dehors contre le chaſſis de la fenêtre : j'y traçai un cadran vertical, ſelon la déclinaiſon de la fenêtre & la hauteur du pole ſur l'horiſon, ayant pris pour longueur du ſtile l'épaiſſeur du chaſſis de la même fenêtre. Je fis enſuite recoller ce carreau de vitre en dedans contre le chaſſis, ayant donné à la ligne méridienne une ſituation perpendiculaire à l'horiſon, telle qu'elle doit être dans les cadrans verticaux. Je fis coller en dehors contre le même chaſſis, vis-à-vis du cadran, un papier fort, qui n'étoit point huilé, afin que les rayons du ſoleil le pénétrant moins, la ſurface du cadran en fût plus obſcure. Et pour pouvoir connoître les heures au ſoleil ſans l'ombre d'un ſtile, je fis un petit trou avec une épingle dans le papier, vis-à-vis le pied du ſtile, que j'avois marqué dans le cadran. Le trou repréſentant le bout du ſtile, & les rayons du ſoleil paſſant au travers, faiſoient ſur la vitre une petite lumiere, qui montroit agréablement les heures dans l'obſcurité du cadran.

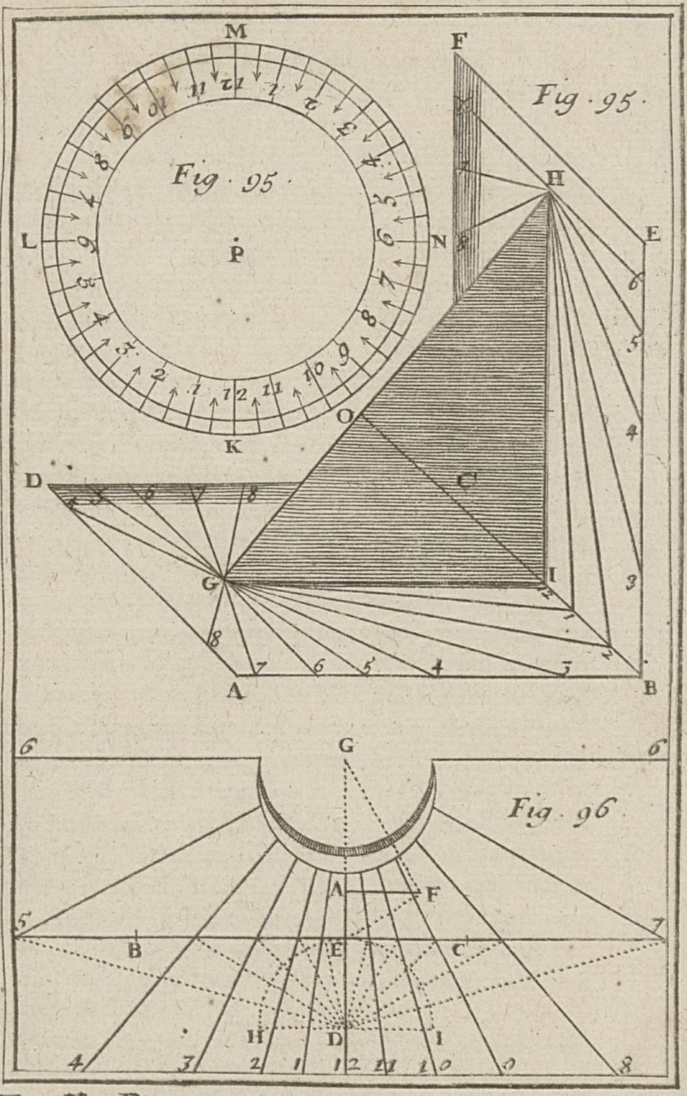
PROBLEME XIV.

Décrire trois cadrans ſur trois plans différens, où l'on pourra connoître les heures au ſoleil par l'ombre d'un ſeul axe.

Pl. 10, fig. 95. PRéparez deux plans rectangulaires ABCD, BEFC, d'une largeur égale BC. Joignez-les enſemble ſelon cette ligne BC, qui repréſentera leur commune ſection, enſorte qu'ils faſſent un angle droit; ce qui fera que l'un, comme ABCD, étant pris pour un plan horiſontal, l'autre BEFC ſera pris pour un plan vertical.

Cette préparation étant faite, ou plutôt avant que de joindre enſemble ces deux plans, diviſez leur commune largeur BC en deux également au point I, & tirez par ce point I, dans le plan ABCD, la ligne GI perpendiculaire à la ligne BC, & dans le plan BEFC, la ligne HI perpendiculaire à la même ligne BC. Chacune des deux lignes HI, GI ſera priſe pour la méridienne de ſon plan.

Si on prend le plan ABCD pour horiſontal, on y fera un cadran horiſontal, dont le centre G ſera pris à volonté ſur la méridienne GI : & ſur l'autre plan BEFC, on fera un cadran vertical méridional, dont le centre H ſe trouvera ſur la méridienne HI, par le moyen du triangle rectangle GIH, dont l'angle IGH doit être égal à l'élevation du pole. Ce triangle GHI, rectangle en I, doit être d'une matiere forte, pour pouvoir être appliqué contre ces deux plans, & les maintenir dans l'angle droit, comme vous voyez dans la figure. Alors l'hypotenuſe GH ſervira d'axe pour le ca-



13.

To. II. Pl. 10

dran horiſontal du plan ABCD, & pour le vertical du plan BEFC. Pl. 10. fig. 95.

Ces deux plans ABCD, BEFC, étant ainſi attachés & arrêtés par le troiſieme plan triangulaire GIH, tirez dans ce troiſieme plan GIH, du ſommet I de ſon angle droit, la ligne IO perpendiculaire à l'axe GH, & vous ſervant de cette ligne IO, comme du rayon, faites un quatrieme plan coupé en rond KLMN, dont le demi-diametre ſoit égal à la ligne IO, & dont la circonférence KLMN ſoit diviſée en 24 parties égales, pour y faire un cadran équinoctial, tant le ſupérieur que l'inférieur, enſorte que les lignes horaires de l'un répondent aux lignes horaires de l'autre.

Ce plan KLMN doit être coupé en dedans comme un cercle de ſphere, & il doit être fendu le long de la méridienne, afin qu'il puiſſe s'ajuſter par cette fente au plan triangulaire GIH, ſelon la ligne IO, enſorte que le point K du midi touche le point I. En ce cas l'axe GH paſſera par le centre P du cadran équinoctial, & ſera perpendiculaire à ſon plan; ce qui fait qu'il ſera auſſi l'axe de ce cadran, dont le plan étant tourné droit au midi, enſorte que le centre G regarde directement le midi, ſera parallele à l'équateur. Alors l'ombre de cet axe commun GH montrera les heures aux rayons du ſoleil ſur chacun de ces trois cadrans, excepté au tems des équinoxes, où il ne montrera les heures que dans le cadran horiſontal & dans le vertical.

Pour tourner le centre G du cadran horiſontal directement au midi, en ſorte que la ligne méridienne de chacun de ces trois cadrans ſoit dans le plan du méridien, & que l'axe GH convienne avec l'axe du monde, on ſe ſervira d'une bouſſole

où la déclinaiſon de l'aiman ſoit marquée, laquelle eſt préſentement à Paris * d'environ 13 degrés nord-oueſt. Ou bien on marquera les points du commencement de chaque ſigne du zodiaque qui répond environ au 20 de chaque mois, ſur l'axe GH de part & d'autre depuis le point O, qui repréſente les points équinoctiaux, ou les commencemens de ♈ & de ♎, ſelon la déclinaiſon des ſignes, en faiſant au point I, avec la ligne IO, de côté & d'autre des angles égaux à cette déclinaiſon. En donnant ainſi au plan ABCD une ſituation horiſontale, & en le tournant juſqu'à ce que l'ombre de la circonférence KLMN tombe ſur le degré du ſigne courant du ſoleil, le centre G ſe trouvera tourné directement au midi, & chaque ligne méridienne ſe trouvera dans le plan du cercle méridien. Je ne dis pas que les ſignes ſeptentrionaux ſe doivent marquer depuis O vers G, parce que ceux qui entendent la ſphere, ſçavent bien que dans cette zone que nous habitons, le point G repréſente le pole ſeptentrional.

* 1722.

PROBLEME XV.

Tracer un cadran ſur un plan horiſontal par le moyen des deux points d'ombre marqués ſur ce plan au tems des équinoxes.

Pl. 10, fig. 96.

SI les deux points d'ombre ſont B, C, on les joindra par la ligne droite BC, qui repréſentera la ligne équinoctiale. Afin que l'erreur ſoit moins ſenſible, il ne faudra pas que les deux points d'ombre B, C, ſoient beaucoup éloignés entre eux, parce qu'autour des équinoxes la déclinaiſon du ſoleil change ſenſiblement, mais ils ne doi-

vent pas auſſi être trop proches, parce qu'il eſt difficile de tirer exactement une ligne droite par deux points extrêmement proches. Pl. 10, fig. 96.

Ayant ainſi tiré la ligne équinoctiale BC, menez par le pied du ſtile A la perpendiculaire GD qui ſera la ligne méridienne ſur laquelle on marquera le centre D de l'équateur, & le centre G du cadran, en cette ſorte. Ayant tiré par le même pied du ſtile A, la ligne AF perpendiculaire à la ligne méridienne, ou parallele à la ligne équinoctiale, & égale au ſtile, joignez le rayon de l'équateur EF. Portez-en la longueur de E pris ſur la méridienne au point D, qui ſera le centre de l'équateur. Si vous tirez au même rayon l'équateur EF, par le point F, la perpendiculaire FG, vous aurez en G ſur la méridienne le centre du cadran.

Il ne reſte plus qu'à marquer les points horaires ſur l'équinoctiale BC, ce qui pourra ſe faire *par le Probl. IX*, ou bien en cette ſorte. Ayant décrit du centre de l'équateur D, avec une ouverture de compas priſe à volonté, le demi-cercle HEI, & ayant diviſé ſa circonférence en 12 parties égales ou de 15 degrés en 15 degrés, tirez du même centre D par les points de diviſion, autant de lignes droites, qui étant prolongées, donneront ſur la ligne équinoctiale BC, les points des heures qu'on cherche.

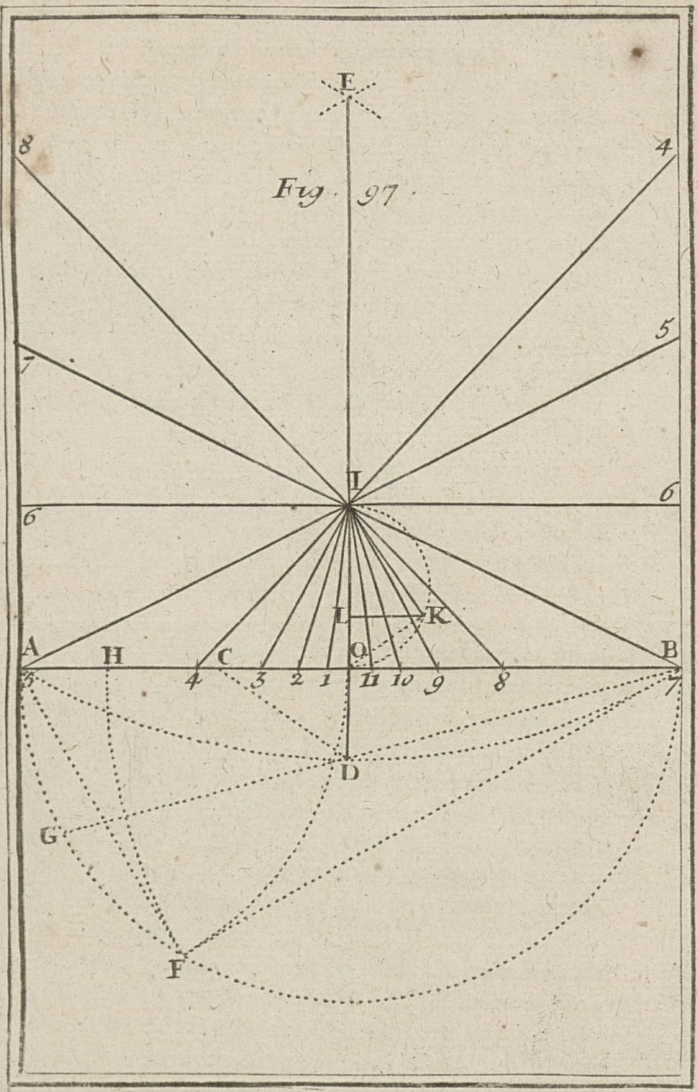
Ou bien plus facilement, portez la longueur du rayon de l'équateur EF, depuis E de part & d'autre ſur la ligne équinoctiale BC, pour avoir les points de 3 & de 9 heures. Du centre D, & de la diſtance de ces deux points trouvés de 3 & 9 heures priſe ſur l'équinoctiale, faites un arc de cercle qui coupera l'équinoctiale en deux points,

Pl. 10, fig. 96. qui ſeront les points de 4 & de 8 heures. De chacun de ces points de 4 & de 8 heures ſur l'équinoctiale, portez de côté & d'autre la même diſtance de 3 & de 9 heures, pour avoir d'une part les points de 5 & de 11 heures, & de l'autre les points de 1 & de 7 heures. De cette maniere, vous aurez tous les points horaires ſur l'équinoctiale, excepté ceux de 2 & de 10 heures, que vous trouverez en diviſant en trois parties égales la diſtance des points de 4 & de 8 heures.

REMARQUES.

Vous remarquerez que la diſtance du point E de midi au point de 4 & de 8 heures ſur la ligne équinoctiale, eſt la moitié de la diſtance des points de 1 à 5 heures, ou des points de 11 à 7 heures; que la diſtance des points de 2 à 9 heures, ou de 10 à 3 heures eſt égale à la moitié de la diſtance du point de 2 à 5 heures, ou du point de 10 à 7 heures, & que par conſéquent la diſtance des points de 2 & de 9 heures, ou de 10 & de 3 heures eſt égale au tiers de la diſtance des points de 5 & de 9 heures, ou de 3 & de 7 heures. D'où il ſuit qu'on peut trouver autrement qu'auparavant, les points de 2 & de 10 heures, ſçavoir, en diviſant en trois parties égales la diſtance des points de 5 & de 9 heures, & la diſtance des points de 3 & de 7 heures.

Si outre les points horaires de la ligne équinoctiale BC, vous voulez avoir les points des demi-heures, il faut diviſer le demi-cercle HEI en deux fois plus de parties égales, c'eſt-à-dire, en 24 parties égales, & en 48 parties égales, ſi vous vou-avoir les quarts d'heures, & ainſi de ſuite. Ou bien



To. II. Pl. 11.

pour avoir les points des demi-heures, on mettra une des pointes du compas ſur les points horaires de la ligne équinoctiale BC, qui ſont en nombre impair, ſçavoir ſur les points de 1, 11, 3, 9, 5 & 7 heures, & on étendra l'autre pointe juſqu'au centre de l'équateur D, pour avoir des ouvertures, qui étant portées depuis les mêmes points horaires de part & d'autre ſur l'équinoctiale, donneront les points des demi-heures, par le moyen deſquels on trouvera de la même façon les points des quarts d'heures, & ainſi de ſuite.

PROBLEME XVI.

Tracer un cadran ſur un plan horiſontal, où les points de 5 & de 7 heures ſont donnés ſur la ligne équinoctiale.

COmme il arrive ſouvent que les points de 5 & de 7 heures de la ligne équinoctiale ſe trouvent hors du plan, pour avoir pris un ſtile trop long par rapport à la largeur du plan, ce qui empêche de marquer ces deux points de 5 & de 7 heures ſur la ligne équinoctiale, & d'achever le cadran : il ſera bon de déterminer ces deux points ſur l'équinoctiale, comme A, B, dont le milieu O ſera le point de midi, & l'on achevera le cadran en cette ſorte. Pl. 11. fig. 97.

Ayant tiré par le point de midi O, la ligne méridienne DE perpendiculaire à l'équinoctiale BC, on trouvera en premier lieu ſur cette méridienne DE, le centre de l'équateur D, & par ſon moyen le centre du cadran I, d'où l'on tirera les lignes horaires par les points des heures, qu'on marquera ſur la ligne équinoctiale AB, comme il a été en-

Pl. 11, fig. 97. ſeigné au problême précédent, par le moyen du centre de l'équateur D, que nous trouverons ici en trois manieres différentes, comme vous allez voir.

Premiere méthode.

Ayant décrit du point de midi O, par les points A, B, de 5 & de 7 heures, le demi-cercle AFB, & ayant décrit du point A, par le même point O l'arc de cercle OF, diviſez en deux également l'arc AF au point G, & menez la droite BG, qui donnera ſur la ligne méridienne DE le centre de l'équateur D.

Seconde méthode.

Ayant décrit, comme auparavant, le demi-cercle AFB, & l'arc de cercle OF, décrivez du point B, par le point F, l'arc de cercle FH, & faites la ligne OD égale à la partie AH, pour avoir en D le centre de l'équateur qu'on cherche.

Troiſieme méthode.

Décrivez des deux points A, B, de 5 & de 7 heures, avec une ouverture de compas égale à la diſtance AB, deux arcs de cercle qui ſe coupent ici ſur la méridienne au point E. Décrivez de ce point E avec la même ouverture de compas, l'arc de cercle ADB, qui donnera ſur la méridienne DE le centre de l'équateur D.

Pour trouver le centre du cadran, faites au centre de l'équateur l'angle ODC égal au complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon, & portez la longueur de la ligne CD ſur la méridienne DE, & de O en I. Le point I ſera le centre du cadran où toutes les lignes horaires iront aboutir.

Figure . 44 .

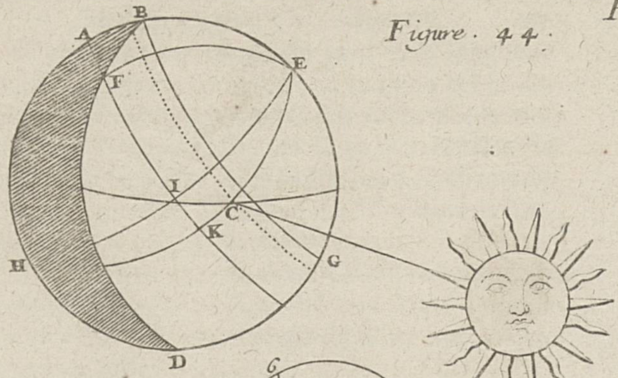


Figure . 45 .

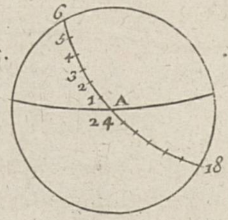
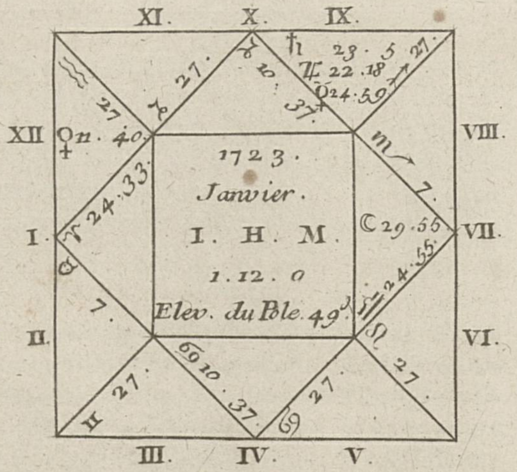


Figure . 46 .



Si vous voulez trouver le pied & la longueur du ſtile, ayant décrit autour de la ligne IO le demi-cercle OKI, portez ſur ſa circonférence la longueur de la ligne CD, de O en K, & tirez du point K, la ligne KL perpendiculaire au diametre OI, pour avoir en L le pied du ſtile, dont la longueur ſera la perpendiculaire KL.

Il eſt évident que la ligne OK eſt le rayon de l'équateur, & que la ligne IK repréſente l'axe du cadran, de ſorte que l'angle LIK eſt égal à l'élevation du pole.

PROBLEME XVII.

Un cadran horiſontal ou vertical étant donné, trouver pour quelle latitude il a été ſait, lorſque l'on connoît la longueur & le pied du ſtile.

I.

Si le cadran eſt horiſontal, on tirera par le pied du ſtile A, la ligne AF égale au ſtile, & perpendiculaire à la méridienne, & l'on tirera du centre G du cadran par le point F, la droite FG, qui repréſentera l'axe du cadran, & qui fera avec la méridienne l'angle FGA égal à la latitude qu'on cherche. Pl. 10. fig. 96.

II.

On travaillera de la même façon pour un cadran vertical méridional, ou ſeptentrional, qui ne déclinera point, ce que l'on connoîtra lorſque la ligne méridienne paſſera par le pied du ſtile. Alors l'angle que fera l'axe du cadran avec la méridienne ſera le complément, ou le reſte à 90 degrés de l'élevation du pole pour laquelle le cadran aura été fait.

III.

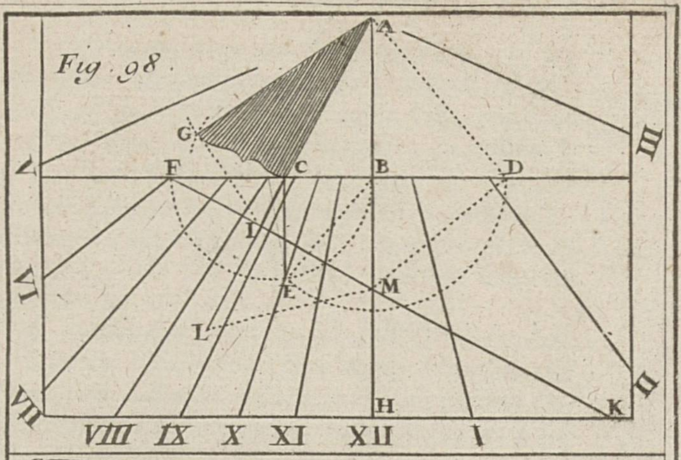
Si le cadran vertical regarde directement l'orient ou l'occident, en ſorte qu'il ſoit méridien, ce que l'on connoîtra, lorſque les lignes horaires ſeront paralleles entr'elles, on meſurera l'angle que fait l'une de ces lignes horaires avec la ligne horiſontale, ou avec quelqu'autre ligne parallele à l'horiſontale, & cet angle ſera l'élevation du pole qu'on cherche.

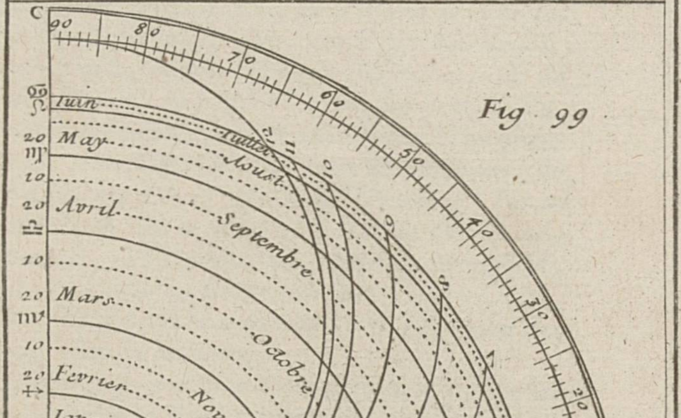
IV.

Pl. 12, fig. 98. Si le cadran vertical eſt déclinant, ce que l'on connoîtra lorſque la ligne méridienne ne paſſera pas par le pied du ſtile, comme AH, qui ne paſſe pas le pied du ſtile C; tirez par ce point C, la ligne horiſontale FD perpendiculaire à la méridienne AH, qui ſe tire à plomb dans tous les cadrans verticaux, & la ligne CE parallele à la médienne AH, ou perpendiculaire à l'horiſontale FD, & égale au ſtile. Portez la longueur de l'hypotenuſe EB (qu'on peut appeller *ligne de déclinaiſon*, parce que l'angle CEB eſt la déclinaiſon du plan) ſur l'horiſontale de B en D. Par ce point D, & par le centre du cadran A, menez la droite DA, qui fera au point D, avec l'horiſontale FD, l'angle BDA, dont la quantité fera connoître la latitude qu'on cherche, c'eſt-à-dire, l'élevation du pole ſur l'horiſon, pour laquelle le cadran a été fait.

REMARQUES.

Si vous voulez ſçavoir l'élevation du pole ſur le plan du cadran, c'eſt-à-dire, de combien de degrés eſt élevé le pole ſur l'horiſon, auquel le plan du





Borgy, fecit — To. II. Pl. 12.

du cadran eſt parallele, tirez la ſouſtilaire AC. Pl. 12,
Du pied du ſtile C, & du rayon CE, décrivez fig. 98.
vers G un arc de cercle. Du centre du cadran A & du rayon AD, décrivez un autre arc qui coupera le premier en G. Par ce point G, menez au centre A l'axe du cadran AG, qui ſera avec la ſouſtilaire AC l'angle CAG, égal à la hauteur du pole ſur le plan.

Si vous voulez auſſi ſçavoir la différence des méridiens de l'horiſon du lieu & de l'horiſon du plan, c'eſt-à-dire la différence des longitudes entre celle de l'horiſon pour lequel le cadran a été fait, & celle de l'horiſon parallele au plan du cadran; prolongez la ligne ſouſtilaire AC vers L. Du point F, ſection de la ligne de ſix heures & de l'horiſontale, menez à AC la perpendiculaire FK, qui ſera la ligne équinoctiale. Portez la longueur du rayon de l'équateur IG ſous la ſouſtilaire, de I en L, où ſera le centre de l'équateur. Par ce point L, & par le point M, ſection de la méridienne & de l'équinoctiale, tirez la droite LM, qui fera avec la ſouſtilaire AL l'angle CLM, dont la quantité fera connoître la différence des longitudes qu'on cherche.

Parce que le centre du cadran A ſe trouve ici au-deſſus de la ligne horiſontale, on connoît, 1°. que le plan du cadran décline du midi; 2° qu'il décline à l'orient, parce que le pied du ſtile C ſe trouve entre la ligne méridienne & les lignes des heures du matin ou avant midi. On connoît auſſi qu'au tems des équinoxes, le cadran ne ſera pas éclairé du ſoleil à trois heures après midi, parce que la ligne de trois heures étant prolongée, ne coupe point la ligne équinoctiale du côté des heures après midi. Enfin on connoît qu'en tout tems

le plan du cadran n'eſt point éclairé des rayons du ſoleil aux heures dont les lignes dans le cadran ne coupent point du côté des mêmes heures la ligne horiſontale.

PROBLEME XVIII.

Trouver le pied & la longueur du ſtile dans un cadran vertical déclinant.

Pl. 12, fig. 98. S'Il arrive qu'on cadran vertical déclinant ſe trouve décrit ſur une muraille ſans aucun ſtile, & ſans aucune marque du lieu où il avoit été planté, ou du point où l'on a ſuppoſé ſon pied, quand on a tracé le cadran, on pourra trouver ce pied, & déterminer la longueur du ſtile en cette ſorte.

Si ayant prolongé la méridienne AH, on prolonge quelqu'autre ligne horaire, elles ſe couperont en un point A, qui ſera le centre du cadran. De ce point A menez une ligne indéfinie AD, qui doit faire avec la méridienne AH un angle BAD, égal au complement de l'élevation du pole. Par quelque point D pris à diſcrétion ſur la ligne AD, menez à la meridienne AH une perpendiculaire DF, qui ſera la ligne horiſontale.

Cela étant fait, tirez par le point D à la ligne AD la perpendiculaire DM, qui donnera ſur la méridienne AH, le point M. Par ce point M, & par le point F de ſix heures pris ſur l'horiſontale, vous tirerez la ligne équinoctiale FK, à laquelle vous menerez du centre A la perpendiculaire AL, qui repréſentera la ligne ſouſtilaire, & donnera par conſéquent ſur l'horiſontale FD, le pied du ſtile au point C.

Pour trouver la longueur du ſtile, tirez de ſon

pied trouvé C, la ligne indéfinie CE perpendiculaire à l'horiſontale FD. Du point B & du rayon BD, décrivez un arc de cercle qui déterminera ſur la perpendiculaire CE la longueur du ſtile qu'on cherche. Cette ligne CE ſervira à faire connoître la déclinaiſon du plan, qui eſt repréſenté par l'angle CEB, l'élevation du pole ſur le plan, que l'angle CAG repréſente, & la différence des longitudes, qui eſt repréſentée par l'angle ILM, comme il a été enſeigné au problême précédent. Pl. 12, fig. 98.

REMARQUE.

Quand la déclinaiſon du plan eſt fort petite, on ne peut avoir le point F de ſix heures ſur l'horiſontale, parce qu'il eſt trop éloigné. Alors ne pouvant mener la ligne équinoctiale FK par le point F, on la menera par le point M, en lui faiſant faire avec la méridienne AH, l'angle BMF, qu'on trouvera par le moyen de la déclinaiſon du plan & de l'élevation du pole, en faiſant cette analogie.

Comme le ſinus total,
Au ſinus de la declinaiſon du plan;
Ainſi la tangente du complément de l'élevation du pole,
A la tangente du complément de l'angle qu'on cherche.

Je parle à ceux qui entendent la trigonométrie, & qui par le moyen de la même déclinaiſon du plan & de l'élevation du pole, pourront trouver l'angle de la ligne de ſix heures avec la méridienne, la différence des longitudes, & l'élevation

Pl. 12, fig. 98. du pole ſur le plan, par ces trois analogies :

1.

Comme le ſinus total,
Au ſinus de la declinaiſon du plan ;
Ainſi la tangente de l'élevation du pole ſur l'horiſon,
A la tangente du complement de l'angle de la ligne de ſix heures avec la méridienne.

2.

Comme le ſinus total,
Au ſinus de la hauteur du pole ſur l'horiſon,
Ainſi la tangente du complément de la déclinaiſon du plan,
A la tangente du complément de la différence des longitudes.

3.

Comme le ſinus total,
Au ſinus du complément de la déclinaiſon du plan ;
Ainſi le ſinus du complément de l'élevation du pole ſur l'horiſon,
Au ſinus de la hauteur du pole ſur le plan.

Il arrive qu'on ne peut avoir le centre du cadran, lorſque l'élevation du pole eſt fort grande, ou que le plan décline beaucoup ; comme on ne peut alors ni connoître la déclinaiſon du plan, ni déterminer le pied & la longueur du ſtile par la méthode précedente, on meſurera l'angle de la ligne de ſix heures avec l'horiſontale. Par le moyen de cet angle, & de l'élevation du pole, on connoîtra la déclinaiſon du plan, en faiſant cette analogie.

Comme le ſinus total,

A la tangente du complément de l'élevation du pole; Pl. 12, fig. 98.

Ainſi la tangente de l'angle de la ligne de ſix heures avec l'horiſontale,

Au ſinus de la déclinaiſon du plan.

La déclinaiſon du plan ayant été ainſi connue, on décrira autour de la partie FB, terminée par la ligne de ſix heures & la méridienne, le demi-cercle FEB. On prendra depuis F, l'arc EF égal au double du complément de la déclinaiſon du plan, & l'on tirera du point E, à l'horiſontale FD, la perpendiculaire EC, qui donnera la longueur du ſtile, & déterminera ſon pied au point C.

Si vous voulez tirer par le pied du ſtile trouvé C, la ligne ſouſtilaire, tirez auparavant la ligne équinoctiale FK, par le point de ſix heures F, en lui faiſant faire à ce point F, avec l'horiſontale FD, un angle qu'on trouvera par cette analogie:

Comme le ſinus total,

Au ſinus de la déclinaiſon du plan;

Ainſi la tangente du complément de l'élevation du pole,

A la tangente de l'angle qu'on cherche.

Si à la ligne équinoctiale FK, on tire par le pied du ſtile C, la perpendiculaire CL, elle repréſentera la ligne ſouſtilaire, qu'on pourra auſſi tirer, en lui faiſant faire au point C avec l'horiſontale FD, un angle qu'on trouvera par cette analogie:

Comme le ſinus total,

Au ſinus de la déclinaiſon du plan;

Ainſi la tangente du complément de l'élevation du pole,
A la tangente du complement de l'angle qu'on cherche.

Ou bien portez la diſtance BE ſur l'horiſontale FD de B en D. Faites au point D l'angle BDM égal au complément de la hauteur du pole ſur l'horiſon, pour avoir le point M ſur la méridienne. Par ce point M, & par le point F de ſix heures, on tirera la ligne équinoctiale FM, à laquelle on menera par le point C la ligne perpendiculaire CL, qui ſera la ligne ſouſtilaire qu'on cherche.

PROBLEME XIX.

Décrire un cadran portatif dans un quart de cercle.

Pl. 12, fig. 99. POur décrire un cadran portatif dans le quart de cercle ABC, dont le centre eſt A, & dont la circonférence BC eſt diviſée en ſes 90 degrés, décrivez autour du demi-diametre AC, une demi-circonférence de cercle, qui ſera priſe pour la ligne méridienne. Par le moyen de cette méridienne A 12 C, & de la table ſuivante, qui montre la hauteur du ſoleil à chaque heure du jour, de 10 degrés en 10 degrés des ſignes du zodiaque, pour la latitude de 49 degrés, telle qu'eſt à peu près celle de Paris, vous décrirez premierement les paralleles des ſignes, & par leur moyen les autres lignes horaires par des cercles, en cette ſorte.

Pour décrire, par exemple, le tropique de ♋, connoiſſant par la table ſuivante que le ſoleil

étant en ♋ eſt à midi élevé ſur l'horiſon de 64 degrés & demi, vous appliquerez une regle ſur le centre A & ſur le 64ᵉ degré & demi du quart de

Table des hauteurs du ſoleil.

Heur.	XII.	XI.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI	V	*du M.*
Sign.	D. M.	D. M	D. M	D. M	D. M	D. M.	D. M	D. M	*Sign.*
♋	64.32	61.56	55.19	46.36	37. 1	27.12	17.32	8.22	♋
10	64. 9	61.33	55. 1	46.18	36.44	26.36	17.22	8. 4	20
20	63. 2	60.31	54. 4	45.28	35.39	26. 8	16.22	7.12	10
♌	61.13	58.49	52.54	44. 7	34. 0	24.51	15. 7	5.50	♊
10	58.48	56.30	50.29	42.14	32.54	23. 7	13.21	3.57	20
20	55.52	53.42	47.57	39.55	30.42	20.58	11.12	1.40	10
♍	52.31	50.30	45. 1	37.14	28.10	18.29	8.40		♉
10	48.51	46.58	41.44	34.13	25.19	15.43	5.54		20
20	44.58	43.12	38.15	31. 0	22.18	12.48	2.59		10
♎	41. 0	39.20	34.37	27.28	19. 9	9.47			♈
10	37. 2	35.26	30.58	24.12	15.58	6.42			20
20	33. 9	31.40	27.24	20.55	12.51	3.44			10
♏	29.29	28. 4	23.58	17.42	9.10	0.54			♓
10	26. 8	24.46	20.51	14.45	7. 5				20
20	23.12	21.52	18. 5	12.12	4.42				10
♐	20.47	19.30	15.48	10. 3	2.42				♒
10	18.58	17.42	14. 6	8.27	1.12				20
20	17.51	16.30	13. 3	7.27	0.18				10
♑	17.29	16.19	12.44	7. 8	0. 2				♑
Heur.	XII.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	*du S.*

cercle BC, en comptant depuis B vers C. Par le point où la regle coupera la ligne méridienne, vous décrirez du centre A un quart de cercle, qui

repréſentera le tropique de ♋. Ainſi des autres.

Pl. 12, fig. 99. Pour décrire les autres lignes horaires, on en trouvera trois points, en marquant un point de chacun ſur trois paralleles de ſignes différens, tels que l'on voudra, pour faire paſſer par ces trois points une circonférence de cercle qui repréſentera la ligne horaire qu'on cherche. Ces points horaires ſe trouveront dans l'interſection du parallele du ſigne propoſé & d'une ligne droite tirée du centre A par le degré de la hauteur que le ſoleil doit avoir ſur l'horiſon à l'heure propoſée, lorſqu'il eſt dans ce ſigne, telle qu'on la trouve dans la table précédente.

Pour connoître l'heure aux rayons du ſoleil par le moyen de ce cadran, ajuſtez au centre A un petit ſtile bien droit, avec un filet pendant librement par la peſanteur d'un plomb qu'il doit avoir à ſon extrêmité. Tournez ce centre A vers le ſoleil, enſorte que la ligne AC regarde directement le ſoleil, ce que vous connoîtrez lorſque l'ombre du ſtile élevé au point A couvrira cette ligne AC. Alors le filet pendant librement du centre A, marquera ſur le parallele du ſigne courant du ſoleil, l'heure qu'on cherche, & de plus ſur le quart de cercle BC, les degrés de la hauteur du ſoleil.

REMARQUES.

I.

Cette maniere de repréſenter les lignes horaires par des circonférences de cercle, n'eſt pas bonne dans la rigueur géométrique; mais comme l'erreur eſt petite, on peut s'en ſervir très-utilement. Mais au lieu de cercles, on peut avoir des lignes droi-

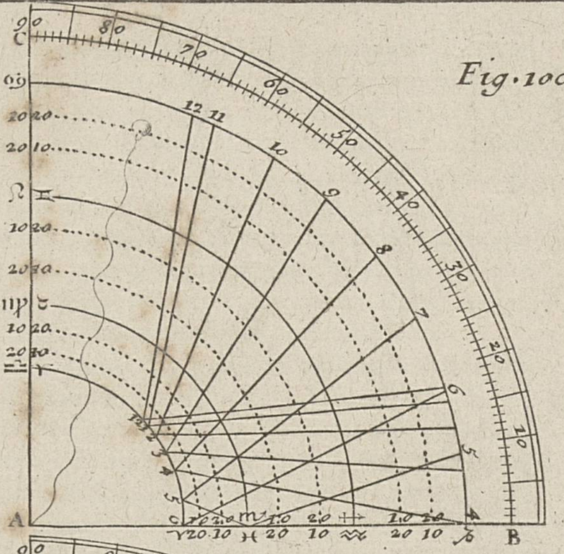


Fig. 100.

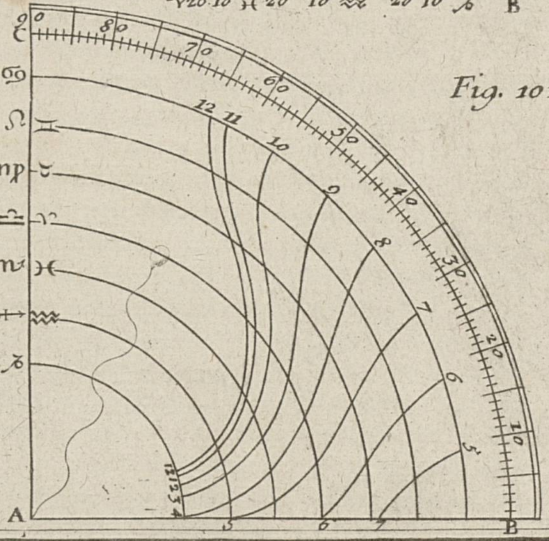


Fig. 101.

teſ, ſans que l'erreur ſoit auſſi beaucoup conſidérable. Ce ſera en décrivant du centre A, avec une ouverture de compas priſe à volonté, les deux quarts de cercle ♋, ♑, ♈ ♎, dont le premier ſera pris pour l'un des tropiques, & l'autre pour l'équateur. Après quoi on trouvera ſur chacun de ces deux quarts de cercle un point de chaque heure, pour joindre deux points d'une même heure par une ligne droite, en cette ſorte. Pl. 15 fig. 100.

Pour trouver, par exemple, le point de midi ſur l'équateur ♈ ♎, où le ſoleil étant, il eſt élevé ſur l'horiſon de 41 degrés, appliqués au centre A, & au quarante-unieme degré du quart de cercle BC, une regle bien droite, qui donnera ſur l'équateur ♈ ♎, le point 12 de midi. De même parce que le ſoleil étant dans ♋, eſt élevé à midi ſur l'horiſon de 64 degrés & demi, vous appliquerez ſur le centre A & ſur les 64 degrés & demi du quart de cercle BC, la même regle qui donnera ſur le quart de cercle ♋ ♑, conſideré comme le tropique de ♋, un ſecond point de midi, lequel étant joint avec le premier, donnera la ligne méridienne, qui ſervira pour les ſix ſignes ſeptentrionaux, ſçavoir, depuis l'équinoxe du printems, juſqu'à l'équinoxe d'automne.

Si l'on conſidere le même quart de cercle ♋ ♑, comme le tropique du ♑, on y trouvera de la même façon le point de midi, par lequel & par le premier point de midi qui a été trouvé ſur l'équateur ♈ ♎, tirant une ligne droite, on aura une ſeconde ligne méridienne qui ſervira pour les ſix ſignes méridionaux, ſçavoir, depuis l'équinoxe d'automne juſqu'à l'équinoxe du printems.

C'eſt de la même maniere qu'on marquera les autres lignes horaires, tant pour les ſix ſignes ſep-

Pl. 13, fig. 100. tentrionaux, que pour les ſix méridionaux, & il ne faut que regarder la figure pour la comprendre. Les paralleles des autres ſignes ſe décriront par le moyen de la ligne méridienne, comme il a été enſeigné auparavant, ſans qu'il ſoit beſoin de le répéter ici. On connoît auſſi les heures ſur ce cadran, comme ſur le précédent; c'eſt pourquoi nous n'en parlerons pas davantage.

II.

Fig. 101. Nous dirons cependant que la maniere la plus exacte de faire ce cadran, eſt la ſuivante. Décrivez à volonté du centre A ſept quarts de cercle, qui ſoient, ſi vous voulez, également éloignés entr'eux. Vous les prendrez pour les commencemens des douze ſignes du zodiaque, le premier & le dernier étant pris pour les deux tropiques, & celui du milieu par conſéquent pour l'équateur. Vous marquerez ſur chacun de ces paralleles des ſignes les points des heures ſelon la hauteur que le ſoleil doit avoir à ces heures au commencement de chaque ſigne; ce que vous connoîtrez par la table précédente, comme il a été enſeigné auparavant. Après quoi il n'y aura plus qu'à joindre par des lignes courbes tous les points d'une même heure, pour avoir le cadran achevé, ſur lequel on connoîtra les heures, comme il a été dit auparavant. Nous avons dit qu'il falloit ſe ſervir d'un petit ſtile élevé droit au centre A: mais au lieu de ſtile, on pourra ſe ſervir de deux pinnules, dont les trous répondent perpendiculairement & à une hauteur égale ſur la ligne AC, ou ſur une autre qui lui ſoit parallele. De cette maniere, au lieu de l'ombre du ſtile, qui doit couvrir la ligne AC, on fera paſſer les rayons du ſoleil par les trous de

chaque pinnule. Et pour connoître l'heure plus facilement, on pourra ajouter au filet qui pend du centre A, une petite perle enfilée, qu'on avancera ſur le ſigne & degré du ſoleil marqué ſur la ligne AC, lorſqu'on voudra connoître l'heure. Cette perle montrera l'heure qu'on cherche, lorſque les rayons du ſoleil paſſeront par les trous des deux pinnules, & que le filet avec ſon plomb pendra librement du centre A, ſans qu'il ſoit beſoin de remarquer où le filet coupe le degré du ſigne courant du ſoleil. Pl. 13. fig. 101.

On voit aiſément que par le moyen d'un ſemblable cadran, on peut connoître l'heure ſans ſoleil, pourvu que l'on ſache le lieu du ſoleil dans le zodiaque, & ſa hauteur au-deſſus de l'horiſon. Comme ſi le ſoleil étant au commencement de ♈ ou de ♎, eſt élevé ſur l'horiſon de 27 degrés & demi, en appliquant une regle bien droite ſur le centre A & ſur le 27 degré & demi du quart de cercle BC, elle coupera le parallele de ♈ & de ♎, au point de 9 heures du matin, ou de 3 heures du ſoir. Ce qui fera connoître qu'il eſt 9 heures du matin, ſi la hauteur du ſoleil a été obſervée avant midi, ou trois heures du ſoir, ſi la hauteur du ſoleil a été priſe après midi.

III.

On peut *connoître l'heure ſans cadran par le moyen de la hauteur du ſoleil & de la table précédente*, en cherchant dans cette table la hauteur trouvée du ſoleil, ou ſa plus proche dans la colonne du ſigne courant du ſoleil, ou de 10 degrés le plus proche; car on trouvera vis-à-vis de cette hauteur l'heure en haut, ſi l'obſervation a été faite le matin, ou en bas, ſi la hauteur du ſoleil a été obſervée après midi.

IV.

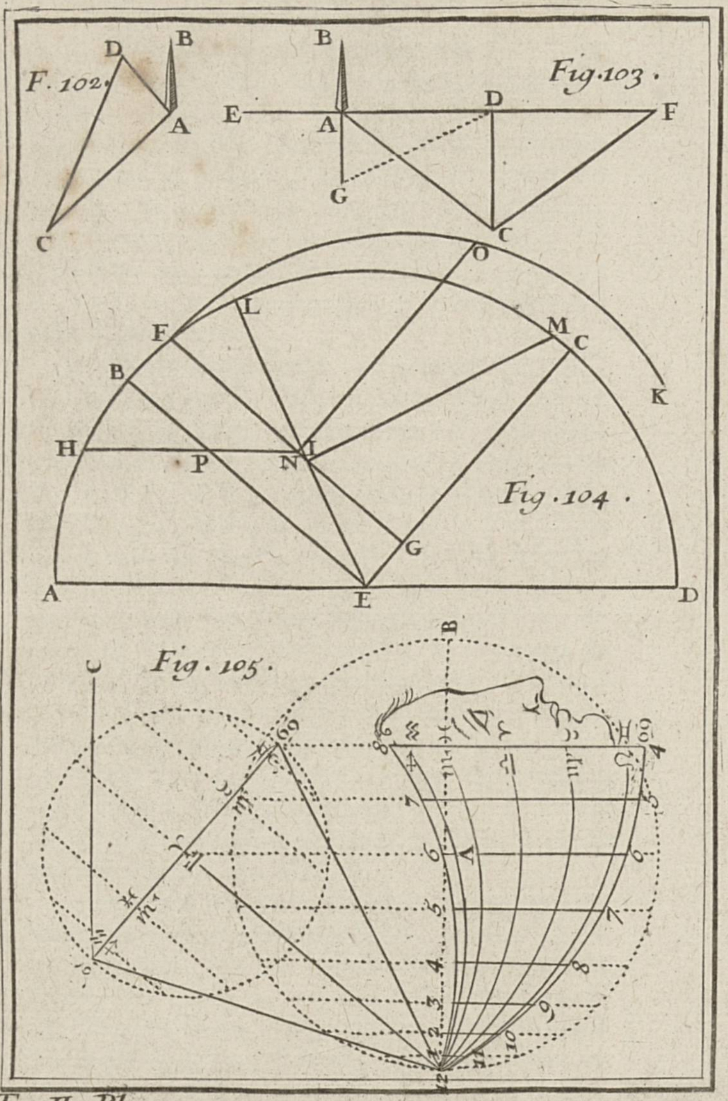
Pl. 14; fig. 102. On peut auſſi connoître l'heure ſans cadran par la géometrie, & par la trigonométrie, comme nous enſeignerons après avoir dit que la hauteur du ſoleil ſe peut prendre par le moyen d'un ſimple quart de cercle, comme vous avez vu, ou bien par le moyen de l'ombre d'un ſtile élevé à angles droits ſur le plan horiſontal ou vertical, en cette ſorte.

Premierement, ſi l'ombre du ſtile AB, élevé à plomb ſur un plan horiſontal, eſt AC, menez à cette ombre AC par le pied du ſtile A, la perpendiculaire AD que vous ferez égale au ſtile AB, & tirez du point D, par l'extrémité C de l'ombre AC, la droite CD, & l'angle ACD ſera l'élévation du ſoleil qu'on cherche.

Fig. 103. Mais ſi vous travaillez ſur un plan vertical, tirez par l'extrémité C de l'ombre AC, la ligne à plomb CD, & par le pied du ſtile A, la ligne horiſontale EF, perpendiculaire à cette ligne CD. Tirez encore par le pied du ſtile A la ligne à plomb AG, que vous ferez égale au ſtile AB; & ayant porté la longeur de la ligne DG ſur l'horiſontale EF, de D en F, joignez la ligne CF; l'angle DFC donnera la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon.

V.

Fig. 104. La hauteur du ſoleil étant ainſi connue, ou autrement, on *connoîtra l'heure du jour par la géométrie*, en cette ſorte. Décrivez à diſcrétion le demi-cercle ABCD, dont le centre eſt E, & le diametre AD: prenez d'un côté l'arc DC égal à l'élevation du pole, & de l'autre côté l'arc AB égal au complément de la même élevation du pole; joi-


F. 102.
D
B
A
C
Fig. 103.
B
E
A
D
F
G
C
O
L
F
M
C
B
K
H
P
N
I
Fig. 104.
G
A
E
D
B
Fig. 105.
C

gnez les droites EB, EC, qui ſeront perpendiculaires l'une à l'autre : la premiere EB repréſentera l'équateur, & la ſeconde EC, l'axe du monde; parce que le point E repréſente le centre du monde, le point C le pole élevé ſur l'horiſon, repréſenté par le diametre AD, & le cercle ABCD repréſente tout enſemble le méridien, & le colure des ſolſtices, en ſuppoſant que ce colure convient avec le méridien. Pl. 14. fig. 104.

Dans cette ſuppoſition, on prendra l'arc BL, égal à la plus grande déclinaiſon du ſoleil, ou de 23 degrés & demi, depuis B vers C, ſi le ſoleil eſt dans les ſignes ſeptentrionaux, ou de l'autre côté vers A, ſi le ſoleil eſt dans les ſignes méridionaux; on tirera du centre E par le point L, la droite EL, qui repréſentera l'écliptique, ſelon les loix de la projection ortographique de la ſphere. Après cela on fera l'arc LM égal à la diſtance du ſoleil au ſolſtice le plus proche. On menera du point M la ligne MI perpendiculaire à l'écliptique EL, qui ſe trouve ici coupée par cette perpendiculaire MI au point I, par où l'on tirera à l'équateur EB, la parallele FG, qui repréſentera le parallele du ſoleil, & qui coupe ici l'axe EC en G. De ce point G, comme centre, on décrira par le point F l'arc de cercle FOK.

Enfin ayant pris l'arc AH égal à la hauteur du ſoleil, menez par le point H à l'horiſon AD, la parallele HN, qui repréſentera l'almicantarat du ſoleil, & donnera ſur le parallele FG, ſon lieu en N, d'où l'on tirera la ligne NO perpendiculaire à la ligne FG. L'arc FO étant converti en tems, en prenant 15 degrés pour une heure, donnera l'heure qu'on cherche, avant ou après midi.

VI.

Pl. 14, fig. 104. L'axe BF fait connoître la déclinaiſon du ſoleil, que l'on peut avoir plus exactement par le moyen de ſa plus grande déclinaiſon, qui eſt de 23 degrés & demi, & de ſa diſtance au plus proche équinoxe, en faiſant cette analogie :

Comme le ſinus total,
Au ſinus de la plus grande déclinaiſon du ſoleil:
Ainſi le ſinus de ſa diſtance au plus proche équinoxe,
A la déclinaiſon qu'on cherche.

VII.

Il eſt évident que quand le ſoleil n'aura point de déclinaiſon, ce qui arrivera au tems des équinoxes, au lieu de tirer la perpendiculaire NO du point N, il faudra la tirer du point P, où l'équateur EB ſe trouve coupé par l'almicantarat HI, pour avoir en ce jour des équinoxes l'heure qu'on cherche. Mais on pourra la trouver dans ce cas plus exactement par cette analogie :

Comme le ſinus du complément de l'élevation du pole,
Au ſinus de la hauteur du ſoleil;
Ainſi le ſinus total,
Au ſinus de la diſtance du ſoleil à ſix heures.

VIII.

Lorſque le ſoleil aura une déclinaiſon, on l'ôtera de 90 degrés, ſi elle eſt ſeptentrionale; ou on

l'ajoutera à 90 degrés, ſi elle eſt méridionale, pour avoir la diſtance du ſoleil au pole, par le moyen de laquelle, & de l'élevation du pole avec la hauteur du ſoleil, on trouvera par la trigonometrie l'heure du jour en cette ſorte.

Ajoutez enſemble ces trois choſes, le complément de la hauteur du ſoleil, le complément de l'élevation du pole, & la diſtance du ſoleil au pole. Otez ſéparément de la moitié de leur ſomme le complément de l'élevation du pole, & la diſtance du ſoleil au pole, pour avoir deux différences, qui, avec le complément de l'élevation du pole, & la diſtance du ſoleil au pole, ſerviront à faire ces deux analogies.

1.

Comme le ſinus de la diſtance du ſoleil au pole,
Au ſinus de l'une des deux différences;
Ainſi le ſinus de l'autre différence,
A un quatrieme ſinus.

2.

Comme le ſinus du complément de l'élevation du pole,
Au quatrieme ſinus trouvé;
Ainſi le ſinus total,
A un ſeptieme ſinus.

Lequel, étant multiplié par le ſinus total, donnera un produit, dont la racine quarrée ſera le ſinus de la moitié de la diſtance du ſoleil au méridien.

PROBLEME XX.

Décrire un cadran portatif ſur une carte.

LE cadran que nous allons décrire eſt ordinairement appellé *le capucin*, parce qu'il reſſemble à la tête d'un capucin, qui a ſon capuchon renverſé. Il ſe peut décrire ſur une petite piece de carton, ou bien ſur une carte en cette ſorte.

Pl. 14, fig. 105. Ayant décrit à volonté une circonférence de cercle, dont le centre eſt A, & le diametre B 12, diviſez cette circonférence en 24 parties égales, ou de 15 degrés en 15 degrés, en commençant depuis le diametre B 12. Joignez les deux points de diviſion également éloignés du diametre B 12 par des lignes droites paralleles entr'elles, & perpendiculaires à ce diametre B 12. Ces paralleles ſeront les lignes horaires, dont celle qui paſſe par le centre A, ſera la ligne de ſix heures.

Après cela faites au point 12, avec le diametre B 12, l'angle B 12 ♈, égal à l'élevation du pole, & ayant mené par le point ♈, où la ligne 12 ♈ coupe la ligne de ſix heures, la ligne indéfinie ♋ ♑, perpendiculaire à la ligne 12 ♈, vous terminerez cette ligne ♋ ♑ aux points ♋ ♑ par les lignes 12 ♋, 12 ♑, qui feront avec la ligne 12 ♈, chacune un angle de 23 degrés & demi, telle qu'eſt la plus grande déclinaiſon du ſoleil.

On trouvera ſur cette perpendiculaire ♋ ♑ les points des autres ſignes, en décrivant du point ♈, comme centre, par les points ♋, ♑, une circonférence de cercle, & en la diviſant en douze parties égales, ou de 30 degrés en 30 degrés, pour les commencemens des douze ſignes du zodiaque

diaque. Joignez deux points de diviſion oppoſés & également éloignés des points ♋, ♑, par des lignes paralleles entr'elles & perpendiculaires au diametre ♋ ♑, qui donneront ſur ce diametre les commencemens des ſignes, d'où comme centres on décrira par le point 12 des arcs de cercle, qui repréſenteront les paralleles des ſignes, auſquels par conſéquent on ajoutera les mêmes caracteres, comme vous voyez dans la figure. Pl. 14 fig. 105.

Ces arcs des ſignes ſerviront à connoître les heures aux rayons du ſoleil, en cette ſorte. Ayant tiré à volonté la ligne C ♑, parallele au diametre B 12, élevez à ſon extrêmité C un petit ſtile bien droit, & tournez le plan du cadran en ſorte que le point C regardant obliquement le ſoleil, l'ombre du ſtile couvre la ligne C ♑. Alors un filet pendant librement avec ſon plomb du point du degré du ſigne courant du ſoleil, marqué ſur la ligne ♋ ♑, montrera en bas ſur l'arc du même ſigne l'heure qu'on cherche.

REMARQUES.

I.

Afin que le filet ſe puiſſe mettre facilement ſur le degré du ſigne courant du ſoleil, il faut que le plan du cadran ſoit fendu le long de la ligne ♋ ♑. De cette maniere on pourra facilement avancer le filet à tel point que l'on voudra de cette ligne, & l'arrêter à ce point. Si l'on enfile à ce filet une petite perle, on pourra ſe paſſer des arcs des ſignes pour connoître l'heure du jour, en avançant la perle au point 12, lorſque le filet aura été arrêté au degré du ſigne courant du ſoleil. Cette perle montrera l'heure qu'on cherche, lorſ-

Pl. 14, fig. 105. que le point C aura été tourné droit vers le ſoleil, enſorte que, comme nous avons dit, l'ombre du ſtile couvre la ligne C ♑.

II.

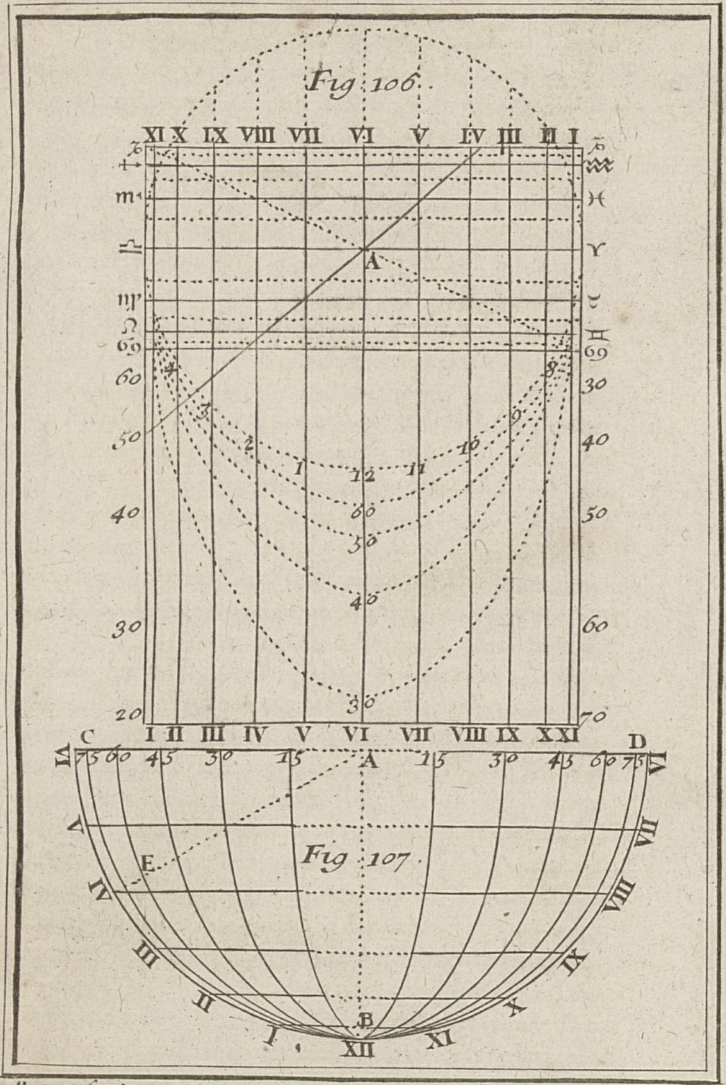
On auroit pu marquer les ſignes plus exactement ſur la ligne ♋ ♑, en faiſant au point 12 avec la ligne 12 ♈ de part & d'autre des angles égaux à la déclinaiſon de ces ſignes : mais comme l'erreur n'eſt pas conſidérable lorſque le cadran eſt petit, comme il arrive ordinairement, on aura plutôt fait de ſuivre la méthode précédente.

III.

Ce cadran tire ſon origine d'un certain cadran rectiligne univerſel, qui a été autrefois publié par le P. de Saint-Rigaud, jéſuite, ſous ce titre : *Analemma novum*. Voici la maniere qu'il nous a enſeigné pour ſa conſtruction & pour ſon uſage.

Pl. 15, fig. 106. Décrivez, comme auparavant, les lignes horaires par le moyen d'un cercle diviſé en 24 parties égales, qui a le point A pour centre, & la ligne ♈ ♎ pour diametre, à laquelle toutes les lignes horaires ſont perpendiculaires, dont celle qui paſſe par l'extrêmité ♈, repréſente la ligne de midi, & celle qui paſſe par l'autre extrêmité ♎, repréſente la ligne de minuit. Prenez le diametre ♈ ♎ pour l'équateur, & décrivez les paralleles des autres ſignes par des lignes droites, en cette ſorte.

Prenant le diametre ♈ ♎ pour l'équateur, faites avec cette ligne au centre A un angle égal à la plus grande déclinaiſon du ſoleil, ou de 23 degrés & demi, par la ligne droite ♋ ♑, qui ſera priſe pour l'écliptique, & qui ſe trouvera coupée



Berey Sculp. To. II. Pl. 15.

par les lignes horaires de 15 degrés en 15 degrés, en des points, par leſquels on tirera des lignes droites paralleles entr'elles & à l'équateur ♈ ♎, qui repréſenteront les commencemens des ſignes & de leurs moitiés. Pl. 15, fig. 106.

Enfin tirez du centre A, par les degrés du demi-cercle d'en bas, des lignes droites de cinq en cinq, ou de dix en dix degrés. Prolongez-les juſqu'à ce qu'elles rencontrent chacune des deux lignes méridiennes ♋ 70, ♋ 20 où vous ajouterez des chiffres, de maniere que les chiffres d'une ligne méridienne faſſent avec les chiffres correſpondans de l'autre 90 degrés, pour avoir ainſi les degrés de latitude marqués ſur chaque ligne méridienne, qui ſerviront à connoître l'heure en cette ſorte.

Tirez du centre A au degré de la latitude du lieu où vous êtes, qui eſt marqué ſur la ligne de minuit ♋ 20, comme au degré 50, ſi le pole eſt élevé ſur votre horiſon de 50 degrés, la droite A 50, qui repréſentant cet horiſon, fera connoître l'heure du lever & du coucher du ſoleil, au point où elle coupera le parallele du degré du ſigne où le ſoleil ſera pour lors. Attachez à ce point un filet pendant avec ſon plomb, ayant une petite perle enfilée, afin que le filet étant étendu depuis le même point, ſur le degré de la même latitude marqué ſur la ligne de midi ♋ 70, cette perle ſe puiſſe avancer ſur ce degré de latitude; après quoi la perle demeurant immobile à l'endroit du filet où elle ſe trouvera, on laiſſera pendre ce filet librement avec ſon plomb & ſa perle immobile, pour pouvoir connoître l'heure du jour aux rayons du ſoleil, par une méthode ſemblable à la précédente, comme vous allez voir.

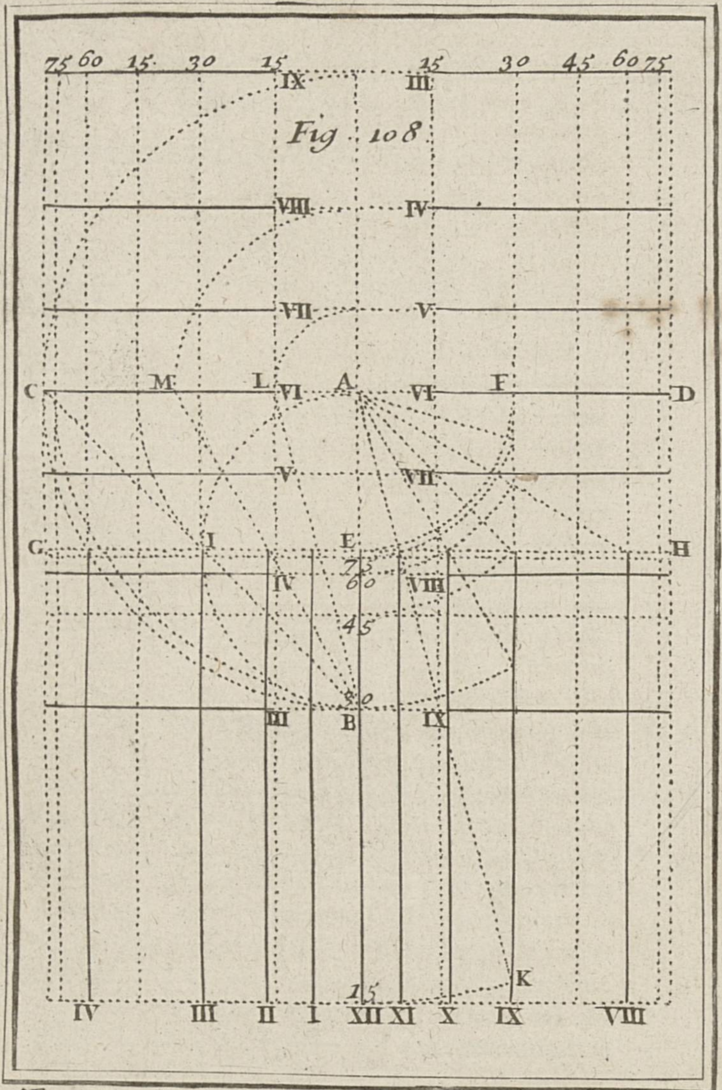
Pl. 15, fig. 106. Elevez un petit ſtile bien droit à l'extrêmité ♎ de la ligne ♈ ♎, ou de quelqu'autre qui lui ſoit parallele, & le point ♎ étant tourné obliquement vers le ſoleil, en ſorte que le filet pendant librement avec ſon plomb, l'ombre du ſtile couvre ſa ligne: la perle fera connoitre l'heure qu'on cherche.

IV.

Voilà ce que nous avons appris du P. de S. Rigaud, & voici ce que nous avons ajouté à ſon analemme. On peut le faire ſervir de cadran horiſontal univerſel, en prenant la ligne de ſix heures pour la méridienne, & le centre A pour le centre du cadran; auquel cas la ligne ♈ ♎ ſera la ligne de ſix heures, & en portant ſur les lignes horaires depuis la ligne de ſix heures ♈ ♎ les parties des horiſons terminées par les lignes horaires, en les prenant depuis le centre A. De cette maniere on aura des points ſur les lignes horaires, qui étant joints par des lignes courbes, formeront des ellipſes qui repréſenteront les cercles de latitude, ſur leſquelles on connoîtra les heures aux rayons du ſoleil par l'ombre de l'axe qui doit faire avec la méridienne au centre A, un angle égal à l'élevation du pole.

V.

Mais on peut décrire autrement & très-facilement un cadran horiſontal elliptique univerſel, comme nous enſeignerons après vous avoir enſeigné dans le problême ſuivant deux manieres différentes de décrire un cadran horiſontal rectiligne univerſel.



To. II. Pl. 16. Berey fecit

PROBLEME XXI.

Décrire un cadran horiſontal rectiligne univerſel.

I.

AYant tiré par le centre du cadran A, pris à volonté ſur un plan horiſontal, les deux lignes perpendiculaires AB, CD, prenez la premiere AB pour la méridienne, & la deuxieme C D pour la ligne de ſix heures; puis décrivez à diſcrétion du centre A, le quart de cercle EF: menez par le point E, la ligne GH perpendiculaire à la méridienne, qui repréſentera le 90e degré de latitude, & par le point F, la ligne FK parallele à la même méridienne, qui repréſentera la ligne de 9 heures, & le 30e cercle de latitude à l'égard des lignes horaires qui lui ſont perpendiculaires. Diviſez le quart de cercle EF en ſix parties égales, ou de 15 degrés en 15 degrés. Tirez du centre A par les points de diviſion des lignes droites, qui donneront ſur la ligne GH, les points des autres heures, par où l'on tirera les autres lignes horaires, paralleles à la méridienne. On omettra les lignes de 5 & de 7 heures, pour ne pas donner une trop grande largeur au cadran. Pour le faire encore moins large, on pourroit auſſi omettre les lignes de 4 & de 8 heures, qui repréſentent le 60e degré de latitude, à l'égard des lignes horaires qui leur ſont perpendiculaires, & qui ſuppléeront au défaut des lignes horaires qui auront été négligées; je parle de celles qui ſont paralleles à la méridienne AB. Pl. 16, fig. 108.

Ces mêmes lignes droites qui partent du centre A, étant prolongées, donneront ſur la ligne FK de 9 heures, des points par où l'on décrira du cen-

Pl. 16, fig. 108. tre A, des arcs de cercle qui donneront ſur la méridienne AB les points 15, 30, 45, 60, 75. Par ces points on menera autant de lignes droites paralleles entr'elles & à la ligne GH, ou perpendiculaires à la méridienne AB, qui repréſenteront les cercles de latitude de 15 degrés en 15 degrés, à l'égard des lignes horaires paralleles à la méridienne AB.

Pour avoir d'autres cercles de latitude & d'autres lignes horaires, qui ſerviront au défaut de celles qui ont été négligées, décrivez du point E par le centre A, le demi-cercle AIB, & diviſez ſa circonférence en ſix parties égales, ou de 30 degrés en 30 degrés. Du centre A, & par les points de diviſion, décrivez des arcs de cercle, qui donneront ſur la ligne de ſix heures des points par où l'on tirera des lignes paralleles à la méridienne AB, qui repréſenteront des cercles de latitude de 15 degrés en 15 degrés.

Pour décrire les lignes horaires qui conviennent à ces cercles de latitude, & qui doivent être paralleles à la ligne de ſix heures, telle qu'eſt la ligne de 3 & de 9 heures, qui paſſe par le point B, & qui repréſente le 30e cercle de latitude à l'égard des premieres lignes horaires, tirez du point B, par les points de diviſion du demi-cercle AIB, des lignes droites qui étant prolongées donneront ſur la ligne de ſix heures les points L, M, C. Les diſtances AL, AM, AC, étant portées de part & d'autre du centre A, ſur la ligne méridienne AB, donneront des points par leſquels on tirera des lignes paralleles à la ligne de ſix heures.

On connoîtra les heures dans ce cadran univerſel, comme dans le précédent, en tournant le centre A droit au midi, comme aux cadrans hori-

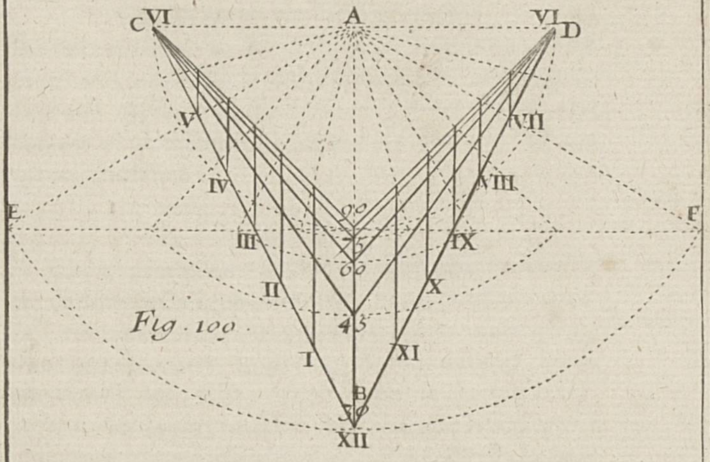


Fig. 109.

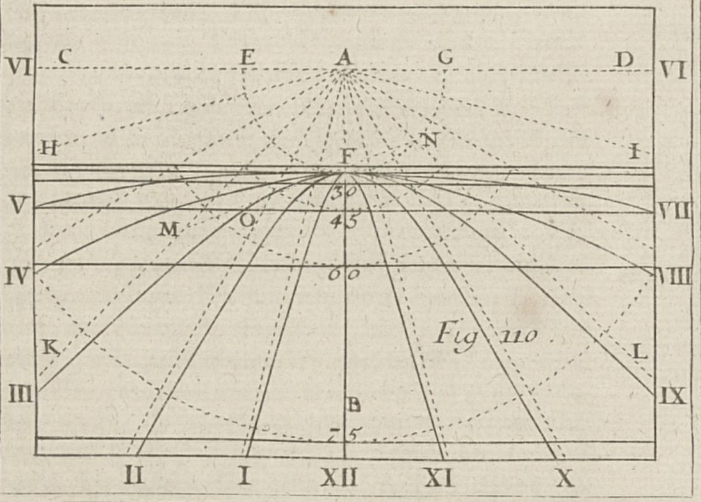


Fig. 110.

N°.

ſontaux ordinaires, & en mettant au même centre A un axe élevé ſur la méridienne à un angle de la latitude du lieu où l'on eſt. L'ombre de cet axe donnera ſur la ligne de la même latitude l'heure qu'on cherche.

II.

On peut autrement & plus facilement décrire un cadran rectiligne univerſel ſur un plan horiſontal, en cette ſorte. Ayant mené, comme auparavant par le centre du cadran A, les deux perpendiculaires AB, CD, & par le point 90 pris à diſcrétion ſur la méridienne AB, la ligne EF perpendiculaire à la même méridienne, décrivez du centre A, par le point 90, le demi cercle C90D, qui coupe ici la ligne de ſix heures CD en C & D. Par ces points C, D, & par le point 90, tirez les droites C 90, D 90. Diviſez la circonférence de ce demi cercle en douze parties égales, ou de 15 degrés en 15 degrés, & tirez du centre A par les points de diviſion des lignes droites qui donneront ſur chacune des deux lignes C 90, D 90, des points par où l'on tirera les lignes horaires paralleles à la méridienne. Ces mêmes lignes, qui partent du centre A, étant prolongées, rencontreront la ligne EF, en des points par où l'on décrira du centre A des arcs de cercle qui donneront ſur la méridienne les points 30, 45, 60, 75. Par ces points on tirera aux deux points C, D, autant de lignes droites, qui repréſenteront les cercles de latitude de 15 degrés en 15 degrés. Le cadran ſera achevé, & l'on connoîtra les heures aux rayons du ſoleil, comme dans le précédent. Pl. 17, N°. 1, fig. 109.

REMARQUES.

On peut *rendre univerſel un cadran horiſontal décrit pour quelque latitude particuliere que ce ſoit*, en deux manieres; l'une par le moyen des lignes horaires, l'autre ſeulement par le moyen de la ligne équinoctiale diviſée en heures, comme vous allez voir.

I.

Pl. 11, fig. 97. La premiere maniere ſe pratique en élevant le plan du cadran horiſontal au-deſſus de l'horiſon du lieu où l'on eſt, vers le ſeptentrion, ſi la latitude de ce lieu eſt plus grande que celle pour laquelle le cadran a été fait, ou vers le midi ſi elle eſt plus petite, des degrés de la différence de ces deux latitudes. Alors l'axe de l'ombre IK montrera les heures aux rayons du ſoleil, lorſque le centre I ſera tourné droit au midi.

II.

La ſeconde maniere ſe pratique en mettant au point O, ſection de la méridienne DI & de l'équinoctiale AB, un petit plan perpendiculaire ſemblable au triangle rectangle OKI, qui ſoit mobile autour de ce point O, en telle ſorte que le côté OK faſſe avec la méridienne OL, qui doit être fendue en cet endroit, un angle égal au complément de l'élevation du pole ſur l'horiſon du lieu où l'on eſt. Alors l'ombre de l'axe KI montrera ſur l'équinoctiale AB l'heure qu'on cherche, lorſque le centre I ſera tourné directement vers le midi.

PROBLEME XXII.

Décrire un cadran horiſontal elliptique univerſel.

AYant mené, comme dans le problême précédent, par le centre du cadran A pris à diſcrétion ſur un plan horiſontal, les deux perpendiculaires AB, CD, & décrit du même centre A le demi-cercle CBD d'une grandeur priſe à volonté, diviſez ſa circonférence en douze parties égales, ou de 15 degrés en 15 degrés. Joignez deux points de diviſion oppoſés & également éloignés de la ligne de ſix heures CD, par des lignes droites perpendiculaires à la méridienne AB, ou paralleles à la ligne de ſix heures CD, qui repréſenteront les autres lignes horaires, ſur leſquelles on marquera les points de latitude, en cette ſorte. Pl. 15. fig. 107.

Pour marquer ſur chaque ligne horaire le point, par exemple, du 60e degré de latitude, faites au centre A, avec la méridienne AB, un angle de 60 degrés par la ligne AE. Portez les diſtances perpendiculaires des points où la méridienne ſe trouve coupée par les lignes horaires à la ligne A E, ſur les lignes horaires oppoſées, depuis la méridienne AB de part & d'autre en des points que vous joindrez par une ligne courbe, qui ſera la circonférence d'une demi-ellipſe, & qui repréſentera le 60e cercle de latitude. C'eſt ainſi que nous avons repréſenté les autres cercles de latitude de 15 degrés en 15 degrés, par le moyen deſquels on connoîtra les heures aux rayons du ſoleil, comme il a été enſeigné au problême précédent.

PROBLEME XXIII.

Décrire un cadran horiſontal hyperbolique univerſel.

Pl. 17, N°. 1, fig. 110. AYant mené, comme auparavant, par le centre du cadran A, les deux lignes perpendiculaires AB, CD, & décrit à volonté du même centre A, le demi-cercle EFG diviſé en douze parties égales, ou de 15 degrés en 15 degrés; tirez de centre A, par les points de diviſion, des lignes indéfinies, au-dedans deſquelles, comme entre des aſymptotes, vous décrirez par le point F pris à diſcrétion ſur la méridienne AB, des hyperboles, qui repréſenteront les lignes horaires.

Après cela, menez par le même point F, à la méridienne AB, la perpendiculaire HI, qui repréſentera le 90e cercle de latitude & qui ſe trouvera coupée par les aſymptotes tirées du centre A en des points par où vous décrirez, du même centre A, des arcs de cercle qui donneront ſur la méridienne AB les points 75, 60, 45, 30, 15. Par ces points vous menerez à la même méridienne AB, autant de perpendiculaires, qui repréſenteront les cercles de latitude de 15 degrés en 15 degrés, par le moyen deſquels on connoîtra les heures au ſoleil, comme dans le cadran précédent.

REMARQUE.

Ceux qui entendent les ſections coniques, ſçavent que pour décrire une hyperbole par le point F, entre les aſymptotes AK, AL, par exemple, il faut tirer à diſcrétion par le point F, la ligne

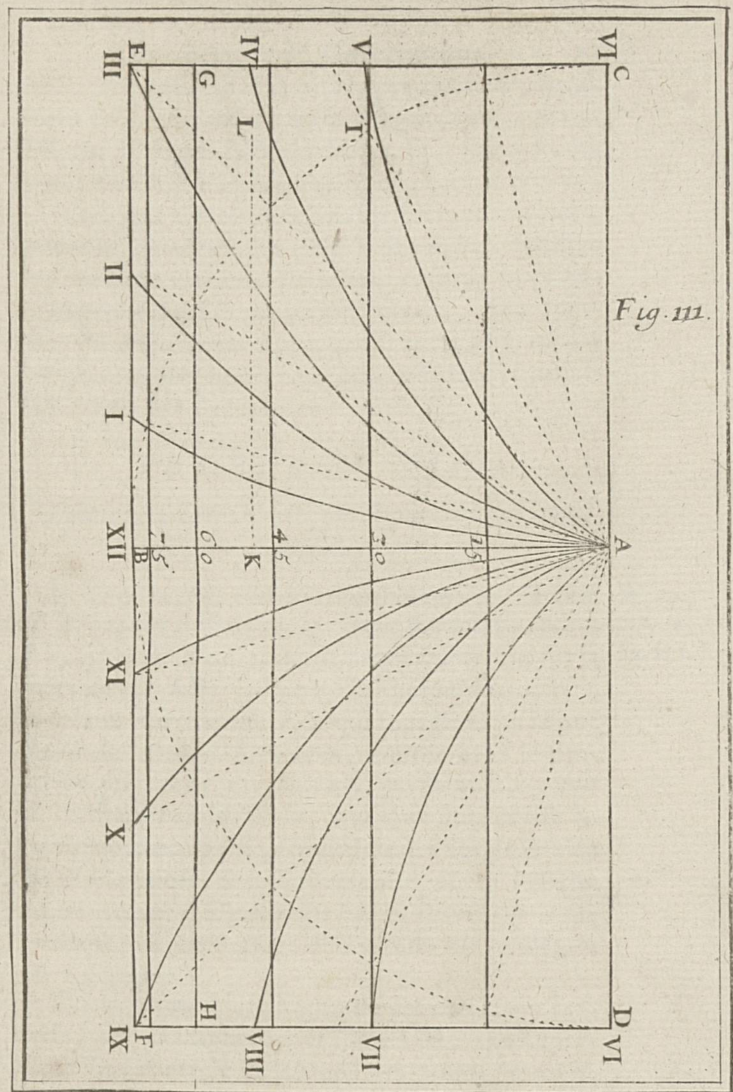


Fig. 111.

MN, terminée en M & en N, par les deux aſymptotes AK, AL, & porter la longueur de la partie FN ſur la ligne MN de M en O, qui ſera un point de l'hyperbole qu'on veut décrire, &c.

Ceux qui n'entendent pas les ſections coniques, pourront marquer les points des lignes horaires ſur chaque cercle de latitude, comme nous enſeignerons dans le problême ſuivant, pour joindre les points qui appartiendront à une même heure, par des lignes courbes, qui ſeront néceſſairement des hyperboles.

PROBLEME XXIV.

Décrire un cadran horiſontal parabolique univerſel.

AYant mené, comme auparavant, par le centre du cadran A, les deux perpendiculaires AB, CD, tirez du point B, pris à diſcrétion ſur la méridienne AB, la ligne EF, perpendiculaire à la même méridienne AB, qui repréſentera le 90ᵉ degré de latitude. Décrivez, comme dans le problême précédent, du centre A, par le même point B, le demi-cercle CBD, qui doit être diviſé en douze parties égales, pour joindre les points de diviſion oppoſés & également éloignés de la ligne de ſix heures CD, par des lignes droites, qui repréſenteront les cercles de latitude de 15 degrés en 15 degrés. Pl. 17, N°. 2, fig. 111.

On marquera ſur chacun de ces cercles de latitude, par exemple ſur la ligne GH, qui repréſente le 60ᵉ cercle de latitude, les points horaires, en cette ſorte. Du point 60, ſection de la méridienne AB & de la ligne GH, menez une perpendiculaire à la ligne AI, qui fait au centre A,

Pl. 17, N°. 2. fig. 111. avec la méridienne AB, un angle de 60 degrés. Portez cette perpendiculaire ſur la méridienne AB, du centre A en K. Par ce point K vous menerez la ligne KL perpendiculaire à la méridienne AB. Cette perpendiculaire KL ſe trouvera coupée par les lignes droites qui ſont tirées du centre A par les douze diviſions du demi-cercle CBD en des points, dont les diſtances priſes depuis K, & portées ſur la ligne GH, de part & d'autre depuis le point 60, donneront ſur cette ligne GH (qui dans ce cas eſt conſidérée comme une ligne équinoctiale, à l'égard de l'axe AI) les points horaires qu'on cherche.

C'eſt de la même façon que l'on marquera ſur les autres lignes de latitude, conſidérées comme autant de lignes équinoctiales, les points horaires, dont ceux qui appartiendront à la même heure ſeront joints par des lignes courbes, qui repréſenteront les lignes horaires, & qui feront des paraboles, ayant le centre A pour ſommet commun, & la ligne de ſix heures CD pour axe commun. On connoîtra les heures dans ce cadran comme dans le précédent.

PROBLEME XXV.

Décrire un cadran ſur un plan horiſontal, où l'on puiſſe connoître les heures au ſoleil ſans l'ombre d'aucun ſtile.

CE cadran ſe fait ordinairement en deux manieres, par la table des verticaux du ſoleil, telle qu'eſt la ſuivante, qui montre le vertical du ſoleil depuis le méridien à chaque heure du jour au commencement de chaque ſigne du zodiaque,

pour la latitude de 49 degrés; ou bien ſans aucune table, par la projection ſtéréographique de la ſphere, comme vous allez voir.

Table des verticaux du ſoleil depuis le méridien, à chaque heure du jour, pour la latitude de 49 degrés.

A.	XI.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI.	V.	IV.
S.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D. M.	D. M.	D. M.
♋	30.17	53.40	70.30	83.57	95.20	105.56	116.28	127.26
♌ ♊	27.58	50.33	67.34	81. 6	92.45	103.35	114.56	
♍ ♉	23.30	43.52	60.29	74.17	86.21	97. 36		
♎ ♈	19.33	37.25	52.58	66.57	78.34			
♏ ♓	16.42	32.25	46.30	59.28	71.12			
♐ ♒	14.56	29.11	42.23	54.56				
♑	13.19	28. 2	40.48					
H.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.

I.

Pour décrire premierement ce cadran par le moyen de la table précédente, qui l'a fait appeller *cadran azimutal*, décrivez ſur le plan horiſontal, que je ſuppoſe mobile, le parallelogramme rectangle ABCD. Diviſez chacun des deux côtés oppoſés AB, CD, en deux également aux points E, F. Joignez ces points par la droite EF, qui ſera priſe pour la méridienne. Prenez à diſcrétion ſur cette ligne EF le point G pour le pied du ſtile, & les deux points F, H, pour les points ſolſtitiaux de ♋ & de ♑, par leſquels vous décrirez du point G, comme centre, deux circonféren- Pl. 18, fig. 112.

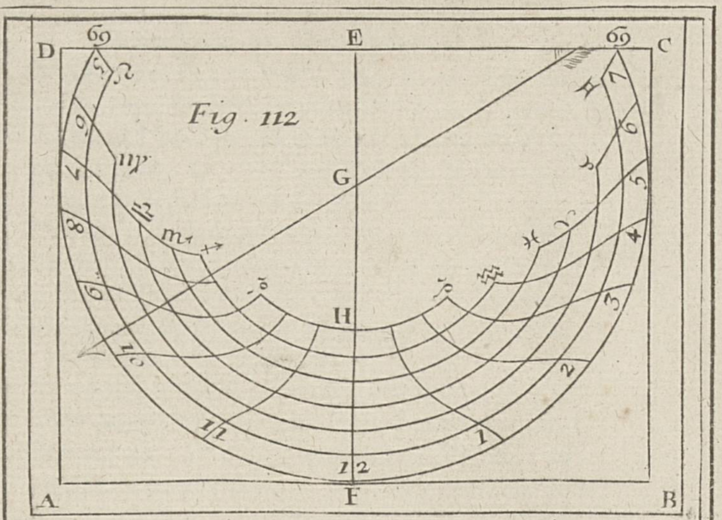
Pl. 18, fig. 112. ces de cercle, qui repréſenteront les tropiques, ou les commencemens du ♋ & du ♑.

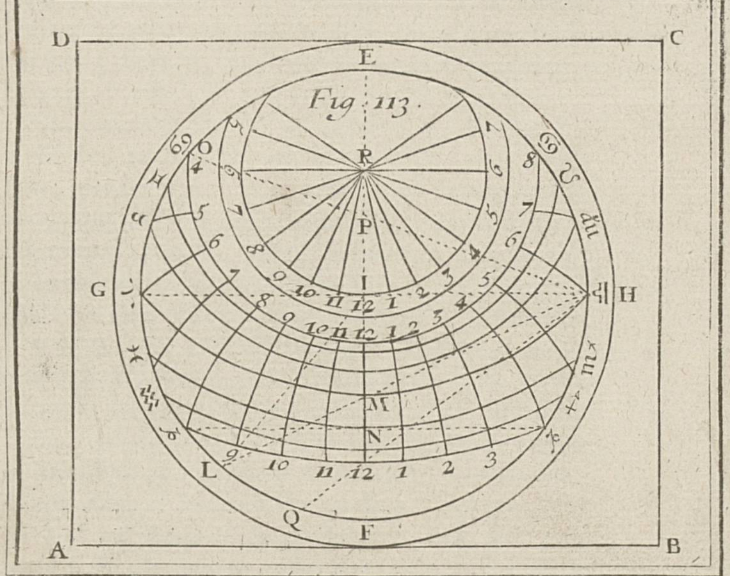
Pour repréſenter les paralleles du commencement des autres ſignes, diviſez l'eſpace FH en ſix parties égales. Décrivez du même point G, par les points de diviſion, d'autres arcs de cercle, qui repréſenteront les commencemens des ſignes. Vous marquerez les points des heures, en prenant de part & d'autre depuis la méridienne EF ſur ces arcs, les degrés du vertical du ſoleil, tels qu'on les trouve dans la table précédente à chaque heure du jour, pour le commencement de chaque ſigne, & en joignant les points qui appartiendront à une même heure, par des lignes courbes, qui ſeront les lignes horaires. Le cadran ſera achevé, & l'on pourra connoître l'heure ſans ſtile, en cette ſorte.

Appliquez au centre G des arcs des ſignes une aiguille aimantée élevée ſur un petit pivot, autour duquel elle puiſſe tourner librement, comme dans les bouſſoles ordinaires. Tournez le point E directement vers le ſoleil, en ſorte que chacun des deux côtés AD, BC, qui ſont paralleles à la ligne méridienne EF, ceſſant d'être éclairé du ſoleil, ne faſſe aucune ombre. Alors l'aiguille aimantée montrera ſur le ſigne courant du ſoleil l'heure qu'on cherche.

II.

Pl. 18, fig. 133. Pour décrire ce cadran par le moyen de la projection ſtéréographique de la ſphere (lequel dans ce cas prend le nom d'*aſtrolabe horiſontal*) tirez par le centre I du quarré ABCD, les deux lignes perpendiculaires EF, GH, dont l'une, comme EF, qui eſt parallele au côté AD, étant priſe pour





Berey sculp. To. II. Pl. 18.

la méridienne, l'autre GH, qui eſt parallele au côté AB, repréſentera le premier vertical, parce que le point I repréſente le zenit. De ce point I, comme centre, décrivez à diſcrétion le cercle E ♈ F ♎, qui repréſentera l'horiſon. Pl. 18, fig. 113.

Prenez ſur la circonférence de ce cercle, d'un côté l'arc EO égal à l'élevation du pole ſur l'horiſon, & de l'autre côté l'arc FL égal au complément de la même élevation du pole. Tirez du point ♎, par le point O, la droite ♎ O, qui donnera ſur la méridienne le pole en P, par lequel & par les deux points ♈ ♎, vous ferez paſſer une circonference de cercle qui repréſentera le cercle de ſix heures. Tirez encore du même point ♎ par le point L, la droite ♎ L, qui donnera ſur la méridienne le point M, par lequel, & par les deux mêmes points ♈, ♎, vous décrirez une circonference de cercle ♈ M ♎, qui ſera l'équateur.

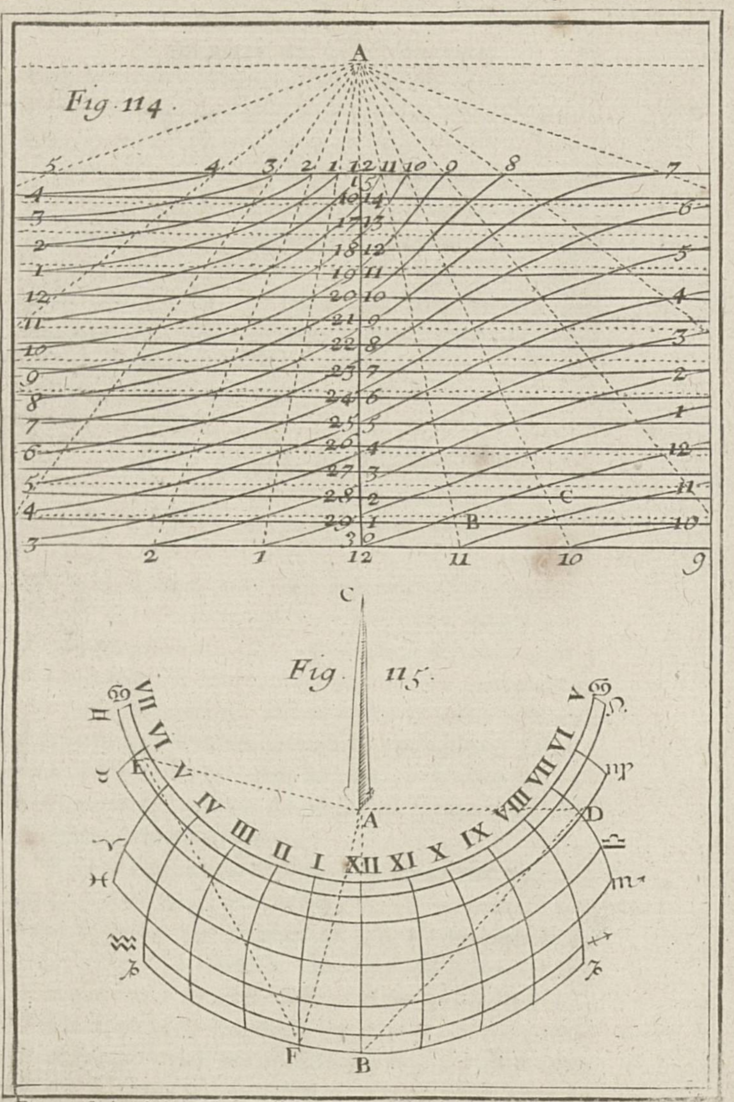
On pourroit diviſer ce cercle, ou équateur, ♈ M ♎, en heures, ou de 15 degrés en 15 degrés, par les regles de la projection ſtéréographique, pour décrire par chaque deux points diamétralement opposés, & par le pole P, des circonferences de cercle, qui ſeroient les lignes horaires. Mais on aura plutôt fait de prendre ſur l'horiſon E ♈ F ♎, de part & d'autre, depuis les deux points E, F, les arcs de l'horiſon compris entre le cercle méridien & les cercles horaires, qui ſont égaux aux angles que font les lignes horaires avec la méridienne au centre d'un cadran horiſontal, & qui dans la latitude de 49 degrés doivent être de 11° 26′ pour 1 & 11 heures, de 23° 33′. pour 2 & 10 heures, de 37° 3′. pour 3 & 9 heures, de 52° 35′ pour 4 & 8 heures; & de 70° 27′ pour 5 & 7 heures. Pour décrire les

Pl. 18, fig. 113. lignes, ou cercles horaires, comme auparavant, il ſuffira de marquer ces lignes horaires entre les deux tropiques, que l'on décrira avec les paralleles des autres ſignes du zodiaque, en cette ſorte.

Pour décrire les paralleles des ſignes, on ſe ſervira de leur déclinaiſon, qui eſt de 23° 30′ pour ♋, ♑, de 20° 12′. pour ♊, ♌, ♒, ♐, & de 11° 30′. pour ♉, ♍, ♓, ♏, par le moyen de laquelle on trouvera trois points de chaque ſigne, un ſur la méridienne EF, & deux ſur l'horiſon E ♈ F ♎. On décrira par ces trois points une circonférence de cercle, qui ſera le parallele du ſigne qu'on cherche.

Mais pour trouver ces trois points, par exemple, pour le tropique du ♑, prenez depuis L, qui répond au point équinoctial M vers F (parce que ce ſigne eſt méridional; car s'il étoit ſeptentrional, il faudroit prendre depuis L vers ♈) l'arc LQ, de 23° 30′, telle qu'eſt la déclinaiſon du ♑. Tirez du point ♎, par le point Q, la droite ♎ Q, qui donnera ſur la méridienne EF le point 12 du ♑. Si par le point Q on tire à la ligne LI, la parallele QN, & par le point N, où cette ligne QN coupe la méridienne, la ligne ♑ N ♑ perpendiculaire à la même méridienne, on aura ſur l'horiſon E ♈ F, ♎ les deux points ♑, ♑, par leſquels, & par le point 12, on décrira l'arc de cercle ♑ 12 ♑, qui repréſentera le tropique du ♑.

C'eſt de la même façon que l'on repréſentera les paralleles des autres ſignes, & le cadran ſera achevé, où l'on connoîtra les heures, comme dans le précédent: ou bien en élevant au point I un ſtile bien droit d'une longueur priſe à diſcrétion, & en tournant le point E directement vers



Berey fecit — To. II. Pl. 19.

le ſoleil; alors l'ombre de ce ſtile montrera ſur le ſigne courant du ſoleil l'heure qu'on cherche: ou bien encore de la maniere qui ſuit.

Décrivez ſur la même méridienne EF un cadran horiſontal ordinaire, dont le centre ſoit, par exemple, R, où vous ajouterez un axe qui s'appuye ſur le ſtile droit élevé en I. Tournez le plan du cadran, en ſorte que l'ombre de l'axe montre dans ſon cadran la même heure que l'ombre du ſtile dans le ſien. Alors cette heure ſera celle qu'on cherche.

PROBLEME XXVI.

Décrire un cadran à la lune.

QUoique nous ayons déja parlé de ce cadran, du ſuivant, & des précédens, dans notre traité de gnomonique, qui fait la ſeconde partie du cinquieme & dernier volume de notre cours de mathématique; néanmoins comme ces cadrans m'ont ſemblé curieux & agréables, j'ai cru que je devois les ajouter ici, pour ceux qui ſe contenteront d'avoir ce traité de récréations mathématiques & phyſiques.

Pour décrire un cadran à la lune ſur quelque plan que ce ſoit, par exemple, ſur un plan horiſontal, tracez ſur ce plan un cadran horiſontal au ſoleil pour la latitude du lieu où vous ſerez, comme nous avons enſeigné au problême IX. Tirez à volonté les deux lignes 57, 39, paralleles entr'elles, & perpendiculaires à la méridienne A 12, dont la premiere 57 étant priſe pour le jour de la pleine-lune, la deuxieme 39 repréſentera le jour de la nouvelle-lune, où les heures Pl. 19, fig. 114.

Pl. 19, fig. 114. lunaires conviennent avec les ſolaires : ce qui fait que les points horaires marqués ſur ces deux paralleles par les lignes horaires qui partent du centre du cadran A, ſont communs au ſoleil & à la lune.

Cette préparation étant faite, diviſez l'eſpace terminé par les deux lignes paralleles 39, 57, en douze parties égales. Menez à ces deux mêmes lignes par les points de diviſion autant de lignes paralleles, qui repréſenteront les jours de la lune auxquels elle s'éloigne ſucceſſivement par ſon mouvement propre vers l'orient d'une heure, auxquels par conſéquent elle ſe leve plus tard d'une heure chaque jour. De ſorte que la premiere parallele 4, 10, ſera le jour auquel la lune ſe leve d'une heure plus tard que le ſoleil, auquel cas le point B, par exemple, de 11 heures à la lune ſera le point de midi au ſoleil ; & la ſuivante 5, 11, repréſentera le jour auquel la lune ſe leve deux heures plus tard que le ſoleil : auquel cas le point C, par exemple, de 10 heures à la lune, ſera le point de midi au ſoleil, & ainſi des autres.

Il eſt évident que ſi l'on joint les points 12, B, C, & tous les autres qui appartiendront à midi, & que l'on peut trouver par un raiſonnement ſemblable au précédent par une ligne courbe ; cette ligne courbe ſera la ligne méridienne lunaire. C'eſt de la même façon qu'on tracera les autres lignes horaires à la lune, & il ne faut que regarder la figure pour le comprendre.

Parce que la lune employe environ quinze jours depuis ſa conjonction avec le ſoleil juſqu'à ſon oppoſition, c'eſt-à-dire, depuis qu'elle eſt nouvelle juſqu'à ce qu'elle ſoit pleine, ou diamétra-

lement oppoſée au ſoleil, en ſorte qu'elle ſe leve Pl. 19, quand le ſoleil ſe couche; on effacera toutes les fig. 114 paralleles précédentes, excepté les deux premieres, 57, 39; & au lieu de diviſer leur intervalle en douze parties égales, on le diviſera en quinze, pour tirer par les points de diviſion d'autres paralleles, qui repréſenteront les jours de la lune, auſquels par conſéquent on ajoutera les chiffres convenables, comme nous avons ici fait le long de la ligne méridienne, par le moyen deſquels on connoîtra de nuit l'heure du ſoleil aux rayons de la lune, en cette ſorte.

Appliquez au centre du cadran A un axe, c'eſt-à-dire, une verge qui faſſe à ce centre A, avec la ſouſtilaire A 12, un angle égal à l'élevation du pole ſur le plan du cadran, qui eſt la même que la hauteur du pole ſur l'horiſon dans un cadran horiſontal. Cet axe montrera par ſon ombre ſur le jour courant de la lune l'heure qu'on cherche.

REMARQUES.

I.

Parce que la lune par ſon mouvement propre s'éloigne du ſoleil à chaque jour d'environ trois quarts d'heure vers l'orient, ce qui fait qu'à chaque jour elle ſe leve de trois quarts d'heure plus tard que le jour précédent, il eſt évident qu'en ſçachant l'âge de la lune, on peut, par le moyen d'un ſimple cadran au ſoleil, connoître l'heure de nuit aux rayons de la lune, en ajoutant à l'heure que la lune marquera ſur ce cadran, autant de fois trois quarts-d'heure que la lune aura de jours entiers. L'âge de la lune ſe trou-

vera, comme nous l'enſeignerons dans la coſmographie.

Si le 4ᵉ jour de la lune, par exemple, le ſtile du cadran ſolaire marque aux rayons de la lune ſix heures, multipliez les trois jours entiers de l'âge de la lune par $\frac{3}{4}$, il viendra au quotient $2\frac{1}{4}$, que vous ajouterez à 6, & vous connoîtrez qu'il eſt 8 heures & $\frac{1}{4}$ du ſoir.

II.

Si vous voulez avoir plus préciſément l'heure du ſoleil, ayant obſervé l'heure marquée par les rayons de la lune, comptez le nombre des jours entiers écoulés depuis la nouvelle-lune : ajoutez autant de fois $\frac{4}{5}$ d'heure à l'heure obſervée à la lune, la ſomme ſera l'heure du ſoleil.

Ayant trouvé, par exemple, que l'ombre de la lune marque ſix heures du ſoir le ſixieme jour de la lune, ajoutez à 6 heures du ſoir 5 fois $\frac{4}{5}$, qui valent 4 heures, la ſomme 10 fait connoître qu'il eſt dix heures du ſoir ſelon le ſoleil.

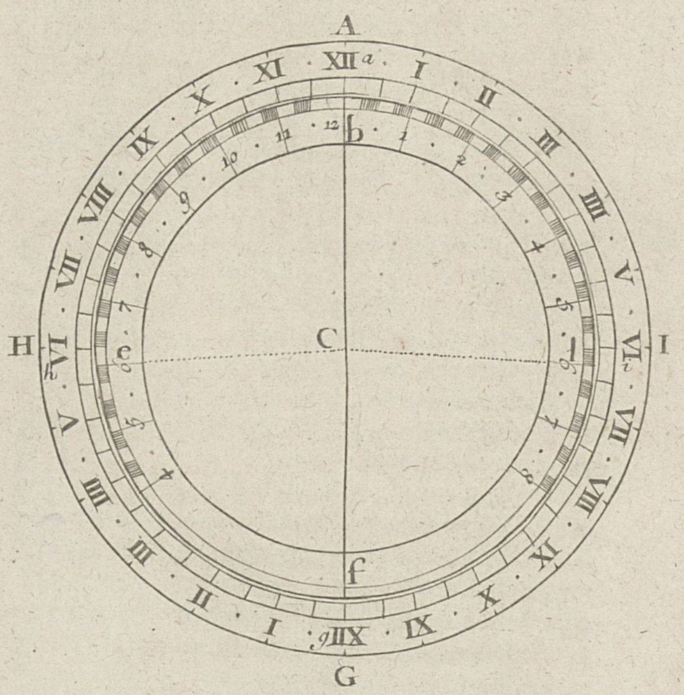
III.

Obſervez qu'au ſeizieme de la lune, il faut recommencer à compter pour le ſecond, au dix-ſeptieme pour le troiſieme, & ainſi de ſuite juſqu'à la fin. Quand on aura trouvé un nombre plus grand que 12, on aura ſoin de retrancher les 12, & le reſte ſera l'heure qu'on cherche.

IV.

Lorſque la lune eſt nouvelle, l'heure de la lune

Figure 9.


A
XII
a
I
II
III
IIII
V
VI
VII
VIII
IX
X
XI
b
12
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
H
C
I
e
f
g
G

eſt la même que l'heure du ſoleil; & le jour de la pleine lune, ſon ombre marque préciſément la même heure que marqueroit le ſoleil, puiſque la lune ſe trouve dans le même point où s'eſt trouvé le ſoleil douze heures auparavant.

PROBLEME XXVII.

Conſtruire une machine pour trouver avec juſteſſe & préciſion l'heure au clair de la lune.

CEtte machine eſt composée de deux plaques faites de cuivre, de leton, ou de carton. L'une AHGI, eſt fixe & immobile; l'autre *befl* eſt mobile, Sur la plaque immobile il y a un cercle *ahgi*, diviſé en 24 parties égales, qui ſervent à repréſenter les 24 heures du jour, dont chacune doit être diviſée en demies & quarts d'heure Sur le centre C de ce cercle on applique l'autre plaque ronde & mobile *befl*, dont le bord eſt diviſé en parties qui repréſentent les heures que la lune fait par ſon ombre ſur un cadran au ſoleil. Ces heures ne ſont pas égales à celles du ſoleil, décrites ſur le cercle immobile; mais elles doivent être plus grandes de la valeur de deux minutes par heure; car la lune retarde d'environ 48 minutes par jour & de 12 minutes en ſix heures. Ainſi puiſqu'un degré de ſigne vaut 4 minutes de tems, il eſt clair que 3 degrés valent 12 minutes de tems. C'eſt pourquoi ayant tiré la ligne de midi ACG, il faut prendre pour ſix heures 93 degrés de part & d'autre, depuis le point *b*, juſqu'aux points *e*, *l*, & diviſer chacun de ces eſpaces en ſix parties égales pour 6 heures, puis en demies & en quarts, comme on le voit dans la figure. Pl. 20, fig. 9.

Uſage.

Placez l'index *nb* de la plaque mobile ſur l'heure du paſſage par le méridien du jour auquel vous voulez trouver l'heure. La machine étant ainſi diſpoſée, obſervez quelle heure marque l'ombre de la lune ſur un cadran horiſontal, la même heure ſur la plaque mobile vous montrera vis-à-vis ſur la plaque immobile la vraie heure au ſoleil.

REMARQUE.

Pour connoître le paſſage de la lune par le méridien, il faut conſulter le livre de la connoiſſance des tems, calculé par M. *Lieutaud*, membre de l'académie royale des ſciences.

PROBLEME XXVIII.

Décrire un cadran par réflexion.

ON peut décrire ſur une muraille obſcure, ou bien ſur une voûte un cadran, où l'on puiſſe connoître les heures par réflexion en cette ſorte. Décrivez un cadran ſur un plan horiſontal qui puiſſe être éclairé des rayons du ſoleil, par exemple, ſur une fenêtre, enſorte que le centre du cadran regarde directement le ſeptentrion, & que les lignes horaires ayent une ſituation contraire à celle qu'on leur donne dans les cadrans horiſontaux ordinaires. Ce cadran étant ainſi conſtruit, avec ſon petit ſtile droit, appliquez un filet ſur quelque point que ce ſoit de chaque ligne horaire, & l'étendez fermement juſqu'à ce que paſſant par le bout du ſtile, il rencontre la muraille ou la voûte en un point qui appartiendra à l'heure ſur laquelle le

filet aura été appliqué. On trouvera de cette maniere autant d'autres points qu'on voudra de chaque ligne horaire, qu'on joindra par une ligne droite ou courbe. Le cadran ſera achevé, & l'on connoîtra les heures par réflexion, en appliquant au bout du ſtile du cadran horiſontal une petite piece de miroir plat, qui doit être poſée bien horiſontalement. Au lieu d'un miroir plat, on peut ſe ſervir d'eau, qui ſe met naturellement dans une ſituation horiſontale: cette eau par ſon mouvement fera mieux diſtinguer la réflexion ſur la muraille ou ſur le plancher où l'on a tracé le cadran, lorſque la lumiere du ſoleil eſt foible.

PROBLEME XXIX.

Décrire un cadran par réfraction.

ON peut décrire très-facilement un cadran horiſontal par réfraction dans le fond d'un vaſe rempli d'eau, par le moyen de la table des verticaux du ſoleil, qui eſt à la page 61; de la table des hauteurs du ſoleil, qu'on trouve à la page 39, & de la table ſuivante, dont la premiere colonne vers la gauche contient les angles d'inclinaiſon des rayons du ſoleil; c'eſt-à-dire, les degrés du complément de la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon, ou de la diſtance du ſoleil au zenit, auſquels répondent dans la ſeconde colonne vers la droite les degrés & les minutes des angles briſés qui ſe font dans l'eau, c'eſt-à-dire, la diminution des angles d'inclinaiſon, qui ſe fait dans l'eau, lorſque le ſoleil eſt éloigné du zenit d'autant de degrés. Ce qui fait racourcir l'ombre du ſtile, qui doit être couvert d'eau, quand on veut connoître les heures aux rayons du ſoleil par le moyen de ce cadran, dont la conſtruction eſt telle.

Ayant tiré par le pied du ſtile A, la ligne méri-

Table des angles briſés dans l'eau, pour tous les degrés des angles d'inclinaiſon.

A	D.M.	A	D.M.	A	D.M.
1	0.46	31	23.38	61	42.52
2	1.33	32	24.21	62	43.23
3	2.20	33	25. 4	63	43.53
4	3. 7	34	25.47	64	44.21
5	3.54	35	26.30	65	44.50
6	4 40	36	27.13	66	45.17
7	5.27	37	27.85	67	45.44
8	6.13	38	28.37	68	46.10
9	7. 0	39	29,19	69	46.34
10	7.46	40	30. 0	70	46.58
11	8.30	41	30.41	71	47.21
12	9. 8	42	31.22	72	47.43
13	10. 4	43	32. 2	73	48. 3
14	10.50	44	32.42	74	48.23
15	11.36	45	33.22	75	48.43
16	12.22	46	34. 2	76	49. 1
17	13. 9	47	34 41	77	49.17
18	13.55	48	35.19	78	49.33
19	14.40	49	35.57	79	49.47
20	15.25	50	36.35	80	50. 0
21	16.11	51	37.12	81	50.12
22	16.57	52	37.47	82	50.23
23	17.42	53	38.24	83	50.32
24	18.27	54	39. 0	84	50.41
25	19.12	55	39.25	85	50.48
26	19.56	56	40. 9	86	50.54
27	20.40	57	40.43	87	50.58
28	21.25	58	41.17	88	51. 1
29	22.10	59	41.49	89	51. 3
30	22.54	60	42.21	90	0. 0

dienne AB, vous marquerez ſur cette méridienne

AB, les points des ſignes, par exemple, le point du commencement de ♑, par le moyen de la table précédente des angles briſés, & de la table des hauteurs du ſoleil ſur l'horiſon, en menant à la méridienne AB, par le pied du ſtile A, la perpendiculaire AD, égale au ſtile AC, & en faiſant au point D, l'angle ADB de la diſtance briſée au zenit, qui au commencement du ♑ ſe trouve à midi d'environ 48 degrés, par la ligne DB, qui donnera ſur la méridienne AB, le point B de ♑; ainſi des autres. Pl. 19. fig. 115.

Pour trouver la diſtance briſée du ſoleil au zenit, on regardera premierement la table des hauteurs du ſoleil, où l'on connoît que le ſoleil étant au commencement de ♑, il eſt élevé à midi ſur l'horiſon de 17 d. 29', qu'il eſt par conſéquent éloigné du zenit de 72 d. 31', qui ſont le reſte de la hauteur méridienne à 90 degrés. Puis conſidérant cette diſtance comme un angle d'inclinaiſon, on connoîtra par la table des angles briſés, que cet angle d'inclinaiſon ſe change en un angle d'environ 48 degrés pour la diſtance briſée du ſoleil au zenit.

C'eſt de la même façon que l'on trouvera par le moyen de ces deux tables la diſtance briſée du ſoleil au zenit au commencement de quelqu'autre ſigne, non-ſeulement à midi, mais encore aux autres heures du jour. Ce qui ſervira pour en trouver les points, & en même tems les points des ſignes par le moyen de la table des verticaux du ſoleil, en cette ſorte.

Pour trouver, par exemple, le point du commencement de ♑, & de 1 heure, auquel tems le ſoleil eſt dans un vertical éloigné du méridien de 14 d. 19', faites au pied du ſtile A, avec la méri-

dienne AB, l'angle BAF de 14 d. 19', par la ligne AF, qui repréſentera le vertical du ſoleil. Ayant mené à cette ligne AF, par le même pied du ſtile A, la perpendiculaire AE, égale au ſtile AC, faites au point E l'angle AEF égal à la diſtance briſée du ſoleil au zenit, qui ſe trouvera de 48. d. 18', pour avoir en F ſur le vertical A F, le point de 1 heure & du ♑.

On trouvera de la même façon les autres points des ſignes & des autres heures; & ſi l'on joint ceux qui appartiendront à une même heure par une ligne courbe, & pareillement ceux qui appartiendront au même ſigne par une ligne courbe, le cadran ſera achevé. On y connoîtra les heures par réfraction, lorſque tout le ſtile AC ſera couvert d'eau, & que le pied de ce ſtile A ſera tourné directement vers le midi, enſorte que le point B regarde le ſeptentrion. Le bout de l'ombre du ſtile AC montrera en même-tems le ſigne du ſoleil.

PROBLEME XXX.

Conſtruire un cadran ſur la ſurface convexe d'un cylindre perpendiculaire à l'horiſon.

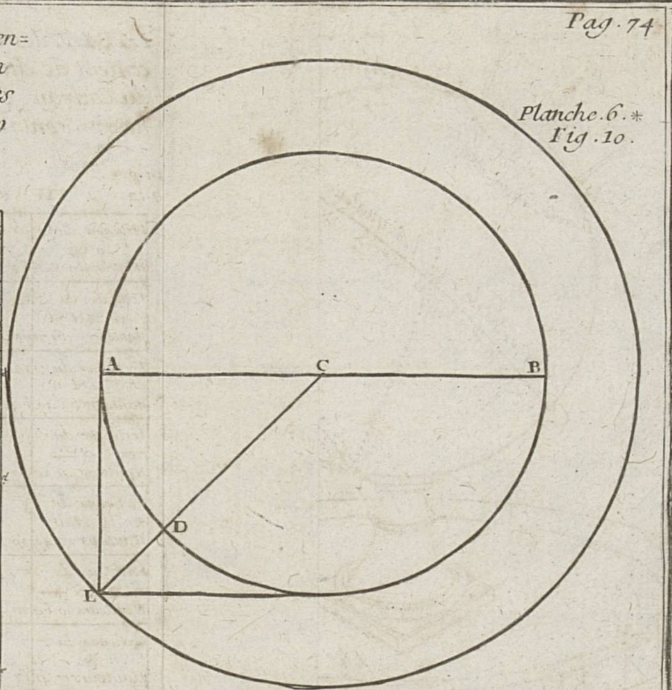
LE P. Kircher, qui donne la maniere de conſtruire un cadran ſur un cylindre fixe, poſé perpendiculairement à l'horiſon, obmet de parler du ſtile: ce qui a éhappé à ce Pere, ſe trouve dans une des lettres de Benedictus, où il enſeigne la façon de ce cadran, & preſcrit la longueur du ſtile, ou de trois ſtiles égaux, dont il ſe ſert. Le P. Quenet, à qui cette pluralité de ſtiles a paru incommode, les ſupprime tout-à-fait, & ſubſtitue ingénieuſement à leur place un cercle, dont

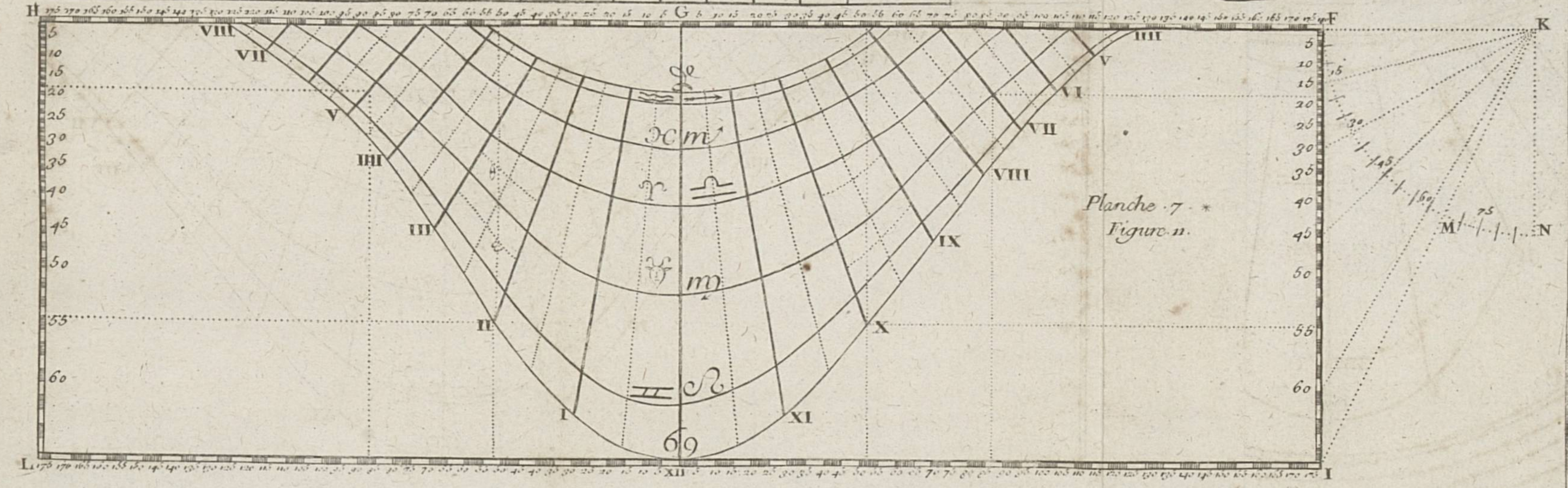
TABLE des Verticaux et des Hauteurs du Soleil en chaque heure du jour. pour le commencement de chaque ſigne pour la latitude de Paris de 48 d 50. ſeruant a la construction du Cadran Cylindrique ſixe. Les Verticaux et les Hauteurs du Soleil pour les demies heures sont marqués par une Etoile entre les Heures. l'Obliquité de l'Eclyptique de 23 d 29

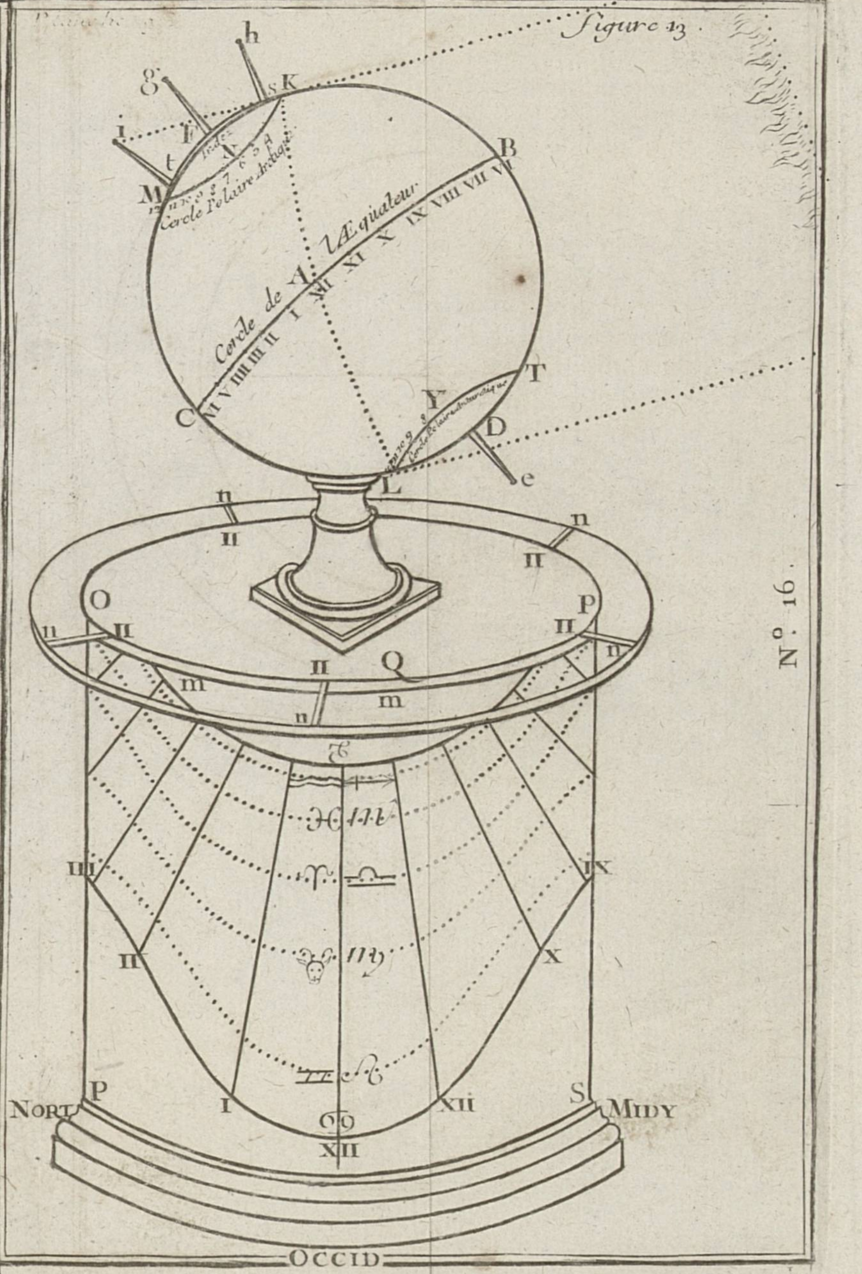
Plan. 8. *. XI X IX VIII VII VI V IIII

Fig. 12. XII * I * II * III * IIII * V * * VII * VIII

Verticaux du ☉ en ♋	15 54	30 25	43 5	53 49	62 56	70 49	77 45	84 2	89 41	95 23	100 40	105 58	111 11	116 28	121 52	Le Soleil se leue a 4h 0. 49. 40. et se couche a 7h 59. 10. 20 Le Vertical du Soleil est de 127. 18
Hauteurs du ☉ 64 d 39	63 57	62 1	59 4	55 22	51 10	46 38	41 53	37 00	32 4	27 9	22 16	17 28	12 47	8 16	3 57	
Verticaux du ☉ en ♊ et ♌	14 39	28 6	40 10	50 40	59 44	67 41	74 45	81 10	87 9	92 48	98 15	103 36	108 56	114 20	119 51	Le Soleil se leue a 4h 30. 33. et se couche a 7h 29. 28. Le Vertical du Soleil est de 122. 37.
Hauteurs 61 21	60 42	58 55	56 9	52 38	48 35	44 10	39 29	34 39	29 45	24 49	19 54	15 3	10 19	5 44	1 20	
Verticaux du ☉ en ♉ et ♍	12 2	23 34	34 16	43 59	52 44	60 36	67 46	74 21	80 32	86 23	92 4	97 38	103 11			Le Soleil se leue a 5h 6. 12. et se couche a 6h 53. 48. Le Vertical du Soleil est de 107. 38.
Hauteurs 52 40	52 8	50 38	48 15	45 8	41 20	37 19	32 53	28 12	23 23	18 29	13 33	8 38	3 47			
Verticaux du ☉ en ♈ et ♎	9 55	19 36	28 49	37 29	45 33	53 2	59 59	66 31	72 41	78 36	84 20	90				Le Soleil se leue et se Couche a 6 heures. Le Vertical de 90d
Hauteurs 41 10	40 44	39 29	37 27	34 45	31 29	27 44	23 37	19 13	14 35	9 49	4 56					
Verticaux du ☉ en ♓ et ♏	8 26	16 45	24 46	32 28	39 47	46 42	53 10	59 30	65 27	71 12						Le Soleil se leue a 6h 53. 48 et se couche a 5h 6. 12. Le Vertical du Soleil est de 72d 22.
Hauteurs 29 40	29 17	28 13	26 29	24 7	21 12	17 49	14 2	9 56	5 33	0 58						
Verticaux du ☉ en ♒ et ♐	7 31	14 57	22 12	29 13	35 57	42 24	48 34	54 28								Le Soleil se leue a 7h 39. 28. et se Couche a 4h 20. 32 Le Vertical du Soleil est de 58. 23.
Hauteurs 20. 59	20 39	19 42	18 7	15 59	13 19	10 12	6 41	2 40								
Verticaux du ☉ en ♑	7 12	14 20	21 18	28 4	34 35	40 50	46 50	52 35								Le Soleil se leue a 7h 59. 10. 20 et se couche a 4h 0. 49. 40 son Vertical pour cette heure est de 52. 45.
Hauteurs 17 41	17 22	16 27	14 57	12 32	10 19	7 18	3 53	0 7								







Recreat. Mathem. Gnomonique.

Gravé par F. Baillieul l'ainé

N° 16.

OCCID

il environne le cylindre : ce cercle tient lieu de tous les ſtiles qu'on peut imaginer autour de ce cylindre. On le place au haut du cylindre, à l'extrêmité ſupérieure du cadran. Voyez la figure 13, planche 21. Le P. Quenet étoit religieux bénédictin conventuel de l'abbaye de ſaint Denis ; il a fait l'ouvrage dont on donne ici la deſcription ; il l'a exécuté en marbre & en pierre, & placé dans le jardin des PP. Benedictins de l'abbaye de ſaint Germain des Prez à Paris. C'eſt un ouvrage digne de la curioſité des connoiſſeurs.

Soit AB le diametre du cylindre, ſur lequel on veut décrire le cadran. De l'une de ſes extrêmités, comme A, ayant mené la tangente AE, égale au demi diametre AC, on tirera la ſecante CE, qui rencontrera la tangente au point E, & coupera la circonférence du cylindre au point D : la diſtance DE ſera la longueur du ſtile. Enſuite du centre C, on décrira un cercle par le point E : ce cercle, qui eſt concentrique au premier, repréſentera l'extrêmité du ſtile ou des ſtiles qu'on peut imaginer, comme nous avons dit, autour du cylindre, dont il eſt par-tout également éloigné de la quantité DE : ſur la grandeur de ce cercle on en fait un de fer, que l'on ſoutient par des tenons, qui l'entretiennent à égale diſtance du cylindre ; il ſert à marquer les heures ſur le cadran qui y eſt tracé. Pl. 21, fig. 10.

Il eſt bon d'avertir que quoiqu'on ait fait la tangente AE égale au demi-diametre du cylindre, pour établir une regle fixe & générale, qui donne en ce cas au ſtile DE le plus de longueur qu'il puiſſe avoir, cela n'empêche pas qu'on ne puiſſe prendre cette tangente plus petite, d'où il reſulteroit néceſſairement une moindre longueur du

Pl. 21, fig. 11. ſtile, mais ſans préjudice du ſuccès de l'opération.

Cela étant fait, ſur KF égale à la tangente AE, ayant décrit le quart de cercle FN, & l'ayant diviſé en ſes degrés, on comptera depuis F vers N la plus grande hauteur du ſoleil ſur l'horiſon du lieu, laquelle étant à Paris de 64 degrés 39', donnera l'arc FM d'autant de degrés & minutes. On tirera par le point M la ſecante KI, laquelle rencontrant le cylindre au point I, on aura FI, tangente de 64 degrés 39', pour la hauteur du cadran. Remarquez que le cylindre doit être pris de telle groſſeur, que les heures puiſſent être marquées très-diſtinctement ſur ſa ſurface.

Comme l'opération ſur le corps cylindrique ſe fait de même que ſur le plan, nous développerons ici la ſurface du cylindre ſous la figure du rectangle FHLI, qui lui ſera égale, en faiſant ſa longueur FH égale à la circonférence ADB du cylindre, & ſa hauteur FI égale à la tangente de 64 degrés 39', qui eſt, comme nous l'avons déja dit, la hauteur du cadran.

Ayant diviſé FH par le milieu en G, tirez-lui par ce point la perpendiculaire G, XII, après quoi diviſez chacun des deux eſpaces HG, GF en 180 parties ou degrés, la numération commençant de part & d'autre du point G, qui eſt le point de midi. Les points de 90 degrés, qui partagent en deux également chacun des intervalles HG, GF, ſont les points de 6 heures du matin & du ſoir, qui ſe trouvent diamétralement oppoſés ſur le cylindre, comme auſſi la ligne G, XII de midi y eſt diamétralement oppoſée à la ligne FI, ou HL, ſi on imagine que ces deux lignes, qui ſont ſéparées ſur le plan HFLI, ſe réuniſſent, & n'en font qu'une ſur le cylindre.

Enſuite par les diviſions du quart de cercle FN, tirez des ſecantes, qui marqueront ſur FI les tangentes des hauteurs du ſoleil à chaque heure du jour pendant toute l'année. Pour plus de certitude & de facilité, lorſque vous voudrez travailler ſur le corps cylindrique, où il faudra vous ſervir de regles pliantes, faites de plomb, de carte, de baleine, ou de reſſort de montre, il ſera bon de diviſer, comme on a diviſé FI, quelque ligne qui lui ſoit parallele, comme la ligne HL, ou la ligne GXII, ou bien quelque ligne occulte, que vous tirerez entre GXII & FI, ſur laquelle vous porterez les diviſions qui ſont ſur FI. Vous pourrez auſſi porter les diviſions de FH ſur IL.

Ces préparation faites, il faut avoir une table des verticaux & des hauteurs du ſoleil à toutes les heures du jour pour le commencement de chaque ſigne, comme celle que l'on donne ici pour la latitude ou hauteur du pole de Paris, qui eſt de 48 degrés 50′, où l'on trouve enſemble le vertical & la hauteur du ſoleil pour une même heure & un même parallele. Le parallele de ♋ & celui de ♑, * l'un le premier, & l'autre le dernier dans la table, n'ont chacun qu'un ſeul ſigne, parce qu'étant les termes de la courſe du ſoleil, il ne peut y avoir que les paralleles entre-moyens, qui ayent chacun deux ſignes, comme on voit que le parallele qui ſuit immédiatement celui de ♋, appartient aux deux ſignes de ♊ & de ♌, qui ſont également diſtans de ce même ſigne, l'un en montant, l'autre en deſcendant, les heures y ſont marquées en double rang, celles du matin avec celles du ſoir, qui leur correſpondent en égale

Pl. 21, fig. 12.

* Voyez la ſignification de ces figures dans le problême XXIX de la coſmographie.

Pl. 21, fig. 12. diſtance de midi dans cet ordre, XII $\frac{\text{XI}}{\text{I}}$ $\frac{\text{X}}{\text{II}}$ $\frac{\text{IX}}{\text{III}}$ &c. (les heures du matin & du ſoir qui ſont également diſtantes du midi, ayant même vertical & même hauteur du ſoleil) les verticaux & les hauteurs du ſoleil pour les demi-heures ſont marqués par une étoile placée entre les heures.

Maintenant pour avoir les heures ſur ce cadran par le moyen de cette table, & y marquer, par exemple, le point de X heures du matin, ou de II heures du ſoir pour le tems de l'entrée du ſoleil en ♋, vous trouvez en la colonne de la table ſous $\frac{\text{X}}{\text{II}}$ heures le nombre 53 degrés 49′, pour le vertical du ſoleil à $\frac{\text{X}}{\text{II}}$ heures en ♋, c'eſt-à-dire, pour la diſtance du ſoleil au méridien du lieu, meſurée par un arc de l'horiſon : car les verticaux du ſoleil ſe comptent ſur l'horiſon repré- Pl. 21, fig. 11. ſenté par l'horiſontale FK, & les hauteurs du ſoleil ſur un cercle perpendiculaire à l'horiſon, repréſenté par la ligne FI, qui eſt porpendiculaire à l'horiſontale FH. Continuant enſuite dans la même colonne, vous trouverez que la hauteur du ſoleil pour la même heure & le même parallele, eſt de 55 degrés 22′. Avec ces deux nombres vous irez au cadran, où vous compterez ſur l'horiſontale FH, depuis le point G de XII heures vers F, 53 degrés 49′, pour le vertical du ſoleil, & ſur FI vous compterez depuis F 55 degrés 22′, pour la hauteur de cet aſtre. Puis poſant la regle ſur le nombre 53 degrés 49′ de la ligne FH perpendiculairement à la même ligne, ou pour le mieux, comme j'en ai déja averti, étendant votre regle juſques ſur le même nombre 53 degrés 49′ que vous

devez avoir marqué ſur la ligne LI, vous tracerez un trait léger.

Appliquant enſuite la regle ſur le nombre 55 degrés 22′ de la ligne FI perpendiculairement à la même ligne, ou encore mieux, comme je l'ai déja dit, poſant l'autre bout de la regle ſur le nombre 55 degrés 22′, que vous aurez dû avoir marqué ſur la ligne HL, ou ſur quelqu'autre que vous aurez tiré parallele à la ligne FI, vous tracerez un autre trait, & vous aurez, dans l'interſection des deux traits, le point de X heures, qui ſera auſſi un point par lequel doit paſſer le parallele de ♋. La même opération vous donnera auſſi le point de II heures après midi, en prenant de l'autre part du point G le même nombre 53 degrés 49′, pour le vertical du ſoleil à deux heures, & avec la même hauteur 55 degrés 22′ comptée ſur FI ou ſur LH, agiſſant de même que vous avez fait pour avoir le point de X heures.

Remarquez que les heures du ſoir doivent être à la droite de la ligne de midi entre cette ligne de midi GXII, & la ligne HL, celles du matin à la gauche, entre la ligne de midi GXII, & la ligne FI.

Je ſuppoſe encore, pour inſtruire le lecteur par plus d'un exemple, que l'on veuille marquer le point de VII heures du matin & de V heures du ſoir pour le temps de l'entrée du ſoleil aux ſignes de ♉ & de ♍; on conſultera la table, & l'on trouvera en la colonne ſous VII / V heures, que le nombre vis-à-vis le vertical du ſoleil en ♉ & ♍ eſt de 86 degrés 23′; & continuant dans la même colonne, on trouvera que la hauteur du ſoleil pour la même heure & le même parallele, eſt de 18 de-

grés 29′. Avec ces deux nombres on viendra au cadran, & l'on comptera ſur FH depuis G 86 degrés 23′ pour le vertical du ſoleil, & ſur la ligne FI, on comptera depuis F 18 degrés 29′ pour la hauteur du même aſtre. L'interſection des deux lignes que l'on tirera par ces nombres, donnera le point de VII heures du matin & de V heures du ſoir, par une opération ſemblable à celle de l'exemple précédent.

Par ces points ainſi trouvés, on menera une courbe, qui ſera la repréſentation ou projection du parallele pour lequel ces heures ont été marquées. On aura de la même façon la projection des autres paralleles, & enſemble les points des lignes des heures. On placera les caracteres des ſignes à ces paralleles, donnant à celui qui eſt le plus bas le ſigne de ♋, & à celui qui eſt le plus haut & le plus près de l'horiſontale le ſigne de ♑.

Pour connoître l'heure ſur ce cadran, il faut ſçavoir premierement que le ſoleil éclairant un cylindre poſé perpendiculairement à l'horiſon, l'ombre de ce cylindre eſt marquée ſur lui-même par une ligne droite, qui eſt auſſi perpendiculaire à l'horiſon; & c'eſt cette ligne que nous appellerons la ligne de l'ombre du cylindre; ſecondement, qu'une moitié d'un cylindre eſt toujours éclairée, & l'autre moitié ombrée; ce qui lui eſt commun avec les corps ſphériques. Cela étant ainſi, je dis que l'heure eſt marquée & connue ſur ce cadran par l'interſection de ces trois lignes enſemble; ſçavoir, de l'ombre du cercle, qui ſert de ſtile (que nous appellerons ſimplement dans la ſuite ombre du ſtile) qui eſt une ligne courbe; du parallele du ſoleil, qui eſt auſſi une ligne courbe; & de l'ombre ducylindre, qui eſt une ligne droite.

On

On peut cependant, ſans avoir égard à ces trois lignes enſemble, n'obſerver que l'interſection de deux, ce qui ſuffira pour connoître l'heure; par exemple, l'interſection de l'ombre du ſtile avec l'ombre du cylindre, ou bien l'interſection de l'ombre du cylindre avec le parallele du ſoleil, ou bien encore l'interſection du parallele du ſoleil avec l'ombre du ſtile, ſelon que le point de ſection des deux lignes ſe rencontrera ſur une ligne horaire, ou eſpace horaire: ce qui ſera confirmé par le concours de la troiſieme ligne en ce même point de ſection.

Pour me faire entendre je ſuppoſe que la ligne que l'on a tracé dans ce cadran par le nombre 53 degrés 49′, qui a ſervi dans le premier exemple à marquer II heures après midi; je ſuppoſe, dis-je, que cette ligne ſoit celle de l'ombre du cylindre, & que l'on veuille connoître alors l'heure qu'il eſt. Pour cela il faut ſçavoir quel parallele le ſoleil parcourt, & ſçachant, par exemple, que c'eſt celui de ♒ & de ♐, on connoîtra, lorſque la ligne de l'ombre du cylindre coupe la ligne de ce parallele au point du milieu entre la ligne de III heures & $\frac{1}{2}$, & la ligne de IV heures, qu'il doit être trois heures trois quarts. Si le ſoleil dans le tems qu'on demande l'heure, ſe trouvoit dans le commencement de ♓ & de ♏ (la ligne de l'ombre du cylindre étant au même endroit) on connoîtroit qu'il ſeroit près de trois heures & demie, parce que cette ligne coupe le parallele de ces ſignes un peu avant la demie de trois heures. Si le ſoleil étoit au commencement d'♈ & de ♎, on connoîtroit qu'il ſeroit près de trois heures, parce que la ligne de l'ombre du cylindre coupe ce parallele un peu avant III heures. Le ſoleil en-

trant dans les ſignes de ♉ & ♍, il ſeroit preſque deux heures & demie. Le ſoleil parcourant le parallele de ſon entrée aux ſignes de ♊ & de ♌, il ſeroit près de deux heures & un quart. Enfin le ſoleil entrant au ſigne de ♋ on connoîtroit qu'il ſeroit deux heures, parce que l'ombre du cylindre coupe ce parallele au point où il eſt rencontré par la ligne de deux heures.

Je ſuppoſe encore que le ſoleil ſoit au dixieme degré de ♈, ou au vingtiéme de ♍; en ce cas il faudroit imaginer comme décrit le parallele qui paſſeroit par le dixieme degré de ♈, & qui n'a pas été tracé, pour ne point embarraſſer la figure par la multitude des lignes (la ligne de l'ombre du cylindre coupant ce parallele imaginaire en un point comme θ, qui fait juſtement le milieu entre la demi de deux heures & la ligne de trois heures) on connoîtroit qu'il ſeroit deux heures trois quarts.

J'ajoute encore que le ſoleil étant au quinzieme degré du ♉ ou du ♌, ſi on imagine un parallele décrit par ce degré, lequel ſe trouve coupé par la ligne de l'ombre du cylindre en un point, comme ω, qui fait juſtement le milieu entre la ligne de II heures & la ligne de II heures & demie, on connoîtra qu'il eſt deux heures & un quart, & ainſi des autres.

REMARQUES.

On doit faire attention que ces courbes, qu'on imaginera décrites, ne pouvant être paralleles à celles qui ſont déja décrites, ſont au moins conçues ſuivre leur forme & figure. Il faut obſerver que quand même aucun des paralleles ne

ſeroit décrit, on ne laiſſeroit pas d'avoir l'heure marquée, puiſqu'on a toujours la ſection de l'ombre du ſtile avec l'ombre du cylindre, qui marque non-ſeulement l'heure, mais encore la trace du parallele qui n'eſt pas décrit, ſelon ce qui a déja été dit, que des trois lignes qui concourent toujours à nous indiquer l'heure, ſi l'une manque, la ſection des deux autres peut ſuffire. Les exemples rapportés ci-deſſus ſuffiſent pour apprendre à connoître l'heure, lorſque la ligne de l'ombre du cylindre ſe trouvera en quelqu'autre endroit du cadran.

PROBLEME XXXI.

Conſtruire un cadran ſur un globe.

ON a parlé dans le problême précédent du cadran tracé ſur le cylindre; nous allons maintenant parler du cadran décrit ſur la ſurface d'un globe qu'on peut poſer ſur le cylindre. Ce cadran qui eſt le plus ſimple & le plus naturel de tous conſiſte en la diviſion du cercle de l'équateur en 24 parties égales pour les 24 heures du jour naturel. Le point de XII heures du globe repondant à la ligne de XII heures du cylindre, l'un & l'autre étant tournés directement à l'occident, l'heure y eſt marquée par l'ombre du globe, laquelle coupant le cercle de l'équateur dans l'une ou l'autre de ſes diviſions, fait connoître l'heure ou la partie d'heure qu'il eſt. Ces cadrans, ainſi dirigés, doivent, s'il ſont bien conſtruits, marquer une même heure.

La raiſon pour laquelle on dirige le point de XII heures de ces cadrans vers l'occident,

vient de ce que le ſoleil éclairant toujours la moitié, tant du globe que du cylindre, l'ombre eſt toujours éloignée de 90 degrés de l'aſpect perpendiculaire de cet aſtre, ou du cercle horaire, où il eſt alors. Ainſi, par exemple, quand cet aſtre arrive au méridien, faiſant le midi du lieu, l'ombre marque XII heures en un point qui regarde l'occident: or l'occident eſt éloigné du midi d'un quart de cercle, ou de 90 degrés.

Quand ce cadran auroit de la part de l'ouvrier toute la perfection poſſible, il a toutefois le défaut de ne pouvoir marquer aſſez préciſement l'heure, à cauſe de la *penombre* qui ſe forme ſur les corps ſphériques. On appelle *penombre* la rencontre indéciſe de la lumiere & de l'ombre qui partagent également le globe; ou bien c'eſt le mêlange confus de l'une & de l'autre: elle s'étend en une zone ou ceinture qui, pour être ordinairement trop dilatée, fait que le vrai point de ſéparation de l'hémiſphere illuminé d'avec l'ombre, eſt toujours équivoque & douteux. Or ce point manquant, il ſuit qu'on ne peut avoir qu'imparfaitement la vraie heure, qui ſeroit marquée par ce point.

Conſtruction des cadrans polaires.

Pour remédier à ce défaut, on décrit ſur le même globe deux autres cercles pour en faire des cadrans: ces cercles ſont les deux polaires arctiques & antarctiques, que l'on diviſe en 24 parties égales, comme on a diviſé l'équateur qui y eſt tracé. On prend huit de ces diviſions dans le polaire antarctique, pour les huit heures dont eſt compoſé le plus court jour à Paris; & on en

prend ſeize dans le polaire arctique, pour les ſeize heures du plus grand jour. Les heures ſont marquées dans ces deux cadrans diſtinctement & ſans équivoque, par l'ombre de l'axe du monde : elles y ſont dans leurs places naturelles, le point de XII heures convenant avec le méridien du lieu, au lieu que dans le cadran de l'équateur, c'eſt le point de VI heures, qui eſt dans le plan de ce méridien.

Comme il arrive le plus ſouvent que l'ombre du globe couvre en partie ces cadrans, & que par conſéquent l'ombre de l'axe du monde ne peut marquer l'heure, on y ſupplée par le moyen d'un index mobile autour de cet axe. Cet index porte deux verges droites attachées près de ſes extrêmités. On obſerve dans la poſition de ces verges, qu'elles ſoient dans le plan que l'on conçoit paſſer par l'axe du monde, & par les extrêmités de l'index. Or ce plan étant celui d'un méridien, il ſuit que ces verges ſont ſucceſſivement par le mouvement de l'index dans le plan de chacun des méridiens, & font ainſi connoître l'heure dénommée du méridien dans lequel elles ſe trouvent avec le ſoleil. On doit avoir ſoin de faire ces verges aſſez longues pour qu'elles puiſſent recevoir les rayons du ſoleil dans ſa moindre élevation ſur l'horiſon.

Pour connoître l'heure par le moyen de cet index, on dirige une de ſes extrêmités vers le ſoleil, enſorte que les deux verges faſſent enſemble une ſeule ombre, ou, pour mieux dire, que les trois ombres des trois verges n'en faſſent qu'une; car il ne ſe peut faire autrement que l'ombre de l'axe ne s'uniſſe avec celles-ci; & alors l'autre extrêmité de l'index marque l'heure ſur le cercle

polaire. L'uſage de cet index a lieu preſque durant toute l'année ; il n'y a que le tems des ſolſtices, où l'on peut s'en paſſer, à cauſe qu'alors l'ombre de l'axe marque l'heure ſur l'un ou l'autre de ces cadrans. Je dis l'un ou l'autre, parce qu'en un jour de ſolſtice l'un des cadrans eſt tout entier dans l'hémiſphere illuminé, pendant que l'autre eſt néceſſairement tout entier dans l'hémiſphere ombré ; & réciproquement, celui qui eſt alors dans l'hemiſphere ombré, ſe trouve au jour du ſolſtice ſuivant tout entier dans l'hémiſphere illuminé. J'ajouterai qu'on doit faire cet index, de telle longueur que ſes extrêmités puiſſent aborder la circonférence du cercle polaire. On le fait ordinairement de cuivre, auſſi-bien que les verges ; il doit être recourbé de façon qu'il puiſſe s'ajuſter à la ſphericité du globe. Le même index que l'on applique ordinairement au cadran du cercle polaire arctique, pourroit avoir également ſa place au polaire antarctique.

Pl. 21, fig. 13. La figure 13 repréſente le globe diſpoſé ſelon l'élevation du pole du lieu, élevé ſur ſon pied poſé au milieu de la coupe ſupérieure du cylindre.

Le cercle FBDC repréſente dans cette poſition du globe le méridien du lieu ſur lequel eſt le point B de VI heures du cadran de l'équateur.

CAB eſt le cercle de l'équateur ſervant de cadran diviſé en heures marquées ſeulement par des points ſans aucun cercle, n'étant pas beſoin d'en tracer d'autres que celui-ci, dont la ſection avec l'ombre du globe, marque l'heure. Le point A de XII heures eſt tourné à l'occident ; le point B de VI heures, qui eſt ſur la partie élevée du globe, eſt tourné au midi : l'autre point C de VI heures,

qui eſt ſur la partie déprimée du globe, eſt dirigé au nord.

MNK eſt le cercle polaire arctique, LYT le polaire antarctique; l'un & l'autre ſont diviſés en heures, de même que l'équateur, pour ſervir, comme lui, de cadran.

F eſt le pole arctique boréal ou ſeptentrional, élevé ſur l'horiſon.

D eſt le pole antarctique auſtral ou méridional, abaiſſé ſous l'horiſon.

g e eſt l'axe du monde.

F g, D e, ſont les portions de l'axe du monde excédant le globe.

MFK eſt l'index, dont les extrêmités pointues M & K abordent la circonférence du cercle polaire MNK; cet index eſt mobile en F autour de l'axe F g, & peut parcourir librement le cercle polaire.

t i, ſh, ſont des verges droites attachées ſur l'index près de ſes extrêmités; elles peuvent être d'une longueur priſe à volonté, ou du moins telles qu'elles puiſſent recevoir les rayons du ſoleil dans ſa moindre hauteur ſur l'horiſon.

Le cercle ponctué KAL repréſente le bord de l'illumination, qu'on appelle auſſi l'horiſon du ſoleil, qui ſépare l'hémiſphere éclairé KBL de l'hémiſphere ombré KCL: en quoi l'on voit que dans le ſolſtice d'hyver, comme on le ſuppoſe dans l'exemple de cette figure, le polaire arctique MNK eſt tout entier dans l'hémiſphere ombré, pendant que ſon oppoſé le polaire antarctique LYT eſt tout entier dans l'hémiſphere illuminé KBL. Et il arrivera le contraire quand le ſoleil parviendra au ſolſtice d'été.

OQP eſt la circonférence de la coupe ſupérieure

du cylindre, le plan de laquelle eſt parallele à l'horiſon, & au milieu de laquelle eſt poſé le pied qui porte le globe.

m m eſt la ligne horiſontale du cadran.

n n n n eſt le cercle de fer environnant le cylindre, ſervant de ſtile au cadran qui y eſt tracé, & éloigné du même cylindre de la longueur du ſtile, ſoutenu par des tenons n, n de fer, qui l'entretiennent à égale diſtance du cylindre.

R O P S eſt le profil du cylindre.

On remarquera qu'il faut que la ligne horiſontale m m du cadran réponde au bord inférieur du cercle n n n, qui ſert de ſtile.

Le ſoleil eſt ici repréſenté dans ſa moindre élevation ſur l'horiſon; ſon image eſt de grandeur égale à la figure du globe, pour faire entendre que par l'effet de ſes rayons paralleles, le bord de ce qui eſt éclairé eſt toujours un grand cercle.

Remarques ſur les cadrans cylindriques & ſphériques.

I.

Juſqu'ici nous avons conſideré le cadran cylindrique comme fixe & immobile: mais ſi on veut le rendre portatif, on ſe ſervira, pour l'orienter, d'une bouſſole que l'on placera ſur la coupe ſupérieure du cylindre (le pied qui porte le globe poſé au centre du verre qui couvre la bouſſole) on ſuppoſe en ce cas le globe & le cylindre faits de quelque matiere légere & flexible, comme de lames d'argent ou de cuivre mince, ou de carte. Ou bien, on fait faire par quelque bon tourneur un cylindre en bois, ſur lequel on trace le cadran. Ou plus facilement, on trace le cadran à part ſur

du carton ou fort papier, après avoir développé ſa ſurface, comme on a déja dit, ſous la figure du rectangle FHLI; la largeur de ce rectangle doit être égale au contour du cylindre, ſelon la raiſon du diametre à la circonférence On ſe ſouviendra d'avoir égard à l'épaiſſeur du carton ou du papier pour avoir plus exactement ce rapport. Pl. 21, fig. 11.

I I.

Pour avoir une ligne égale à la circonférence d'un cercle, il faut par deſſus le diametre triplé ajouter 16 des 113 parties égales dans leſquelles doit être diviſé le diametre. Ainſi le diametre étant ſuppoſé des 113 parties, on aura 339 des mêmes parties pour le triple, auſquelles ajoutant 16 des mêmes parties, on aura 355 parties pour la circonférence. Pour la pratique, on prend avec un compas ſur une ligne diviſée en parties égales 113 de ces parties pour le diametre du cylindre, & on porte en ligne droite trois fois de ſuite cette ouverture de compas; & ajoutant 16 des mêmes parties à cette longueur on diametre triplé, on aura une ligne égale à la circonférence du cercle.

III.

La maniere de faire un cadran dans un cylindre creux ne ſera pas différente de celle qu'on a propoſée. On opérera ſur la ſurface concave, comme nous venons de faire ſur la convexe, donnant à la longueur du ſtile le demi-diametre du cylindre, la pointe du ſtile étant au centre de la cavité du cylindre marquera ſur le cadran l'heure & enſemble le parallele du ſoleil. On ne peut faire ſervir que la moitié d'un cylindre creux pour un cadran.

I V.

Les niches, que l'on fait dans les bâtimens pour mettre des figures de ſculpture, ſont des demi-cylindres, dans leſquels on trace quelquefois des cadrans, comme on en voit dans la cour du vieux louvre, & dans la cour de l'hôtel de Condé. On fait le cadran déclinant ſelon que le mur, dans lequel eſt la niche, a de déclinaiſon, de même qu'on le pratique à l'égard des cadrans ordinaires, marquant exactement la déclinaiſon pour avoir exactement la ligne méridienne. Si le mur regarde en face le midi, le cadran aura 12 heures, ſçavoir, 6 heures avant & 6 heures après midi, comme aux cadrans verticaux qui n'ont point de déclinaiſon.

Ces deux problêmes 30 & 31, les remarques & les figures ſont de la façon de M. de R** qui nous a encore communiqué quelques autres problêmes de même caractere.

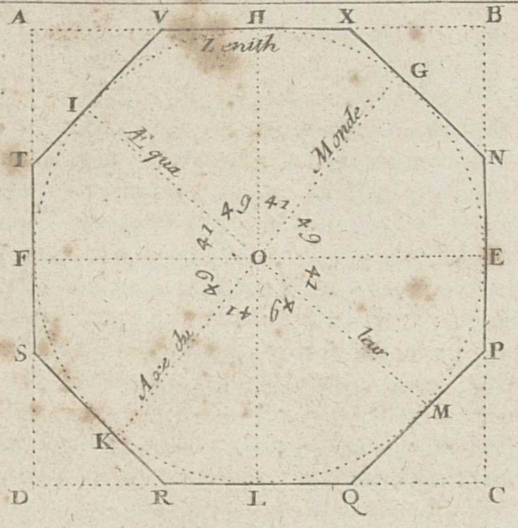
PROBLEME XXXII.

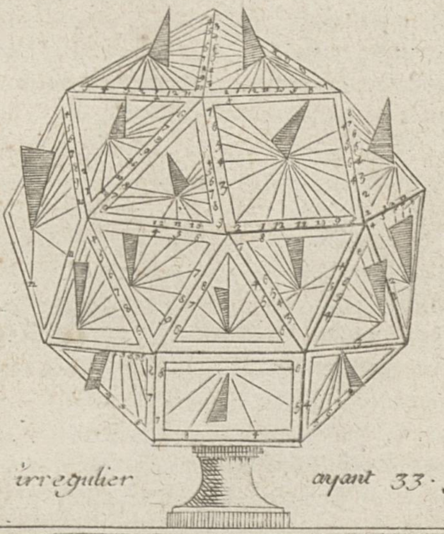
Tailler une pierre à pluſieurs faces, ſur leſquelles on puiſſe decrire tous les cadrans réguliers.

Pl. 22, fig. 14. SOit le quarré ABCD le plan de la pierre, qu'il faut préparer & diſpoſer pour recevoir tous les cadrans réguliers. Suppoſant que cette pierre repréſente un cube imparfait, ou quelqu'autre ſolide, il la faut bien unir dans toutes ſes faces, la mettre d'équerre, & lui donner une égale épaiſſeur par-tout. Enſuite ayant décrit ſur le plan de la pierre ABCD le cercle HELF auſſi grand que la pierre le pourra permettre, tirez les deux diametres FE, HL à angles droits; puis faites l'angle FOI de 41 degrés, & menez le diametre IOM. Faites enſuite l'angle EOG de 49 degrés,

pag. 91

Fig. 14.





Corps irregulier ayant 33. faces

Chevalier, Sculp. To. II. Pl. 22.

& tirez le diametre GOK. Par les points I, G, M, K, menez des tangentes au cercle HELF, qui détermineront les autres tangentes qui paſſent par les points H, E, L, F, & qui font partie des côtés du quarré ABCD, qui répréſente le plan de la pierre. Coupez quarrément la pierre à l'uni de ces tangentes, afin d'avoir des plans, ou des faces perpendiculaires au plan de la pierre ABCD, & la pierre ſera préparée pour recevoir dans tous ſes plans les cadrans qui leur conviennent.

Sur la face ou ſur le plan qui paſſe par la ligne VX, on décrira un cadran horiſontal; ſur le plan qui paſſe par XN, on décrira l'équinoctial ſupérieur; & ſur le plan oppoſé qui paſſe par SR, on aura l'équinoctial inférieur; le polaire ſupérieur ſe fera ſur le plan qui paſſe par VT, & le polaire inférieur ſur le plan qui paſſe par QP. Sur le plan paſſant par TS, on aura le vertical auſtral, & ſur le plan NP, qui eſt ſon oppoſé, on aura le vertical boréal. Sur le côté de la pierre IM, on aura le méridional oriental, & ſur le côté oppoſé on décrira le méridional occidental.

Si on veut que la pierre ſoit creuſe, ou plutôt percée à jour, on n'aura qu'à tirer des lignes paralleles à ces tangentes, & couper quarrément la pierre à l'uni de ces lignes, afin d'avoir en dedans de la pierre des ſurfaces paralleles à celles qui ſont tracées par dehors, & ſur les ſurfaces intérieures de la pierre, vous décrirez les cadrans que vous avez décrits ſur les faces extérieures de la pierre qui ſont paralleles & oppoſées de tout le diametre de la pierre.

Remarquez que creuſant la pierre, vous n'y ſçauriez décrire le cadran oriental, ni l'occidental, mais en faiſant un piédeſtal à cette pierre

dont la baſe ſeroit un octogone régulier, vous les pourrez tracer ſur la baſe de ce piédeſtal, & même y tracer à l'entour des cadrans déclinans du midi ou du ſeptentrion, à l'orient & à l'occident, dont la déclinaiſon ſeroit connue par cet octogone régulier. De cette maniere vous pouvez avoir ſur cette pierre 20 ou 25 cadrans, que vous décrirez par quelques-unes des pratiques ordinaires. Ce que vous avez pratiqué ſur cette pierre, vous le pouvez faire ſur du bois, ou ſur quelqu'autre matiere ſemblable.

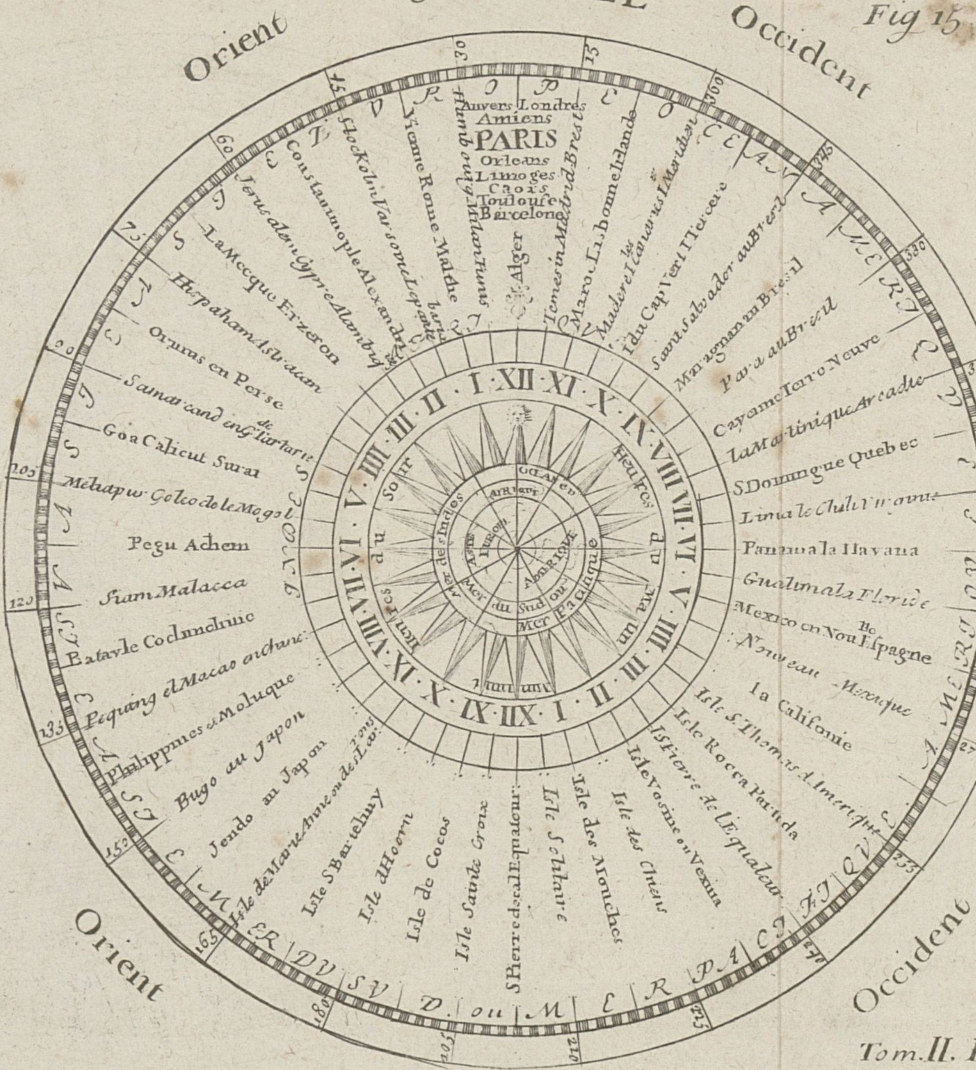
Si vous expoſez directement vers le midi le cadran vertical méridional, & que l'horiſontal ſoit bien à niveau, c'eſt-à-dire, bien parallele à l'horiſon, alors tous ces cadrans marqueront préciſément l'heure.

PROBLEME XXXIII.

Connoître quelle heure il eſt du jour & de la nuit dans tous les lieux de la terre.

Pl. 23, fig. 15. CE problême s'exécute par le moyen d'un cadran, que l'on peut faire avec du gros papier ou du carton, & qui eſt compoſé de trois pieces. La plus grande contient 48 méridiens diſpoſés autour du pole ſeptentrional, ſelon la projection de la terre, qui eſt ſur la plus petite piéce placée au centre du cadran; on a mis ſur chacun de ces méridiens quelques-uns des principaux lieux qui y ſont ſitués. La ſeconde piéce eſt un carton en forme de roue, ſur la circonférence duquel on a marqué 24 heures, c'eſt-à-dire, les 12 heures du jour, & les 12 heures de la nuit, avec les demi-heures, qui correſpondent aux 48 méri-

UNIVERSEL



Tom. II. Pl. 23

De Bercy fils sculp.

N.o 17

diens de la plus grande piece ; ce carton eſt percé en rond dans ſon milieu, & on le fait tourner autour d'une poulie de bois, qu'on a collé au centre de la grande piece. Enfin la plus petite piece cache la poulie ſur laquelle elle eſt collée ; on y a deſſiné la projection de la terre, de maniere que le pole ſeptentrional eſt au centre. On a obſervé de faire paſſer le méridien de Paris par le haut de ce cadran, qu'on peut appeller *univerſel.* La vue de ce cadran éclaircira beaucoup ce qu'on vient de dire.

I.

Lorſqu'on eſt ſous le méridien qui paſſe par Paris, comme à Londres, à Amiens, à Orléans, à Toulouſe, &c. & qu'on veut ſçavoir à quelque heure du jour que ce ſoit quelle heure il eſt dans tous les principaux endroits du monde, il faut rapporter ſous la fleur de lys l'heure ou la demiheure qui coule dans le lieu où l'on eſt. Par exemple, ſi l'on veut, étant à Paris, ſçavoir à cinq heures du ſoir quelle heure il eſt à Jeruſalem, à Batavia, à Quebec, &c. il faut rapporter cette même heure (5 heures du ſoir) ſous la fleur de lys en tournant la ſeconde piece, qui eſt le carton qui contient les heures, & l'on verra qu'il eſt pour lors ſept heures & demie du ſoir à Jeruſalem, minuit à Batavia, & midi à Quebec, &c.

II.

De plus on pourra remarquer que lorſqu'il eſt huit heures du matin à Goa, par exemple, un dimanche, il n'eſt encore que huit heures du ſoir du ſamedi à Mexico dans la nouvelle Eſpagne. Ainſi quand deux vaiſſeaux viennent à ſe rencon-

trer dans la mer du ſud, l'un venant de l'Aſie ; & l'autre de l'Amérique, il arrive néceſſairement que s'il eſt lundi pour le premier, il ne ſera encore que dimanche pour le dernier. La raiſon de cela eſt que celui qui va vers l'orient gagne une heure de 15 degrés en 15 degrés ſur celui qui va vers l'occident, lequel au contraire perd une heure en parcourant la même quantité de degrés. On ſuppoſe que ces deux vaiſſeaux, auſſi-bien que les deux voyageurs dont il eſt parlé dans le problême II de la coſmographie, ſont partis enſemble au même jour d'un même lieu, & que l'un a pris ſa route vers l'orient, & l'autre vers l'occident.

III.

Il eſt à remarquer que ſi l'on ſe ſert de ce cadran dans les lieux qui ſont éloignés du méridien de Paris, il faudra rapporter l'heure qui coule ſous la ville la plus proche du lieu où l'on eſt, & non pas ſous la fleur de lys. De ſorte que ſi on eſt en baſſe Bretagne, on rapportera ſous Breſt l'heure qui coule, ou ſous Milan, ſi on eſt en Piémont. D'où il ſuit que quand on eſt en France, en Angleterre, en Flandre, il faut rapporter l'heure qui coule ſous le méridien de Paris, c'eſt-à-dire ſous la fleur de lys. Quand on eſt en Allemagne, il faut voir ſi l'on eſt plus proche de Vienne ou de Hambourg ; ſi on eſt plus proche de Vienne, on rapportera l'heure qui coule ſous le méridien de Vienne, mais ſi l'on eſt plus près de Hambourg, on la rapportera ſous le méridien de Hambourg, &c.

REMARQUES.

En quelque endroit que l'on ſoit, ſi on veut ſe ſervir utilement de ce cadran, il faut le placer de telle ſorte que l'orient ſoit tourné du côté du lever du ſoleil, & l'occident du côté de ſon coucher; parce qu'alors le ſoleil, qui eſt ſous le midi de la roue des heures, ſuivra en quelque maniere le cours du ſoleil, pourvu que l'on panche le cadran vers le midi à la hauteur du ſoleil du jour préſent. Le globe qui eſt au centre du cadran ayant alors du rapport avec la terre, on connoîtra par ce moyen de quel côté du monde ſont tous les lieux marqués ſur le cadran. Et ſi on trouve que quelques-uns ne ſe rencontrent pas préciſement ſous leurs propres méridiens, & que ce cadran ne ſoit pas tout-à-fait juſte à leur égard, on conſidérera que ſi on eût obſervé avec la derniere exactitude, il ne s'y ſeroit trouvé que des lieux peu conſidérables & inconnus, que l'erreur qui peut ſe rencontrer ne va jamais à un quart d'heure de plus ou de moins.

Ce cadran a été dreſſé ſuivant les nouvelles obſervations de Meſſieurs de l'academie royale des ſciences, & inventé par Euſtache Pecourt, prêtre, & M. D. M. de l'égliſe cathédrale de Cahors: il ſe vend à Paris chez Gerard Jollain, rue ſaint Jacques, à l'enfant Jeſus.

Avertissement.

Ceux qui ne voudront point ſe charger la mémoire de la multiplicité des lignes qu'il faut tirer pour tracer des cadrans de toute eſpece, peuvent avoir recours à un inſtrument de gnomo-

nique, qui a été inventé par le ſieur le Maire, ingénieur pour les inſtrumens de mathématique, aſſez connu par la juſteſſe de ceux qu'il conſtruit & qu'il débite. Avec cet inſtrument, qui n'a rien de commun avec tous les autres, on ſçait faire en une demi-heure des cadrans ſur toutes ſortes de murailles, en tout pays, & cela ſans compas, ſans bouſſole, ſans attacher cet inſtrument à la muraille, ſans prolonger ni bornoyer. Cependant on peut y tracer les arcs des ſignes, les heures Judaïques, les Babyloniques, les Italiques, les maiſons céleſtes, & quelque ſection que ce ſoit de la ſphere. On peut encore décrire avec cet inſtrument toutes ſortes de cadrans portatifs.

L'occaſion qui a donné lieu à cet inſtrument eſt fort ſimple; l'opération que l'on fait en ſe ſervant de cet inſtrument eſt auſſi très-ſimple, puiſque pour opérer, il ne faut que ſerrer une vis. Le ſieur le Maire, qui l'a inventé, conſidéra qu'un cadran horiſontal bien poſé, ſert quelquefois à faire un cadran vertical, & que pour cet effet on enfonce dans la muraille un morceau de fil de fer aſſez long, & de groſſeur raiſonnable; puis faiſant attention aux heures que donne le cadran horiſontal, on marque d'un point à chaque heure l'extrêmité de l'ombre du fil de fer, mettant un chiffre à chaque point, pour ne ſe pas tromper: on recommence la même opération cinq ou ſix mois après, & l'on mene des lignes droites par les points de même dénomination dans les deux opérations différentes, comme du point de 6 heures au point de 6 heures, du point de 7 heures au point de 7 heures, & ainſi des autres. Cela étant obſervé, on a un cadran au ſoleil parfaitement juſte.

Le

Le ſieur le Maire, en faiſant ſes réflexions ſur l'opération qu'on vient d'expoſer, inventa un inſtrument par le moyen duquel on fait la même opération; avec cette différence cependant, que ce qui ne s'acheve qu'en ſix mois, ſe fait en une demi-heure, parce que l'opération qu'on fait avec l'inſtrument, eſt, pour ainſi dire, la converſe de celle qu'on vient d'expliquer, & qui dure ſix mois; puiſqu'il faut attendre que le ſoleil faſſe des ombres courtes & longues pour avoir différens points; c'eſt-à-dire, que le ſoleil ſoit tantôt élevé, tantôt abaiſſé aux mêmes heures: au lieu qu'en ſe ſervant de l'inſtrument, on oſe dire qu'on prend la muraille, & qu'on la met en un moment dans toutes les ſituations où elle ſe trouveroit dans une année à l'égard du ſoleil.

Pour opérer, on place l'inſtrument bien droit avec un plomb contre la muraille; on le tient en cet état, puis on tourne, & l'on met ſur l'heure courante que le ſoleil donne, un cadran concave qui y eſt attaché; on le retire, & on ſerre une vis qui fixe le cadran ſur l'inſtrument. On a une planche qui ſert toujours, ſur laquelle on attache un carton, ou un papier blanc; on enfonce vers le milieu de ce carton un fil de fer de grandeur raiſonnable; on met enſuite cette planche dans une rainure faite à l'inſtrument, & on l'y ſerre avec deux vis. On remue enſuite le cadran au ſoleil conjointement avec la planche, en faiſant marcher au ſoleil l'ombre de ce cadran ſur deux extrêmités de chaque ligne horaire qui y ſont tracées, & l'on marque en même tems avec un crayon l'ombre que donne le fil de fer qui eſt enfoncé ſur le carton dans la planche; on y marque

& l'on y joint de même les arcs des ſignes, ſi on le deſire.

Il ne faut enſuite qu'une regle pour joindre par une ſeule ligne les deux points de chaque même heure, & l'on trouve le cadran tout fait; il ne faut que l'attacher à la muraille (la ligne de midi toujours à plomb) enfonçant un fil de fer dans le mur, & obſervant que la diſtance de ſon pied à ſon extrêmité, ſoit de même longueur & en même ſituation que lorſqu'il étoit enfoncé dans la planche.

Si l'on veut que le cadran ſoit grand, on prolonge les heures avec une ficelle frottée d'un charbon doux: on met une longue verge de fer qui, partant du centre du cadran, paſſe par l'extrêmité du premier fil de fer qu'on a enfoncé dans le mur, obſervant que la pointe du premier fil de fer planté ſe termine dans le milieu de l'épaiſſeur de la ſeconde verge. Cette opération eſt très-facile, & peut être pratiquée en une demi-heure.

On peut faire avec le même inſtrument des cadrans ſur des cylindres portatifs, ou autres que l'on ſuſpend pour connoître l'heure, ſur des coquillages même tels qu'ils ſoient; mais pour ſçavoir bien faire ces dernieres ſortes de cadrans, il faut avoir pris deux ou trois leçons: au reſte, comme on n'y employe point de compas, rien n'eſt plus aiſé. Un ſeul inſtrument peut être univerſel, & ſervir pour toute la terre.

Démonſtration de l'horloge ou analemme rectiligne univerſel, qui marque les heures par les hauteurs du ſoleil, par le R. P. Millet Deſchalles.

NOus avons jugé qu'il ne pourroit être que profitable aux amateurs de la gnomonique, de leur communiquer la démonſtration de l'horloge appellée analemme rectiligne univerſel, donné par le R. P. Deſchalles. Pluſieurs mathématiciens qui ont écrit ſur cette matiere, entre leſquels eſt Oronce, & après lui Clavius, ſe ſont contentés d'en donner la conſtruction, ſans deſcendre à la démonſtration; de quoi on ne doit point être ſurpris, vu qu'elle eſt fondée ſur des principes très-cachés, & une théorie profonde, enſorte qu'il ſemble qu'il étoit réſervé aux ſeules lumieres de notre auteur d'en pouvoir pénétrer l'obſcurité. C'eſt à la faveur de ces mêmes lumieres que le lecteur pourra être conduit à de nouvelles découvertes, dont ce grand homme lui ouvre la voie. Ce petit traité eſt tout rempli de choſes très-utiles & curieuſes à ſçavoir, comme quand il nous apprend, par exemple, que dans l'analemme rectiligne, les rayons du grand trigone des ſignes ſont autant d'horiſons du ſoleil, dont cet aſtre en ſon parallele eſt le zenith; que l'on voit d'un coup d'œil & tout à la fois la longueur du jour de chaque pays de la terre en chaque différente déclinaiſon du ſoleil; que par le moyen de ladite déclinaiſon, connoiſſant le ſigne, on peut ſçavoir le jour du mois qui lui convient, & autres belles connoiſſances, dont le fruit qu'on en pourra retirer, doit inſpirer des ſentimens de

reconnoiſſance pour les ſçavans qui nous laiſſent de ſi excellens écrits.

Les opérations que l'on fait avec l'analemme rectiligne ſont ſi communes à l'analemme commun, vulgairement appellé aſtrolabe de Royas, que l'on pourroit dire qu'ils ſont tirés l'un de l'autre, & qu'ils ſont, à fort peu de différence près, une même choſe; cette différence empêche ſi peu le rapport qui eſt entr'eux, que l'on les fait toujours ſervir de preuve l'un à l'autre. Il eſt donc vrai de dire que cet inſtrument, ſous la figure du ſeul analemme rectiligne, les comprend tous les deux.

La différence dont nous avons parlé eſt que dans l'analemme commun les cercles horaires y ſont projettés par des ellipſes; la projection, qui s'y fait ſur le plan du colure des ſolſtices remplit entierement ſon cercle : au lieu que dans l'analemme rectiligne, les cercles horaires y ſont projettés par des lignes droites. La projection qui s'y fait ſur le même plan du colure des ſolſtices eſt renfermée dans un eſpace borné en ſa longueur par les diametres des cercles polaires, & dont la largeur n'outrepaſſe point les extrêmités des mêmes diametres, comme on le peut voir dans le rectangle MHIL de la figure 19, planche 25.

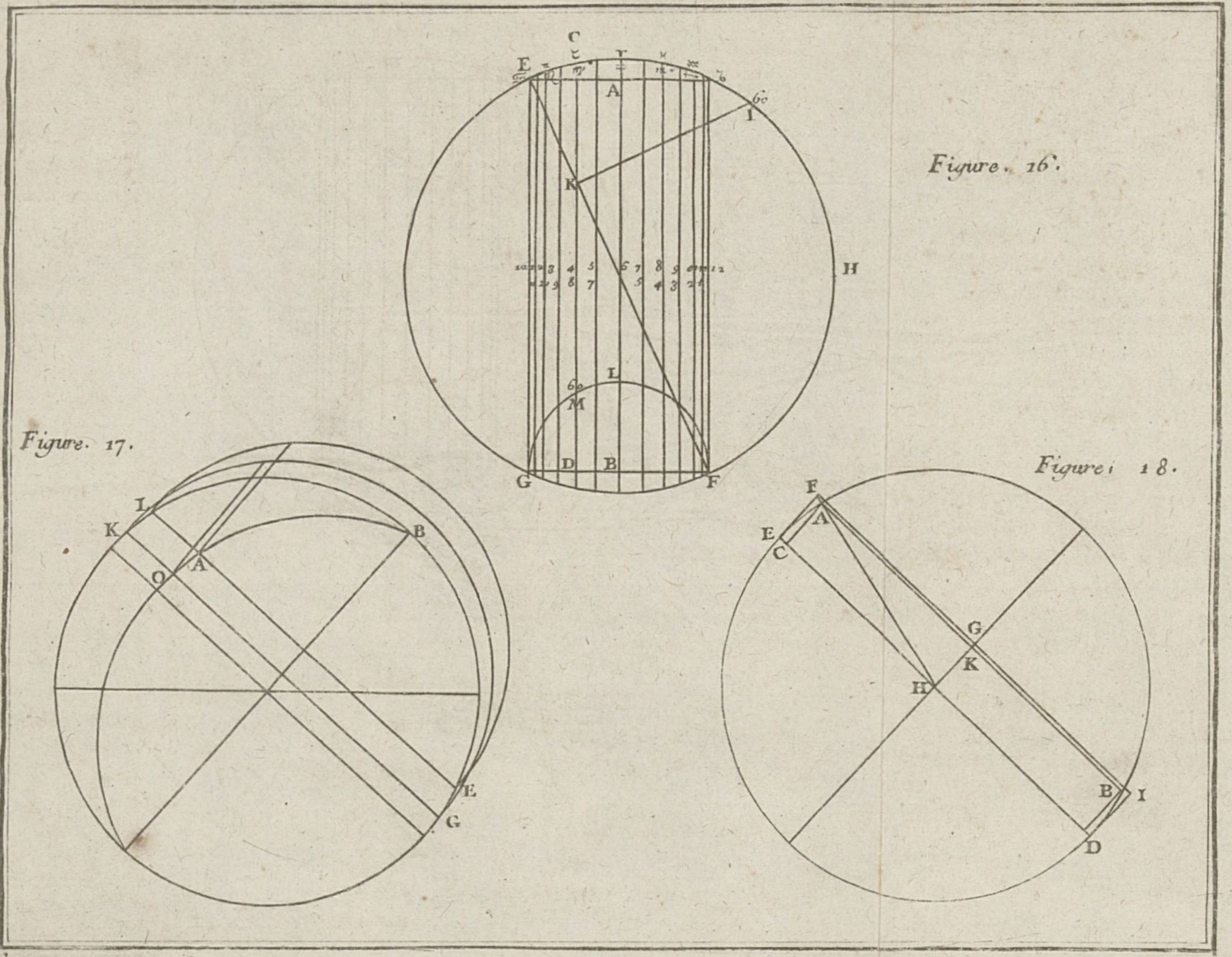


Figure. 16.
Figure. 17.
Figure. 18.

PROPOSITION I.

La diviſion de l'équateur en heures dans cet analemme eſt ſemblable à la deſcription des paralleles.

SOient décrits dans l'analemme les paralleles des ſignes AB, CD, &c. & les autres à la maniere accoutumée; ſçavoir, en diviſant l'écliptique comme on diviſe l'équateur; ce qui ſe fait en diviſant le demi-cercle EHF en ſes degrés de 15 en 15, & abaiſſant de chacune de ſes diviſions des perpendiculaires, telle qu'eſt IK: de cette maniere l'écliptique ſera diviſée comme l'équateur en douze heures, faiſant ſervir les mêmes pour le jour & pour la nuit. Vous remarquerez que cette diviſion en 12 détermine les lieux & les eſpaces des ſignes & de leurs moitiés. Le parallele du milieu, qui eſt celui de ♈, eſt la ligne de 6 heures, & les deux tropiques ſont le midi ou le minuit. Les paralleles étant ainſi décrits par la diviſion de l'écliptique, ſoit mené FG, qui eſt la corde de l'arc de la diſtance entre les deux tropiques, ſur laquelle on décrira le demi-cercle FLG; je dis que ſi on diviſe ce demi-cercle en ſes degrés, on pourra décrire les mêmes paralleles comme par l'autre maniere. Pl. 24, fig. 16.

Démonſtration.

Soit ſuppoſé l'arc GM d'un certain nombre de degrés, comme de 60 d. & ſoit mené MD perpendiculaire à FG, coupant l'écliptique EF au point K; ſur ce point K ſoit élevée la perpen-

diculaire KI, je prouverai que l'arc EI eſt de 60 d. comme l'arc GM; car comme dans le triangle FEG la droite DK eſt parallele à la baſe EG, (par 4, 6) FG ſera à DG comme FE eſt à EK; or GD eſt le ſinus verſe de l'arc GM de 60 d. (FG étant ſuppoſé le diametre) donc KE ſera le ſinus verſe de l'arc EI de 60 d. (étant diametre) ce qu'il falloit démontrer.

REMARQUE.

La maniere la plus ordinaire de décrire les paralleles des ſignes, eſt de tracer un demi-cerle, comme FLG, & de mener par ſes diviſions des perpendiculaires à ſon diametre FG : or parce que l'on agit comme pour diviſer l'équateur en heures, & que pour avoir les mêmes paralleles décrits par une autre méthode, qui eſt par la diviſion de l'écliptique, il faut qu'elle ſoit diviſée comme l'équateur; il ſuit que la diviſion de l'équateur en heures eſt en toute façon ſemblable à la deſcription des paralleles.

PROPOSITION II.

Les lignes qui repréſentent les paralleles dans l'analemme, ſont coupées en parties ſemblables ou proportionnelles par les points d'une même heure.

Pl. 24, fig. 17. SOient dans l'analemme les deux lignes FG, EL, repréſentant des cercles paralleles, & ſoit le cercle OAB de 3 heures repréſenté par une ellipſe; je dis que ces lignes ſont coupées en ſemblables parties en O & en A, c'eſt-à-dire, que EA eſt à AL, comme GO eſt à OK. Soit

ſur GK & ſur EL, décrit un demi-cercle, chacune de ces lignes ſera le diametre de ſon cercle.

Démonſtration.

Ces lignes GK, EL, repréſentant des cercles paralleles, ou leurs diametres, ſont (par prop. 10. 2. théor.) coupées proportionnellement par les cercles horaires; ſoit ſuppoſé que par les interſections de ces paralleles avec le cercle horaire OAB, on mene des perpendiculaires ou ſinus ſur leurs diametres GK, EL; OK ſera le ſinus verſe d'un arc de 45 d. dans ſon cercle, comme AL ſera le ſinus verſe d'un arc d'autant de degrés dans le ſien. C'eſt pourquoi GK eſt à KO comme EL eſt à LA, & en diviſant, GO ſera à OK comme EA eſt à AL.

PROPOSITION III.

Si dans l'analemme on fait tous les paralleles égaux à l'équateur, & leur diſtance égale à la tangente de leur déclinaiſon, la même proportion ſera obſervée.

DAns la deſcription de l'analemme les lignes qui repréſentent les paralleles diminuent à meſure qu'elles s'éloignent de l'équateur; mais parce que les lignes horaires doivent être des ellipſes qui diviſent proportionnellement ces lignes des paralleles, & qu'il eſt difficile de tracer ces ellipſes, on peut faire ces paralleles égaux à l'équateur; pour lors les cercles horaires ſeront repréſentés par des lignes perpendiculaires. Ce changement de conſtruction ne changera ni l'effet ni la proportion qui ſera toujours obſervée, ſi l'on

Pl. 24, fig. 18.

fait la diſtance, dont chacun de ces paralleles eſt éloigné de l'équateur, (laquelle dans l'analemme commun eſt égale au ſinus de la déclinaiſon) égale à la tangente de la même déclinaiſon.

Soit propoſé le parallele AB, dont la diſtance à l'équateur ED eſt égale au ſinus AC de l'arc de la déclinaiſon AE; ſoit menée la tangente FE du même arc, & ſoit ſubſtituée la ligne FI pour la ligne AB; je dis pour lors qu'il y a même raiſon de ce parallele ainſi augmenté, (c'eſt à dire, fait égal à l'équateur ED) à la tangente EF, qu'il y en a du parallele AB au ſinus AC, & cela fondé ſur ce théorême de la trigonométrie, qui eſt que le ſinus de complément eſt au ſinus de l'arc, comme le ſinus total à la tangente du même arc. Soit mené HAF.

Démonſtration.

Comme dans le triangle HEF les lignes CA, EF, ſont paralleles, étant perpendiculaires à la même ligne ED; HC, c'eſt-à dire KA eſt à CK, comme HE, c'eſt-à-dire, GF eſt à EF. Ce qu'il falloit démontrer.

REMARQUE.

On tire particulierement de cette propoſition la conſtruction de l'analemme rectiligne, dans lequel tous les cercles horaires ſont repréſentés par des lignes perpendiculaires à l'équateur de l'analemme commun, & tous les paralleles repréſentés par des lignes paralleles au même équateur; en quoi on a cet avantage, que les mêmes lignes horaires peuvent ſervir de paralleles, quand on veut que l'analemme rectiligne ſerve d'analemme commun.

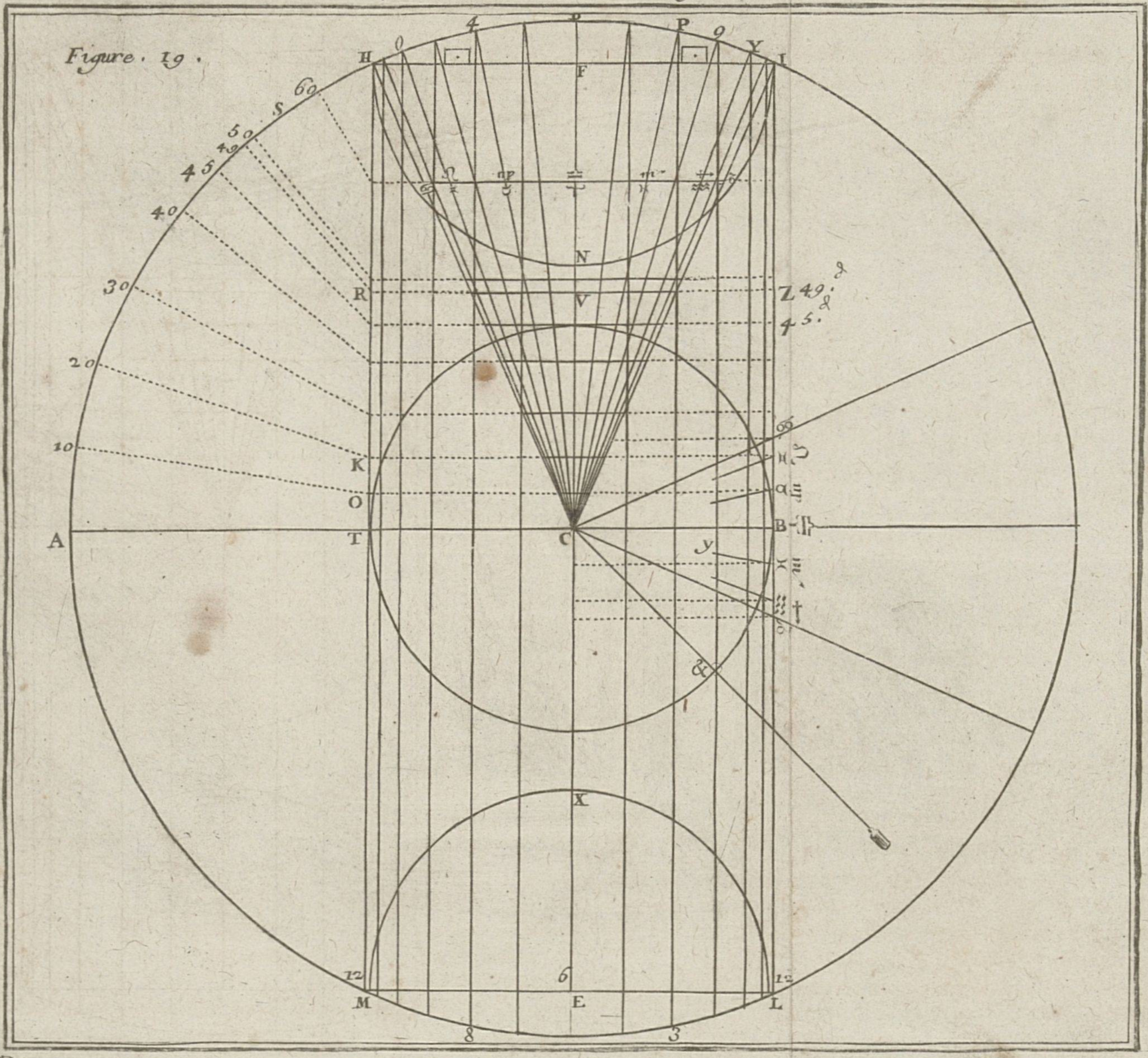


Figure. 19.

PROPOSITION IV.

Conſtruction de l'horloge ou analemme rectiligne univerſel.

SOit fait le rectangle HMLI, & ſoient décrits ſur les lignes LM, HI, les demi cercles MXL, HNI, qu'on diviſera en douze parties égales. Enſuite ſoient tirées, par les points oppoſés des diviſions, les lignes DE, 48, 93, & autres qui ſeront les lignes horaires, HM ſera la ligne de minuit, & LI celle de midi. Les autres lignes auront chacune deux des heures également diſtantes de XII, comme c'eſt l'ordinaire dans tous les cadrans décrits par les élevations du ſoleil. Cette conſtruction convient également à l'analemme commun comme au rectiligne, c'eſt-à-dire, que ſi l'on prend la ligne CD pour l'équateur, ces mêmes lignes horaires pourront être les paralleles des ſignes dans l'analemme commun, qui ſera beaucoup plus grand, étant décrit du rayon CH. Pour avoir cet analemme commun, on décrira du point C l'arc des ſignes HDI, qui ſera coupé par les lignes horaires ſelon la déclinaiſon des ſignes, & on menera du centre C à ces ſections les rayons HC, 6C, 4C, PC, YC, IC; la ligne FH ſera le ſinus de l'angle DCH de 23 d. $\frac{1}{2}$, qui eſt la plus grande déclinaiſon du ſoleil : la ligne FI ſera pareillement le ſinus de l'angle DCI de 25 d. $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, que ſi de quelque point, comme C, on eût commencé d'abord à décrire le trigone des ſignes terminé à droite & à gauche de D par des arcs de 23 d. 30′, & que des points de l'entrée des ſignes Pl. 25, fig. 19.

Pl. 25, fig. 19. & de leurs moitiés on eût tiré des lignes paralleles à la ligne DC, on auroit eu les mêmes 12 heures dans l'analemme commun, comme ſa premiere conſtruction les a donné dans l'analemme rectiligne.

Soit décrit maintenant du centre C le quart de cercle AS à volonté, que l'on diviſera en ſes degrés de 5 en 5, ou de 10 en 10, comme l'on voudra. Après quoi on tirera du centre C par toutes ces diviſions les lignes occultes C 10, C 20, C 30, &c. leſquelles couperont la ligne TH aux points O, K, R, &c. Je dis que les lignes TO, TK, TR, ſont tangentes par rapport au cercle qui ſeroit décrit de l'intervalle CT, ſelon la propoſition précédente. Enſuite ſoient menées par les points O, K, R, &c, des lignes paralleles à l'équateur BT, leſquelles dans cet analemme rectiligne, où BT eſt l'équateur, & où les lignes HM, EF, LI ſont horaires, ſeront les paralleles des latitudes, auxquels on appoſera les chifres des degrés, ſelon les différentes élevations du pole. Enſuite du point C ſoit décrit un petit arc des ſignes ou zodiaque ſur la ligne LI de midi, dans lequel CB ſera le rayon de l'équateur, & les autres rayons tirés occultement du point C juſqu'à la ligne LI; il eſt évident que ſi par les points auxquels la ligne LI eſt coupée par les rayons des ſignes, on menoit des paralleles à la ligne BC, on auroit les paralleles des ſignes pour le petit analemme rectiligne, qui a BC ou BT pour équateur. La diviſion de ce petit zodiaque ſe trouve toute faite dans la diviſion de la ligne du parallele de 45 d. de latitude qui eſt coupée par les rayons du grand zodiaque, parce que tant la ligne LI, que cette ligne du 45e parallele ſont

tangentes égales, étant diſtantes d'un même centre C par des rayons d'un même cercle.

PROPOSITION V.

Uſage de l'analemme.

Trouver la longueur du jour : ou, ce qui eſt la même choſe, trouver l'heure du lever & du coucher du ſoleil dans la ſphere droite.

Dans la figure précédente ſoit ſuſpendu un perpendicule au point C, auquel perpendicule, qui eſt ordinairement un fil ou ſoie, on ajoute outre le poids une perle mobile, que l'on arrête ſur le ſigne où eſt le ſoleil marqué au petit zodiaque en la ligne LI, & l'inſtrument ſoit tenu de façon que le fil pendant librement, le rayon du ſoleil levant paſſe par les trous des pinnules : vous verrez que ce perpendicule, avec la perle, demeurera parallele aux lignes horaires, & arrêté ſur la ligne CD de 6 heures. Or il eſt évident qu'en la ſphere droite le ſoleil ſe leve à ſix heures, & partant l'heure a été juſtement marquée. Pl. 25, fig. 19.

Depuis le perpendicule pendant du point C, la perle ſoit coulée ſur le point B de ♈, ou de l'équateur du petit zodiaque, & l'inſtrument préſenté au ſoleil à quelque heure du jour, vous verrez que le rayon ſolaire paſſant par les trous des pinnules, la perle s'arrêtera ſur la vraie heure qu'il eſt dans la ſphere droite ; ſuppoſé donc qu'elle s'arrête au point & de neuf heures, je prouve qu'il doit être neuf heures.

Démonſtration.

Il eſt clair premierement que l'angle EC & eſt

la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon, & que la perle décrit le cercle dont BC eſt le demi-diametre; ſoit ſuppoſé que ce cercle eſt déja décrit, & que dans ce cercle eſt décrit l'analemme commun, où la ligne EC, repréſentant l'horiſon de la ſphere droite, eſt coupée à angles droits par l'équateur BT. Comme dans ce jour le ſoleil parcourt l'équateur, qui dans cette poſition de ſphere eſt auſſi le premier vertical, il fera dans ce cercle un mouvement d'autant de degrés qu'il en a fait en ſe levant ſur l'horiſon; enſorte que s'il eſt élevé de 45 degrés, il ſera au point &, duquel point ayant mené ſur l'équateur la perpendiculaire & Y, le point Y ſera ſon lieu. Et comme l'équateur eſt diviſé dans cet analemme rectiligne comme dans l'analemme commun (par prop. 1re) ſi le point Y eſt le point de neuf heures, il ſera véritablement neuf heures. En un mot, comme la perle parcourt l'équateur, ſi de l'endroit où elle s'arrête on tire une perpendiculaire au diametre BT, elle indiquera l'heure.

PROPOSITION VI.

Trouver l'heure aſtronomique dans la ſphere droite, le ſoleil parcourant quelque parallele que ce ſoit.

Pl. 27, fig. 20. SOit le fil pareillement arrêté au point C comme dans tous les uſages de l'analemme en la ſphere droite, ſoit la perle tranſportée ſur le parallele du ſoleil au petit zodiaque, par exemple, au point D, en ſorte que la perle décrive par ſon mouvement le cercle DE beaucoup plus grand que le cercle MH, dans lequel nous ſuppoſons

Figure . 24 .

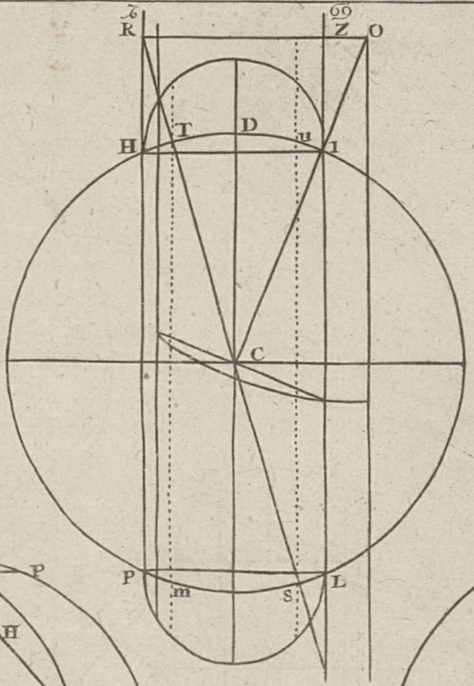


Figure . 23 .

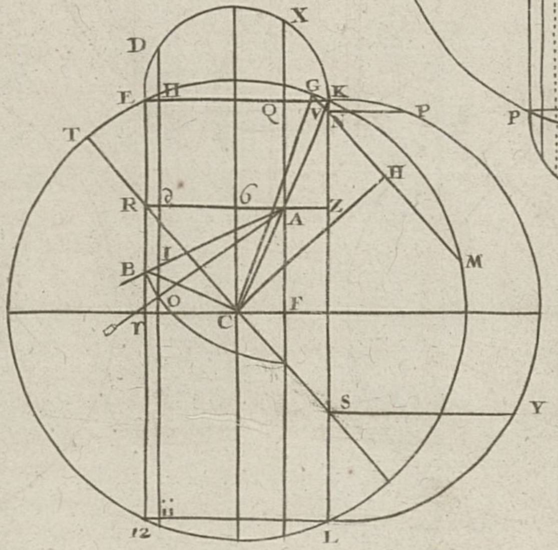
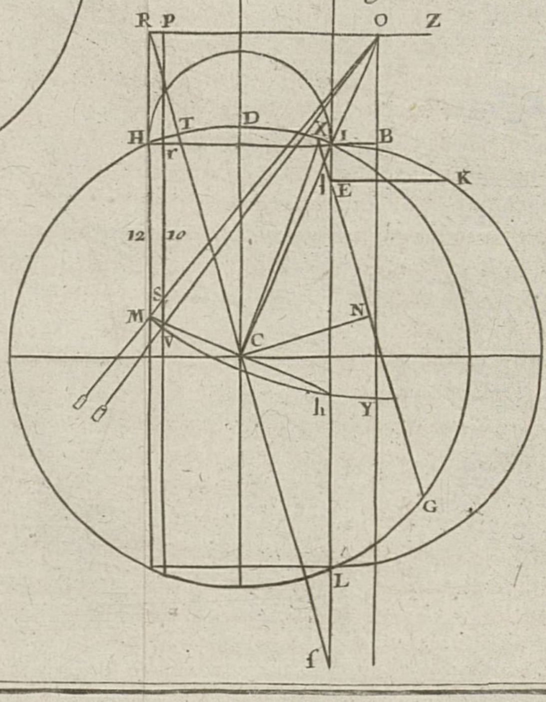


Figure 25 .



que ſoit décrit l'analemme commun. Le rayon du ſoleil paſſant par les pinnules, & la perle s'arrêtant ſur la ligne horaire OK de 9 heures, je dis qu'il eſt véritablement 9 heures. Pour le prouver, ſoient menés OC & CD, coupant le cercle HM aux points S & R. Dans l'analemme commun la ligne CE eſt l'horiſon de la ſphere droite, CM l'équateur, MR l'arc de la déclinaiſon du ſoleil, RA le parallele que le ſoleil décrit ce jour-là, & ANR le même parallele repréſenté par ſon cercle, l'angle HCS, ou l'arc HS, eſt la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon. Or c'eſt cette hauteur qui détermine l'heure en déterminant l'endroit du parallele où ſe trouve le ſoleil dans le tems de l'opération; car ſi on tire par le point S l'almicantarath SF, il marquera en B le lieu du ſoleil dans ſon parallele RA; & ſi à ce point B on mene la perpendiculaire BG, c'eſt-à-dire, ſi on prolonge l'almicantarath juſqu'au cercle repréſentant le parallele, le point G ſera le vrai lieu du ſoleil, l'arc NG ſera ſa diſtance à 6 heures, & GR la diſtance juſqu'à midi. Cela poſé, il me reſte à faire voir que l'arc GR eſt ſemblable à l'arc IM, & par conſéquent que les ſegmens PB, CK repréſentent des arcs ſemblables, c'eſt-à-dire, qu'il y a même raiſon de PR à PB, que de CM à CK, les ſegmens BR, KM étant ſinus verſes d'arcs ſemblables.

Démonſtration.

Dans le triangle COK, SF, OC, étant paralleles, CK ſera à CF (par 4, 6) comme CO à CS, ou CD à CR, ou encore comme CM à CL dans le triangle CMD: or CL & PR ſont égales: donc CK eſt à CF, ou PB ſon égale, comme

CM eſt à PR, & en changeant & diviſant, CM ſera à KM, comme PR eſt à BR. Donc la perle montre la même heure ſur la ligne CM, qu'elle auroit montré dans l'analemme commun ſur la ligne PR. Donc elle montre la vraie heure.

PROPOSITION VII.

Dans une latitude donnée déterminer l'heure du lever & du coucher du ſoleil dans quelque parallele que ce ſoit.

Pl. 27, fig. 21. NOus avons dit, dans la quatrieme propoſition, que la ligne RZ, & les autres lignes paralleles à l'équateur, qui traverſent le grand trigone des ſignes, repréſentent des cercles de latitude. Suppoſons donc que cette ligne RZ ſoit le parallele de la latitude de 49 degrés, telle qu'eſt celle de Paris, & que dans le tems de la perquiſition de l'heure, le ſoleil ſoit dans l'équateur, CI eſt le rayon de ♑, CF de l'équateur, CH de ♋; il eſt évident que ſi le perpendicule eſt attaché au point V, le ſoleil étant dans l'équateur, & que la perle ſoit tranſportée ſur le point *h* de ♈, ou de l'équateur du petit zodiaque, qui eſt ſur la ligne LI, lorſqu'au lever du ſoleil ſon rayon paſſera par les pinnules (la ligne HI demeurant parallele à l'horiſon) le fil & la perle tomberont ſur la ligne CF de 6 heures, qui eſt l'heure du lever du ſoleil dans l'équinoxe. Je dois prouver qu'en pratiquant la même choſe dans quelque parallele des ſignes que le ſoleil ſe trouve, le fil & la perle marqueront la vraie heure de ſon lever.

Soit l'équateur AB; la parallele de la latitude de la région RZ, ſoit ſuppoſé le ſoleil au tro-

pique de ♑ ; il eſt évident, ſuivant ce que j'ai démontré en mon traité de géographie, touchant la maniere dont la terre eſt éclairée, que le cercle ou bord d'illumination, qu'on appelle auſſi horiſon du ſoleil, décline autant des poles que le ſoleil a de déclinaiſon. Cela étant, le cercle d'illumination ſera CI, comptant le parallele de la latitude RZ au point Y de la ligne horaire YO. Or, ſelon ce que j'ai fait remarquer en parlant du globe terreſtre, l'arc ſemi-diurne eſt moindre que 6 heures de la quantité de la ligne VY : c'eſt pourquoi ſi la ligne VY eſt le ſinus d'une heure, le ſoleil ſe leve à 7 heures; mais comme nous avons la latitude de 49 degrés, où le ſoleil en ♑ ſe leve à 8 heures, la ligne VY ſera le ſinus de deux heures; donc l'arc ſemi-diurne ſera moindre de deux heures de ce qu'il étoit quand le ſoleil étant dans l'équateur, ſe levoit à 6 heures.

Voyez les problêmes de coſmographie.

Je ferai voir pareillement que le ſoleil étant en ♋, la même ligne YO ſera celle de 4 heures, (cet aſtre ſe levant dans ce ſigne deux heures devant ſix). Soit décrit pour cela un cercle de l'intervalle C H, dans lequel on ſuppoſe que ſoit décrit l'analemme commun; FC ſoit l'équateur, IL le tropique de cancer, & le midi ſoit du côté de MH, l'horiſon oblique ſoit TCS, ſoit RZ le parallele de la région dans l'analemme rectiligne, lequel parallele ſoit coupé par le rayon de ♋, c'eſt-à-dire, par la ligne CI au point Y. En ce point ſoit attaché le perpendicule, & l'inſtrument tenu de façon que le rayon du ſoleil levant paſſe par les pinnules. Je dis que ce perpendicule, qui dans ce cas ſera parallele aux lignes horaires, tombera le long de la ligne YO, qui ſe trouve être celle de 4 heures : d'où l'on connoît que

l'heure du lever du ſoleil en ♋ eſt à 4 heures ; & que l'arc P*b*H eſt l'arc ſemi-diurne. Pour le prouver, ſoit décrit ſur le tropique IL de l'analemme commun le demi-cercle L*e*I, & du point, où la ligne LI coupe l'horiſon oblique TCS, ſoit élevée la perpendiculaire EK, l'arc K*e*I ſera l'arc ſemi-diurne, ſelon l'analemme commun. Je m'en vais démontrer que l'arc P*b*H de l'analemme rectiligne lui eſt ſemblable.

Démonſtration.

Il eſt premierement conſtant que les lignes *h*E, R & ſont égales, parce que les triangles RVC, C*h*E, ſont équiangles, & ont les côtés C*h*, RV, égaux. De plus, dans le triangle LIH, EX étant parallele à la baſe HI (par 4, 6) HI ſera à LI, comme XE, c'eſt-à-dire, BI, eſt à EL. Par conſéquent les arcs LK, PI (qui ſont la diſtance de l'heure du lever du ſoleil en ♑ juſqu'à midi) ſeront ſemblables; la ligne LI étant le midi, comme dans l'analemme rectiligne, ou bien cette ligne LI ſera celle de minuit, lorſque le ſoleil étant en cancer, ces mêmes arcs ſeront la diſtance depuis minuit juſqu'au lever de cet aſtre. Donc les arcs reſtans K*e*I, P*b*H ſeront ſemblables; & comme ils ſont les arcs ſemi-diurnes de cancer, la ligne MH ſera le midi dans cette démonſtration de l'analemme commun; c'eſt-à-dire que ſi l'on imagine l'analemme commun décrit dans le petit cercle H*b*PI, le point H ſera le midi en ♋, comme dans l'analemme rectiligne, & le point I, qui dans ce cas eſt celui de minuit, ſera le point de midi pour ♑.

PROP.

PROPOSITION VIII.

En quelque latitude que ce ſoit, connoître les heures aſtronomiques au tems de l'équinoxe.

SOit la ligne de la latitude donnée RZ, en laquelle ſoit attaché le fil au point O du rayon de l'équateur, & la perle ſoit tranſportée ſur le point *h* du ſigne de ♈ du petit zodiaque, laquelle par ſon mouvement décrira le cercle Y*h*, le rayon ſolaire paſſant par les pinnules, l'heure où elle s'arrêtera ſera la vraie heure. Ce qui eſt vraiſemblable; car ſi c'eſt dans le tems que le ſoleil ſe leve, la perle s'arrêtera ſur la ligne OY, c'eſt-à-dire à 6 heures. En ſecond lieu, que la perle s'arrête ſur la ligne IL au point *h*, je dis qu'il eſt midi, & je le prouve en faiſant voir que le ſoleil eſt pour lors à ſa hauteur méridienne, c'eſt-à-dire, que l'angle YO*h* eſt égal à l'angle de la hauteur que le ſoleil doit avoir à midi dans l'équinoxe. Soit décrit pour cet effet l'analemme commun; ſçavoir, un cercle dont le rayon eſt CH, & ſoit mené l'horiſon oblique TRS; dans cet analemme CD, ſera l'équateur, TD la hauteur méridiene, ou l'angle TCD, que je dois faire voir ſemblable à l'angle YO*h*. Pl, 27. fig. 22.

Démonſtration.

Les triangles ROC, OZ*h*, ſont rectangles, par conſtruction, & ont les côtés RO, OZ, OC, Z*h*, égaux; donc (par 4, 1) l'angle OCR ſera égal à l'angle Z*h*O, ou à ſon alterne *h*OY; ce qu'il falloit démontrer.

En troiſieme lieu, que la perle s'arrête au point

V ſur la ligne horaire VPb, je dis qu'elle montrera la vraie heure qu'il eſt; & que l'arc bI ſera la vraie diſtance de cette heure à midi; enſorte que ſi bI eſt de 60 degrés, je prouverai que l'angle YOV (qui eſt ſon complement de 30 degrés, ou de deux heures, ſçavoir, la diſtance depuis ſix que le ſoleil s'eſt levé) eſt l'angle d'élevation que le ſoleil doit avoir à huit heures; car dans l'analemme commun où CD eſt l'équateur, & DKW ſon demi-cercle, ſoit fait l'angle TCX, égal à l'angle d'élevation YOV, & ſoit mené par ce point X l'almicantarath XG, le ſoleil ſera au point E de l'équateur; ſoit mené EK perpendiculaire à l'équateur CD: pour lors la vraie diſtance de cette heure indiquée par la perle juſqu'à midi, ſera l'arc KD, ſelon l'analemme commun. Je démontrerai que par l'analemme rectiligne la diſtance ſe trouve la même dans l'arc bI, que je ferai voir être toute ſemblable à KD.

Démonſtration.

Les triangles rectangles ORC, OC*h*, ont les côtés RO, C*h* égaux, & le côté OC commun, donc (par 4, 1) les angles *h*OC, OCR ſont égaux; & comme ils ſont alternes, les lignes O*h*, RC, ſont paralleles; OC, NV, ſont auſſi paralleles, & partant les angles ONV, XEC égaux. Or l'angle NVO, avec ſon alterne VOY, ont été faits égaux aux angles XCT, CXE, donc les triangles XEC, ONV, ſont équiangles; donc (par 3, 6) CX ou CD, eſt à CE, comme OV, ou O*h*, eſt à ON: or O*h* eſt à ON comme C*h* eſt à CP: c'eſt pourquoi ſi CE eſt le ſinus de l'arc KB de deux heures (CD étant poſé ſinus total) CP ſera le ſinus de l'arc 6, 8, de deux heures (le ſinus

Figure. 20.

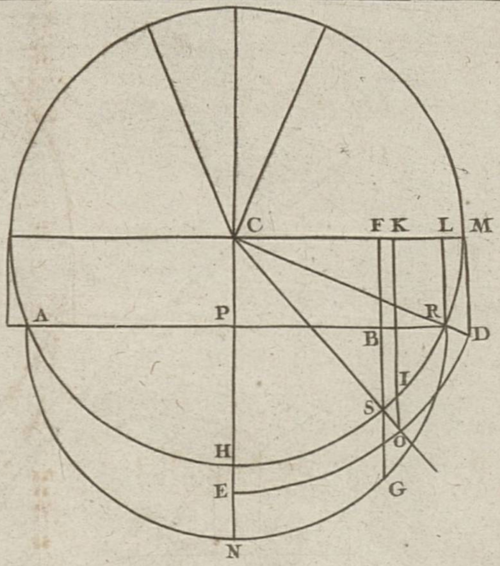


Figure. 21.

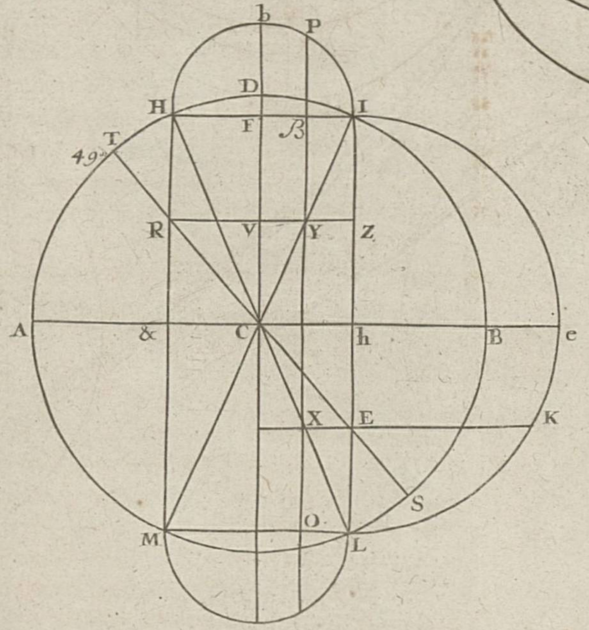
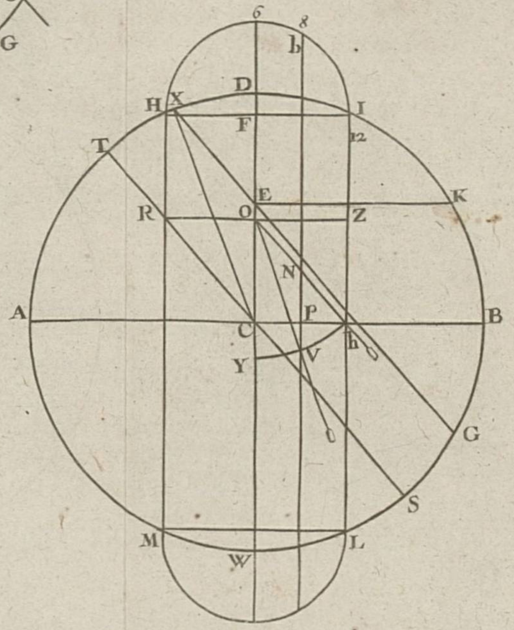


Figure. 22.



total étant C*h* ou FI) d'où il s'enſuit que les arcs reſtans, *b*I, KD demeurent ſemblables : ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION IX.

Dans une latitude donnée, connoître l'heure aſtronomique en quelque lieu du zodiaque que le ſoleil ſoit.

SOit RZ la ligne de la latitude de la région, coupant, par exemple, le rayon CK de cancer au point A, où ſoit ſuſpendu le perpendicule, & ſoit coulée en même tems la perle juſqu'au point B de ♋ au petit zodiaque ; pour lors ſi ayant tourné le point K vers le ſoleil, & ſon rayon paſſant par les pinnules, la perle s'arrête ſur le point O de la ligne OD de 11 heures, diſtante de la ligne E 12 de midi d'un eſpace horaire, c'eſt-à-dire, que l'arc ED ſoit de 15 degrés ; je dis qu'il eſt onze heures. L'angle FAO étant l'élevation du ſoleil, je prouverai que dans l'analemme commun, le ſoleil ayant une pareille hauteur, il doit être abſolument onze heures. Pl. 26, fig. 23.

Soit donc décrit l'analemme commun de l'intervalle CK ; ſelon cet analemme, la ligne KL ſera le tropique de cancer : ſoit mené après cela la ligne TRCS repréſentant l'horiſon oblique ſur laquelle ſoit fait l'arc TG ou l'angle TCG égal à l'angle d'élevarion FAO ; ſoit tiré enſuite l'almicantarath GM, coupant le tropique LK au point N, & ayant décrit le demi-cercle KPL, qui repréſente ce tropique, ſoit élevé au point N la perpendiculaire NP. Je démontrerai que

l'arc KP eſt de 15 degrés, c'eſt-à-dire, que les arcs ED, KP ſont ſemblables. La ſixieme propoſition nous doit avoir appris que l'arc ſemidiurne XDE eſt ſemblable à l'arc YPK de l'analemme commun ; d'où il ſuit que LS eſt à SK comme KQ eſt à QE.

Démonſtration.

Dans le triangle SKC, GN étant parallele à la baſe, c'eſt-à-dire à l'horiſon oblique CS (par 4, 6) SK ſera à SN comme CK, c'eſt-à-dire, CG, à CV. De plus dans le triangle θAO l'angle AOθ eſt égal à ſon alterne OAF, qui eſt l'angle de l'élevation du ſoleil égal par conſtruction à l'angle TCG, ou à ſon alterne CGπ. Cela étant, les angles AOθ, CGπ, ſont égaux : & comme les angles π & θ ſont égaux, l'un & l'autre étant droits, les triangles AOθ, CGπ, ſeront ſemblables. Soit conſidéré enſuite le quadrilatere RBCA, dans lequel l'angle R eſt droit, l'angle ACB eſt auſſi droit (le rayon BC de ♋ du petit zodiaque étant par conſtruction perpendiculaire au rayon CK de ♋ du grand zodiaque, & les angles 6CA, BC♈ de 23 degrés 30′ chacun) donc on peut décrire un cercle autour du quadrilatere ARBC, (par la converſe de 22 du 3) partant les angles RBA, RCA, inſiſtans ſur la même baſe AR ſeront égaux. Or eſt-il que les angles RBA, θIA, ſont égaux ; & à ceux-ci ſont égaux les deux alternes RCA, CVπ, donc les angles AIθ, CVπ, ſont égaux, & par conſéquent les angles de ſuite AIO, AVG ſont auſſi égaux. Or nous venons de voir que CGV, AOI, ont été faits égaux ; donc les triangles AIO, CGV ſont équiangles & ſemblables ; donc CG, c'eſt-à-dire, CK

eſt à CV, ou SK eſt à SN, comme AO, c'eſt-à-dire, AB eſt à AI; mais comme AB eſt à AI, ainſi AR eſt à Aθ, c'eſt-à-dire, QE eſt à QH, donc SK eſt à SN comme QE eſt à QH, mais nous avons vu que LK eſt à SK comme KE eſt à QE: donc en diviſant, LK ſera à NK comme KE à HE: donc HE & NK ſeront ſinus verſes d'arcs ſemblables; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION X.

Trouver l'heure du lever & du coucher du ſoleil dans un pays dont la latitude ſoit de plus de 66 degrés 30′.

QUoiqu'on ne faſſe gueres ſervir ce cadran ou horloge pour une latitude plus grande que 66 d. 30′, j'enſeignerai cependant en peu de mots le moyen de s'en ſervir dans les pays voiſins des poles. Pl. 26, fig. 24.

Soit donc la ligne de latitude RZ, que nous avons tiré à l'ordinaire par le point d'interſection R de l'horiſon oblique RS de l'analemme commun, avec la ligne de midi PH prolongée, ſi l'on ſuppoſe que DC ſoit l'équateur, IL le tropique de ♋, PH le tropique de ♑: que le pole ſoit élevé ſur l'horiſon TS du complément de l'arc TD; T*m* ſoit un parallele tiré par le point d'interſection T de l'horiſon avec la circonférence de l'analemme (ce point T eſt celui qui ſépare la partie éclairée d'avec celle qui eſt dans la nuit) ſoit encore *u*S un autre parallele tiré par le point d'interſection S du même horiſon avec la même circonférence de l'analemme, & qui eſt diamétralement oppoſé au point T: cela poſé, je dis

que le parallele T*m*, avec ceux qui ſont au-deſſous juſqu'au tropique PH de ♑, ne ſe leveront point ſur l'horiſon RS, mais ſeront totalement cachés: que les paralleles au-deſſus de T, c'eſt-à-dire ceux qui ſont compris depuis T*m* juſqu'au parallele *u*S, ſeront cachés à moitié ou en en partie, ſçavoir celui du milieu CD ſera coupé par la moitié, & les autres en parties inégales, & par conſéquent le ſoleil s'y levera & couchera chaque jour, & qu'enfin les autres paralleles, depuis *u*S juſqu'au parallele O, ſeront tous entiers ſur l'horiſon, & par conſéquent le ſoleil ſera pluſieurs jours, & même des mois entiers ſans ſe coucher, ainſi que nous avons vu qu'aux paralleles correſpondans qui ſont ſous T*m*, cet aſtre eſt autant de tems ſans ſe lever; ce qui n'a pas beſoin de démonſtration, après l'évidence qu'en donne la figure.

PROPOSITION XI.

Trouver l'heure aſtronomique dans une latitude de plus de 66 degrés 30'.

Pl. 26, fig. 25. SOit propoſé de trouver l'heure aſtronomique dans un pays dont la latitude ſoit de plus de 66 d. 30', ſoit RZ la ligne de cette latitude. Le ſoleil ſoit dans le tropique de cancer, dont le rayon ſoit CI: ſoit ſuſpendu le perpendicule au point O, où la ligne RZ de la latitude concourt avec le rayon de cancer CI; ſoit auſſi tranſportée la perle ſur le point M du cancer du petit zodiaque, la perle décrira le cercle *h*VM, & ayant tiré la ligne *h*CM, l'angle OCM ſera droit. Suppoſé donc que le rayon du ſoleil paſſant par les pinnules, la perle s'arrête au point V de la ligne V*r* de

dix heures, je prouverai qu'il doit être dix heures; car ayant décrit, comme ci-devant, l'analemme commun, en traçant un cercle du point C comme centre, IL ſera le tropique de cancer. Soit décrit enſuite le demi-cercle IKL repréſentant ce tropique, & ſoit pris en ce demi-cercle l'arc IK de deux heures, ayant mené la perpendiculaire KE, le point E ſera le vrai lieu du ſoleil dans ce tropique; ayant fait l'angle XCT égal à l'angle VOY de l'élevation du ſoleil à dix heures, & tiré l'almicantarath XEG parallele à l'horiſon oblique Tſ, je vais démontrer que ces angles VOY, XCT de dix heures répondent dans l'analemme commun à la même élevation qui répond aux mêmes dix heures dans l'analemme rectiligne.

Démonſtration.

Premierement dans le triangle ICſ, l'almicantarath X*l*E parallele à la baſe, c'eſt-à dire, à l'horiſon Cſ, coupe les côté CI, Iſ proportionnellement en *l* & en E, donc (par 4, *6*,) ſI, ſera à ſE comme CI, c'eſt-à-dire, CX eſt à C*l*. Secondement, dans le triangle POV, l'angle PVO eſt égal à ſon alterne VOY, & celui-ci, qui eſt l'angle de l'élevation du ſoleil, égal par conſtruction à l'angle XCT, ou à ſon alterne CXN: voilà donc quatre angles PVO, VOY, XCT, CXN, égaux; & comme les angles CNX, OPV, ſont égaux, l'un & l'autre étant droits, les triangles POV, XCN, ſeront ſemblables. De plus, comme dans le quadrilatere RMCO, les angles oppoſés ORM, OCM, ſont droits (par conſtruction) il ſuit qu'on peut décrire un cercle autour d'eux, & partant les angles RCO, RMO, ap-

puyés ſur la même baſe OR, ſeront égaux. Or les angles égaux RMO, PSO, ſont encore égaux aux deux alternes RCO, C*l*N : donc les angles PSO, C*l*N, étant égaux, les angles de ſuite C*l*X, OSV le ſeront auſſi. Mais nous venons de voir que les angles CX*l*, OVS, ſont égaux : donc les triangles VSO, XC*l*, ſont équiangles & ſemblables : donc CX, c'eſt-à-dire, CI, eſt à C*l*, ou *ſ*I eſt à *ſ*E, comme OV, c'eſt-à-dire OM, eſt à OS, mais comme OM à OS, ainſi OR à OP, c'eſt-à-dire BH à B*r*. Derechef, dans les triangles ſemblables C*l*N, SOP, comme C*l* eſt à CN, ainſi OS à OP, & comme OS à OP, c'eſt-à-dire, B*r*, ainſi C*l* eſt à *ſ*E, dans le triangle CI*ſ*, les ſegmens B*r*, *ſ*E, ſeront donc ſemblables, & comme *ſ*I à IE, ainſi OR eſt à PR, c'eſt-à-dire, BH à H*r* ; donc les ſegmens reſtans IE, H*r* ſeront ſemblables, comme étant ſinus verſes d'arcs ſemblables.

PROBLEME XXXIII.

Conſtruire un anneau qui marque l'heure pendant toute l'année.

Nous ajouterons ici la conſtruction d'un anneau où l'heure eſt marquée exactement pendant toute l'année, après que par même occaſion nous aurons fait connoître démonſtrativement l'erreur qu'il y a à ſe ſervir de ces anneaux vulgaires, où le trou (par lequel le rayon ſolaire entre pour marquer l'heure) eſt mobile. Premierement, nous ferons voir qu'en rendant ce trou commun à tous les ſignes marqués dans un zodiaque décrit ſur la circonférence de l'anneau, on ne peut

Figure 26.

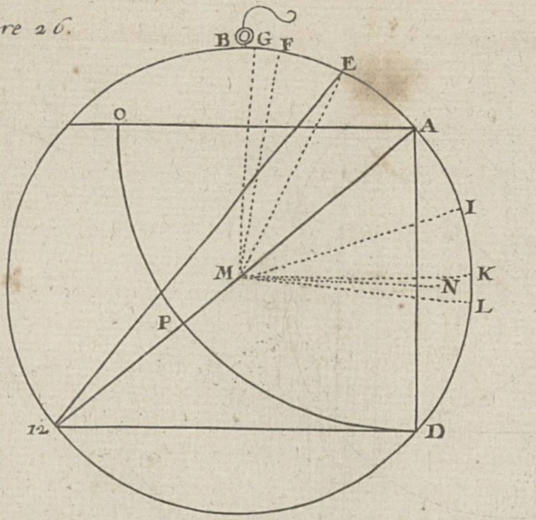


Figure 27.

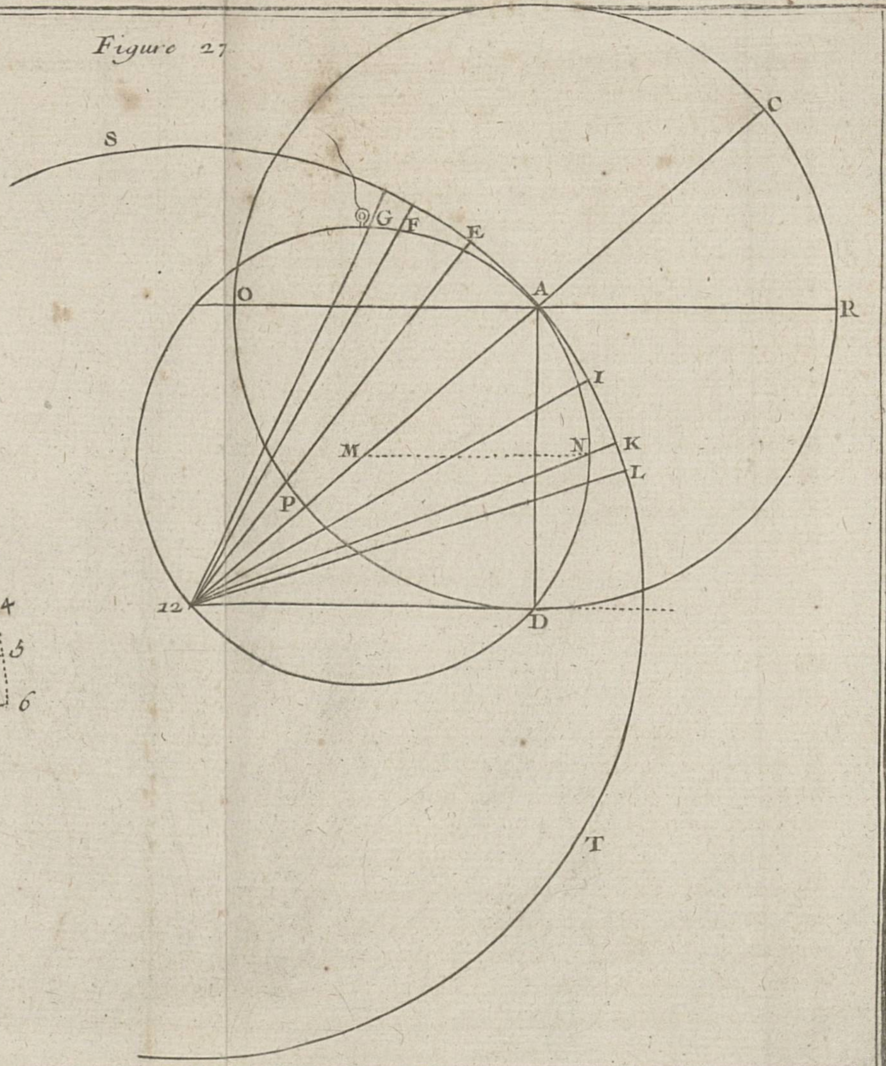
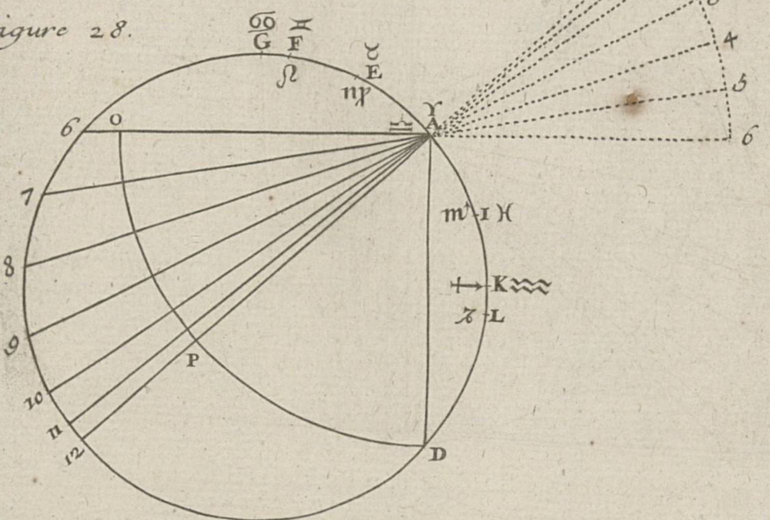


Figure 28.



avoir que l'heure de midi marquée fidelement; car pour les autres heures, on ne les peut avoir que très-imparfaitement, en ſe ſervant des mêmes points marqués pour le ſigne de ♈. Nous diſons ceci pour déſabuſer ceux qui croyent que les mêmes points de hauteur du ſoleil marqués pour le ſigne de ♈, c'eſt-à-dire, pour le tems des équinoxes, peuvent ſervir pour d'autres tems, en tranſportant ce trou ſur celui des ſignes que le ſoleil parcourt, ce qui eſt abſolument faux dans ſon principe, comme nous allons voir. Il faudroit au lieu de cela décrire dans la concavité de l'anneau ſept cercles ſéparés pour autant de paralleles de l'entrée du ſoleil dans les ſignes, ſur chacun deſquels cercles on marqueroit ſéparément les hauteurs du ſoleil à ſon entrée dans le ſigne qui appartient au parallele pour lequel le cercle a été tracé; ces points ainſi notés, doivent être joints par des lignes qui ſeront les lignes horaires. Ceci eſt tiré du R. P. Deſchalles.

Soit préparé un anneau, ou plutôt ſoit décrit un cercle de la grandeur de l'anneau que l'on veut faire. Enſuite ayant choiſi le lieu du ſuſpenſoir B, ſoient pris à droite & à gauche de B 49 degrés pour la latitude de Paris, c'eſt-à-dire, pour la diſtance du zenith de Paris à l'équateur; & par la fin de la numération ſoit tiré AO; ſoit mené à la ligne AO la perpendiculaire AD, l'une & l'autre ſe terminant au point A, attribué à l'équateur. De ce point A, & par le centre de l'anneau ſoit mené A 12 pour la hauteur de l'équateur, ou, ce qui eſt la même choſe, pour la hauteur du ſoleil à midi, lorſqu'il eſt dans l'équateur. On auroit pu autrement avoir cette même hauteur, ſi ayant décrit d'abord du point A le quart OPD, *Pl. 28, fig. 26.*

Pl. 28, fig. 27. on l'eût compté de O vers P, ou bien encore en tirant par le centre la ligne MN parallele à AO, ſur laquelle on eût compté de N vers A cette élevation; tout cela revient au même. L'arc NA eſt la diſtance de l'horiſon à l'équateur, qui eſt le complément de l'arc AB, diſtance du même équateur au zenit, égal à l'élevation du pole. On voit que les angles OA 12, A 12 D, AMN, ſont alternes & égaux, puiſqu'ils ſont formés par l'inclinaiſon de la ligne de midi ſur les trois lignes paralleles OA, MN, 12 D. Ayant la ligne de midi, on comptera ſur le quart OPD les hauteurs du ſoleil pour les heures de devant & après midi au jour des équinoxes, leſquels on tirera du point A, & par ces diviſions juſqu'à la concavité de

Pl. 28, fig. 28. l'anneau, fig. 28. Ce qui étant ainſi préparé, on fera un trou au point A, par où le rayon ſolaire paſſant, marquera exactement les heures le jour de l'équinoxe ſeulement pour lequel il a été fait: quoique quelques artiſans veulent que ces mêmes heures ſervent pour les autres tems, en rendant le point A mobile; mais cette prétendue modification-là n'exempte d'erreur que le ſeul midi qu'elle rend commun à tous les paralleles.

On rend le point A mobile, en faiſant un trou dans un cercle ou bande de cuivre mince, qui ayant ſon mouvement autour de l'anneau, tranſporte ce trou A ſur tous les paralleles d'un zodiaque, qu'il faut décrire ſur la circonférence en cette ſorte. Soit priſe à droite & à gauche du point A la double déclinaiſon des ſignes, ſçavoir, les arcs AE, AI, chacun de 23 degrés pour le taureau & le ſcorpion, AF, AK de 40 degrés 26′, & AG, AL, de 47 degrés. Nous avons pris du centre ces arcs doubles, parce que les angles

à la circonférence ſont la moitié des angles au centre, comme ſi du point 12 on meſuroit l'arc AE, on trouveroit que l'angle E 12 A ſeroit de 12 degrés 30′ pour la vraie déclinaiſon de taurus.

Pour faire entendre commenr en rendant le point A mobile, le même point de midi, marqué pour le tems des équinoxes, peut ſervir pour les autres paralleles. Soit décrit du point 12, comme centre, & pour rayon le diametre de l'anneau, le cercle SAT touchant la circonférence de l'anneau au point A, & ſoient tirés du point 12 juſqu'en la circonférence de ce dernier grand cercle, les rayons 12E, 12I, 12F, &c. par les diviſions du zodiaque. Pour lors ce point 12, étant le centre d'un grand cercle de la ſphere comme ici du méridien, peut être pris pour la terre d'où l'on obſerveroit en différens tems la hauteur du ſoleil à midi ſur l'horiſon 12 D; en ce cas les rayons ſolaires étant rayons d'un cercle, doivent aboutir à ſon centre, & ne peuvent tomber autre part. Diſons encore de plus, que le ſoleil étant monté en E, ſigne de taurus, éloigné de l'équateur de 11 degrés 30′, cette hauteur ſurpaſſe l'équinoctiale de 11 degrés 30′: c'eſt pourquoi en ajoutant l'angle E12A, meſure de cet excès, à l'angle A 12D, hauteur méridienne de l'équateur, qui eſt de 41 degrés; tout l'angle E12D ſera de 52 degrés 30′, qui eſt la véritable hauteur du ſoleil à midi en taurus. Il eſt donc évident que le rayon ſolaire paſſant par le trou A tranſporté en E doit tomber ſur le même point 12. La même choſe arrivera en gemini, &c.

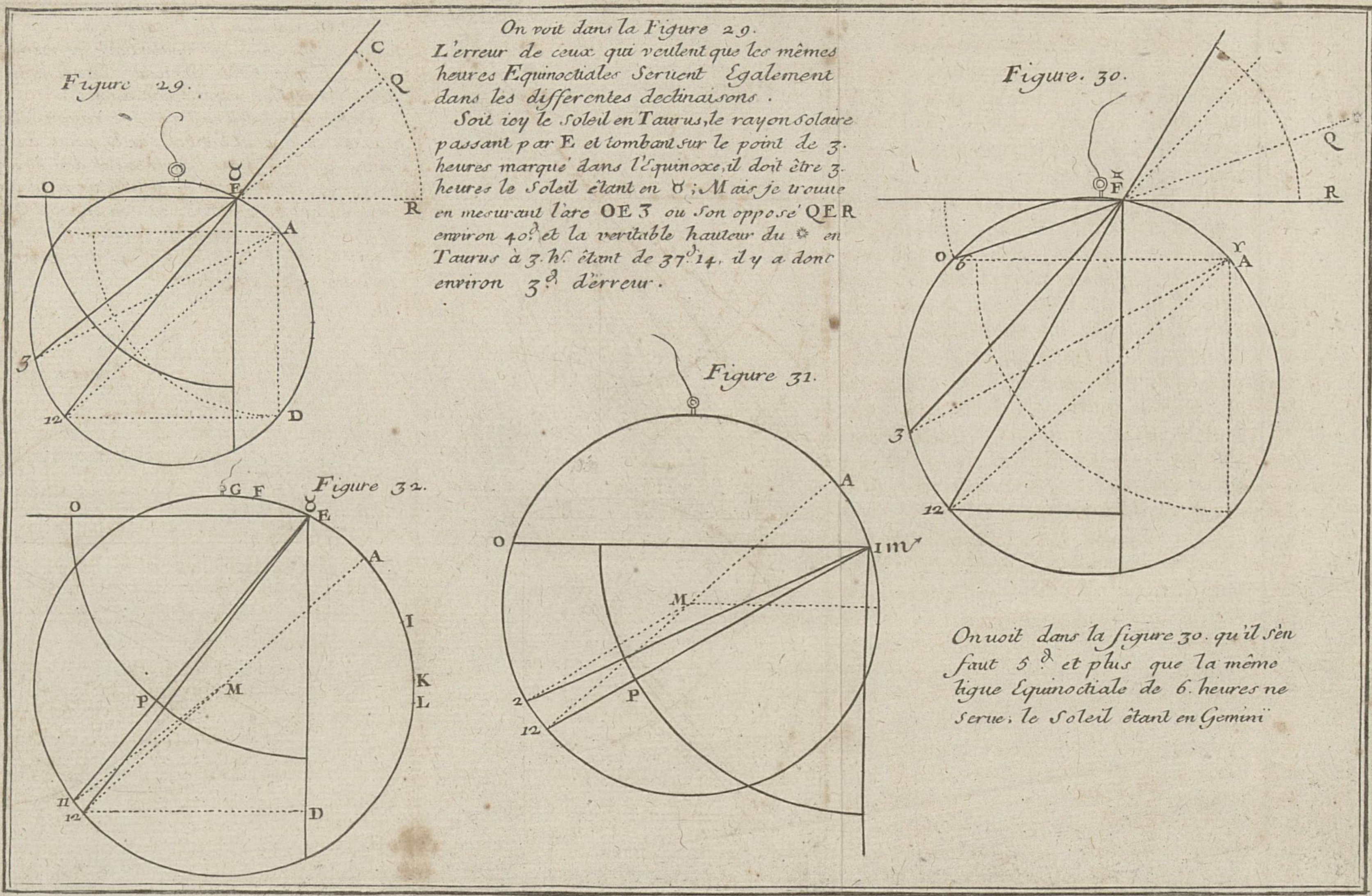
Pl. 28, fig. 27.

Pl. 29, fig. 29.

Pour une plus claire intelligence de ceci, ſoit décrit du point A en dehors de l'anneau, une

Pl. 28, fig. 27. circonférence CR de grandeur priſe à volonté, ou bien ſoit achevé, ſi l'on veut, le cercle OPD, & ayant prolongé OA juſqu'en R, ſoit comptée de R vers C la hauteur de l'équateur, ſi on n'aime mieux, pour abréger, continuer 12A directement en C. Pour lors l'angle extérieur CAR ſera égal à l'angle A12D, ſon intérieur oppoſé du même côté; ils ſont l'un & l'autre à la circonférence, l'un en dedans, l'autre en dehors de l'anneau; ils ſont auſſi angles au centre, puiſque nous avons décrit de leur ſommet deux cercles. De plus, OA12 ſera égal à CAR, qui lui eſt oppoſé au ſommet; enfin c'eſt par des angles au même ſommet A, que les différentes élevations du ſoleil ſur l'horiſon AR, ſont meſurées par un effet contraire ſur le quart OPD; car à proportion que le ſoleil s'éleve de 6 vers C dans le ciel C6, fig. 28, le rayon ſolaire paſſant par le trou A, s'abaiſſe d'un même nombre de degrés ſous l'horiſon OA6, & marque les heures.

Pl. 29, fig. 30. Paſſons maintenant à la démonſtration que les mêmes heures équinoctiales ne peuvent pas ſervir ſans erreur en d'autres tems. Soit le ſoleil en gemini, & ſoit tiré FO. Je raiſonne ainſi: La ligne horiſontale OA eſt la ligne de ſix heures équinoctiale, c'eſt-à-dire, qui a été tirée pour le point de ♈, pour ſervir lorſque le ſoleil ſeroit dans l'équateur: or le ſoleil ſe levant à 6 heures en aries, il eſt à cette heure-là dans l'horiſon. La ligne FO repréſente le rayon du ſoleil paſſant par le trou A tranſporté en F, il doit donc être ſix heures, puiſque ce rayon touche ce point O. Soit continué ce rayon OF en Q, lieu du ſoleil, & ſoit meſuré l'angle QFR, il ſera trouvé environ de 20 degrés; mais la véritable hauteur du


On voit dans la Figure 29.
L'erreur de ceux qui veulent que les mêmes heures Equinoctiales Seruent Egalement dans les differentes declinaisons.
Soit icy le Soleil en Taurus, le rayon Solaire passant par E et tombant sur le point de 3. heures marqué dans l'Equinoxe, il doit être 3. heures le Soleil étant en ♉; Mais je trouve en mesurant l'arc OE3 ou son opposé QER environ 40.d et la veritable hauteur du ☉ en Taurus à 3. h.s étant de 37.d 14. il y a donc environ 3.d d'erreur.
Figure 29.
C
Q
O
E
R
A
3
12
D
Figure. 30.
Q
F
R
O
6
A
3
12
Figure 31.
A
O
I
M
2
12
P
Figure 32.
G
F
O
E
A
I
K
L
P
M
11
12
D
On uoit dans la figure 30. qu'il s'en faut 5.d et plus que la même ligne Equinoctiale de 6. heures ne serue, le Soleil étant en Gemini

ſoleil en gemini à ſix heures eſt de 15 degrés 6′: donc il y a 5 degrés & plus d'erreur. On trouvera pareillement pour trois heures plus de quatre degrés d'erreur ; car ſur l'inſtrument la ligne 3 F de 3 heures fait avec l'horiſontale OA un angle d'environ 49 degrés, au lieu qu'il devoit être de 44 degrés 10′, qui eſt la vraie hauteur du ſoleil à trois heures à ſon entrée dans le ſigne du ♊ ; partant il y a 4 degrés 40′ de différence ou d'erreur: donc le trou que l'on a fait au point A de ♈, ne peut marquer la vraie heure, étant tranſporté ſur le autres ſignes, en ſe ſervant des mêmes points de hauteur marqués pour le ſigne de ♈. Mais le moyen de rendre cet inſtrument ou horloge bon pour tous les paralleles, eſt de décrire des points E, I F, K, &c. autant de quarts de cercle, ſur chacun deſquels ſeront marqués les points des heures par les élevations du ſoleil ; ces cercles, au nombre de ſept, ſe décriront dans la concavité de l'anneau, celui pour aries ſera au milieu. On comptera ces élevations de O deſcendant vers P, l'angle à la circonférence de l'anneau, au point d'où les quarts auront été décrits ; ou bien on comptera ces élevations depuis midi vers O dans la concavité de l'anneau, l'angle au centre de l'anneau, ce qui ſe fait en prenant la différence de la hauteur du ſoleil à midi dans un certain ſigne, avec la hauteur du même aſtre en une autre heure le même jour & doublant cette différence ; comme, par exemple, ſoit le ſoleil au commencement de taurus, je trouve dans une table des hauteurs du ſoleil, ou bien en meſurant l'angle OE12, que ſa hauteur méridienne eſt de 52 degrés 30′, je trouve pareillement qu'à onze heures le même jour il eſt élevé de 50 degrés 30′, la

Pl. 29, fig. 32.

différence eſt de deux degrés, que je double, & j'ai quatre degrés que je compte depuis le midi en ſus, & j'y marque le point de 11 heures. On prend 5 ſelon cette derniere maniere, les angles au centre de l'anneau, & leur différence double pour avoir les arcs doubles, afin que les angles qui les meſurent, ayant leur ſommet au point A, ou E, ou I, &c. de la circonférence oppoſée, reviennent à leur juſte meſure, comme ici l'arc 12, 11 de quatre degrés, meſuré du centre de l'anneau, n'eſt que de deux degrés meſurés du point E de la circonférence; ainſi on aura auſſi bien par cette derniere méthode l'angle OE 11 de 50 degrés 30′ pour la hauteur du ſoleil en taurus à onze heures, comme ſi l'on eût compté ſur le quart OPD depuis O vers P, le centre étant au point E. On fera autant de trous pour faire paſſer le rayon ſolaire, qu'il y aura de cercles décrits: ou bien on pourra les percer l'un à côté de l'autre ſur une ligne horiſontale, chacun vis-à-vis le cercle qui lui appartient, moyennant la poſition de ces trous à une même hauteur; on doit leur commencer la diviſion des quarts de cercle qui correſpondent à une même hauteur ou ligne horiſontale; vous ferez paſſer par tous ces points de diviſion des lignes qui ſeront les lignes horaires. Lorſque vous vous ſervirez de l'un des trous pour faire marquer l'heure, vous aurez ſoin de boucher les autres avec de la cire, pour éviter la confuſion de tant de rayons ſolaires à la fois, & vous aurez bien ſoin de diriger le rayon de celui que vous laiſſerez ouvert à tomber ſur le quart auquel il appartient.

REMARQUES.

I.

On voit dans la figure 19 l'erreur de ceux qui Pl. 29,
veulent que les mêmes heures équinoctiales ſer- fig. 29.
vent également dans les différentes déclinaiſons. Soit ici le ſoleil en ♉ ; le rayon ſolaire paſſant par E, & tombant ſur le point de 3 heures marqué dans l'équinoxe, il doit être 3 heures ; mais je trouve en meſurant l'angle OE 3, ou ſon oppoſé QER, environ 40 degrés, & la véritable hauteur du ſoleil en taurus à 3 heures étant de 37 degrés 14 minutes, il y a environ 3 degrés d'erreur.

II.

On voit de même dans la figure 30 qu'il s'en Pl. 29,
faut 5 degrés & plus que la même ligne équinoc- fig. 30.
tiale de 6 heures ne ſerve, le ſoleil étant en ♊.

III.

On doit encore à M. de R*** la démonſtration de l'*analemme rectiligne univerſel*, & la conſtruction de l'*anneau* qui marque exactement l'heure pendant toute l'année.

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE.

LA coſmographie, ſelon ſon étymologie, eſt la deſcription du monde, c'eſt-à-dire, du ciel & de la terre, elle ſe diviſe en *générale* & en *particuliere*.

La coſmographie générale conſidere généralement tout l'univers; elle recherche & fournit pluſieurs manieres de le décrire & de le repréſenter ſelon les divers ſentimens des philoſophes & des mathématiciens.

La coſmographie particuliere eſt proprement ce qu'on appelle *géographie*, parce qu'elle repréſente en détail chaque partie du monde, & particulierement la terre, tant par les globes, que par les planiſpheres & mappemondes. Je ne prétends pas traiter ici en particulier de ces deux parties, mais ſeulement donner quelques problêmes utiles & agréables qui en dépendent.

PROBLEME I.

Trouver en tous tems & en tous lieux les quatre points principaux du monde.

LEs quatre points principaux du monde, qui ſont l'orient, l'occident, le midi, & le ſeptentrion, peuvent aiſément être connus par le moyen de la bouſſole, dont l'aiguille qui eſt aimantée,

mantée tourne toujours une de ſes deux pointes vers le midi & l'autre vers le ſeptentrion : ce qui ſuffit pour connoître l'orient & l'occident ; parce que l'orient eſt à la droite, & l'occident à la gauche de celui qui regarde le ſeptentrion.

On peut auſſi très-facilement connoître le ſeptentrion la nuit, en regardant l'étoile polaire, qui n'eſt éloignée du pole arctique que d'environ deux degrés. Les aſtronomes tracent de jour la ligne méridienne ſur un plan horiſontal, par le moyen de deux points d'ombre marqués devant & après midi ſur la circonférence d'un cercle décrit du pied du ſtile, dont l'ombre a ſervi par ſon extrêmité à marquer ſur cette circonférence ces deux points également éloignés du midi.

Voyez la gnomonique, p. 11

Mais ſans toutes ces choſes on peut en tout tems & en tous lieux marquer la ligne méridienne, en cette ſorte.

Ayant mis de l'eau dans un vaſe, comme dans un plat, ou dans un baſſin, mettez tout doucement dans cette eau, lorſqu'elle ſera bien tranquille, une aiguille de fer, ou d'acier, ſemblable à celle dont les tailleurs & les femmes ſe ſervent ordinairement pour coudre. Si cette aiguille eſt ſeche, & qu'on la mette tout de ſon long ſur la ſurface de l'eau, elle ne s'enfoncera point. Après avoir fait pluſieurs tours, elle s'arrêtera enfin, & demeurera dans le plan du méridien, de ſorte qu'elle repréſentera la ligne méridienne ; l'une de ſes extrémités ſera tournée par conſéquent vers le midi, & l'autre vers le ſeptentrion. Mais lorſqu'on ne voit ni le ſoleil, ni les étoiles, on ne peut pas aiſément connoître laquelle des deux extrêmités regarde le midi ou le ſeptentrion.

Obſervez que pour poſer cette aiguille ſur la ſu-

perficie de l'eau, on peut ſe ſervir d'une fourchette de fil de fer, & que pour l'empêcher de tomber au fond de l'eau, on peut la frotter de quelque matiere graiſſeuſe.

Le pere Kircher donne un moyen facile pour connoître le midi & le ſeptentrion. Il veut que l'on coupe horiſontalement le tronc d'un arbre bien droit, qui ſoit au milieu d'une plaine, ſans le voiſinage d'aucune hauteur, ni d'aucune muraille, qui l'ait pu tenir de ce côté à l'abri du vent, ou des rayons du ſoleil. On verra dans la ſection de ce tronc pluſieurs lignes courbes autour de la ſeve, qui ſeront plus ſerrées d'un côté que de l'autre. Il dit que le ſeptentrion ſera du côté où ces lignes courbes ſeront plus ſerrées; peut-être parce que le froid qui vient du ſeptentrion reſſerre, & que le chaud qui vient du midi élargit & raréfie les humeurs & la matiere dont ſe forment ces lignes courbes, qui, ſuivant le même auteur, ſont comme des circonférences de cercles concentriques dans l'ébene & dans le bois de breſil.

PROBLEME II.

Trouver la longitude d'un lieu propoſé de la terre.

ON appelle *longitude* d'un lieu de la terre la diſtance du méridien de ce lieu au premier méridien qui paſſe par l'iſle de Fer, la plus occidentale des Canaries. Cette diſtance ſe compte ſur l'équateur d'occident en orient.

On voit dans les *mappemondes*, ou cartes générales, les degrés de longitudes marqués ſur l'équateur, de dix degrés en dix degrés, depuis le

premier méridien vers l'orient tout le long de la terre juſqu'à 360 degrés, de ſorte que le premier méridien eſt le 360e méridien. Il a plû aux géographes de compter ainſi les longitudes terreſtres: il a plû aux aſtronomes de compter les longitudes des étoiles fixes ſur l'écliptique depuis la *ſection vernale*, c'eſt-à-dire depuis le commencement de la conſtellation du bélier, où l'équateur & l'écliptique s'entrecoupent.

Il eſt évident que ceux qui ſont ſitués ſous un même méridien, ont une même longitude: que tous ceux qui ſont ſous le premier méridien, n'ont aucune longitude: qu'enfin ceux qui ſont plus orientaux ont des longitudes différentes, c'eſt-à-dire, qu'ils ſont ſous des méridiens différens. La diſtance d'un méridien à l'autre s'appelle *différence des longitudes*: c'eſt cette différence qui fait connoître de combien de tems il eſt plutôt midi en un lieu qu'en un autre qui eſt plus occidental. Car il eſt certain qu'il ſera midi, une heure plutôt au lieu plus oriental qu'à l'autre, lorſque la différence des longitudes ſera de 15 degrés, c'eſt-à-dire, quand ce lieu ſera plus oriental que l'autre de 15 degrés*, parce que 15 degrés de l'équateur font une heure, puiſque 360 degrés font 24 heures, qui eſt une révolution entiere du premier mobile.

Ainſi on voit que, pour connoître la longitude d'un lieu de la terre, il ne faut que ſçavoir l'heure que l'on compte en ce lieu, lorſqu'on en compte une certaine en un autre lieu ſitué ſous le premier

* Le ſoleil emploie une heure à parcourir 15 degrés de l'équateur, puiſqu'il met 24 heures à parcourir 360 degrés, c'eſt-à-dire à faire ſa revolution entiere ſur un parallele.

méridien; car ſi l'on convertit cette différence des heures en degrés, en prenant 15 degrés pour une heure, 1 degré pour 4 minutes de tems, & 1 minute de degrés, pour 4 ſecondes de tems, on aura la longitude du lieu propoſé.

Pour connoître cette différence des heures, on ſe ſervira de quelque ſigne viſible dans le ciel, qui ſe puiſſe remarquer en même tems par deux mathématiciens, dont l'un ſoit ſous le premier méridien, & l'autre au lieu dont on cherche la longitude. Les anciens ſe ſont ſervis des éclipſes de lune. On ſe ſert à préſent des éclipſes du premier ſatellite de jupiter, qui arrivent plus ſouvent, & dont les immerſions ou émerſions ſe peuvent connoître plus facilement par le moyen des lunettes de longue vue.

Quand on a une fois connu la longitude d'un lieu de la terre, on n'a plus que faire du premier méridien pour connoître la longitude de quelqu'autre lieu que ce ſoit, parce qu'il ſuffit de connoître de combien ce lieu eſt plus oriental, ou plus occidental que le premier; ce qui ſe peut connoître comme nous avons dit. Mais il ne ſera pas néceſſaire d'employer deux mathématiciens, un ſeul peut connoître la longitude du lieu où il ſera, en obſervant en ce lieu l'heure de l'immerſion ou de l'émerſion du ſatellite, & en comparant cette heure avec celle du lieu dont on connoît la longitude, parce que par les tables de Monſieur Caſſini, qu'il a ſupputées pour le méridien de Paris, dont je ſuppoſe que la longitude eſt connue, on peut ſçavoir à quelle heure doit arriver à Paris cette immerſion ou émerſion. L'immerſion d'un ſatellite eſt l'entrée de ce ſatellite dans l'ombre de jupiter en ceſſant de paroître,

& l'émerſion d'un ſatellite eſt la ſortie de ce ſatellite hors de l'ombre de jupiter, en commençant à reparoître.

REMARQUES.

On voit, par ce qui a été dit, la vérité de ce paradoxe : *quâlibet horâ eſt omnis hora*, c'eſt-à-dire, qu'en tout tems il eſt toute heure : ce qui ſe doit entendre des lieux de la terre qui ſont ſous des méridiens différens : car il eſt certain que quand il eſt midi, par exemple, à Paris, il eſt une heure après midi à Vienne en Autriche, & dans tous les autres lieux qui ſont plus orientaux que Paris de 15 degrés, & qu'il eſt deux heures après midi à Conſtantinople, & dans tous les autres lieux qui ſont plus orientaux que Paris de 30 degrés. Ainſi des autres.

D'où il ſuit que de deux voyageurs, dont l'un va vers l'occident en ſuivant le cours du ſoleil, & l'autre vers l'orient en allant contre le cours du ſoleil, le premier doit avoir les jours plus longs que le ſecond. Au contraire au bout d'un certain tems, le ſecond, qui va vers l'orient, comptera plus de jours que le premier qui va vers l'occident. Ce qui fait dire que ſi deux jumeaux voyagent, l'un vers l'orient, & l'autre vers l'occident, & qu'ils viennent à mourir en même tems, le premier aura vécu plus de jours que l'autre.

Comme on diviſe la latitude en ſeptentrionale & en méridionale, en l'étendant juſqu'à 90 degrés vers les deux poles deçà & delà l'équateur, on auroit auſſi pu diviſer la longitude en orientale & en occidentale, en ne l'étendant que juſ-

qu'à 180 degrés de part & d'autre depuis le premier méridien. Ce qui ſeroit très-commode pour nous faire connoître que quand il eſt, par exemple, midi ſous le premier méridien, il n'eſt que 8 heures du matin dans l'iſle du Cuba, dont la longitude occidentale eſt de 60 degrés. Voyez le XXXIII problême de la gnomonique, p. 92.

PROBLEME III.

Trouver la latitude d'un lieu propoſé de la terre.

On appelle *latitude* d'un lieu de la terre la diſtance de ce lieu à l'équateur : cette diſtance eſt meſurée par l'arc du méridien de ce lieu entre ſon zenit & l'équateur. Cet arc eſt toujours égal à l'élevation du pole qui eſt l'arc du même méridien entre le pole & l'horiſon. Ce qui fait que l'on confond ordinairement la latitude avec l'élevation du pole, de ſorte que ceux qui n'ont point de latitude, c'eſt à-dire, qui ſont ſous l'équateur, n'ont auſſi aucune élevation du pole, ayant les deux poles du monde à l'horiſon.

Voyez le problême XXXI.

La latitude d'un lieu de la terre ſe peut connoître de jour à midi par le moyen de la hauteur méridienne du ſoleil & de ſa déclinaiſon, & de nuit en tout tems par le moyen de la hauteur méridienne de quelque étoile fixe & de ſa déclinaiſon, & auſſi ſans déclinaiſon, lorſque l'étoile ne ſe couche point, & que la nuit a plus de douze heures, comme vous allez voir.

Pour trouver la latitude de quelque lieu de la terre que ce ſoit, par le moyen de la hauteur méridienne du ſoleil, on ajoutera à cette hauteur

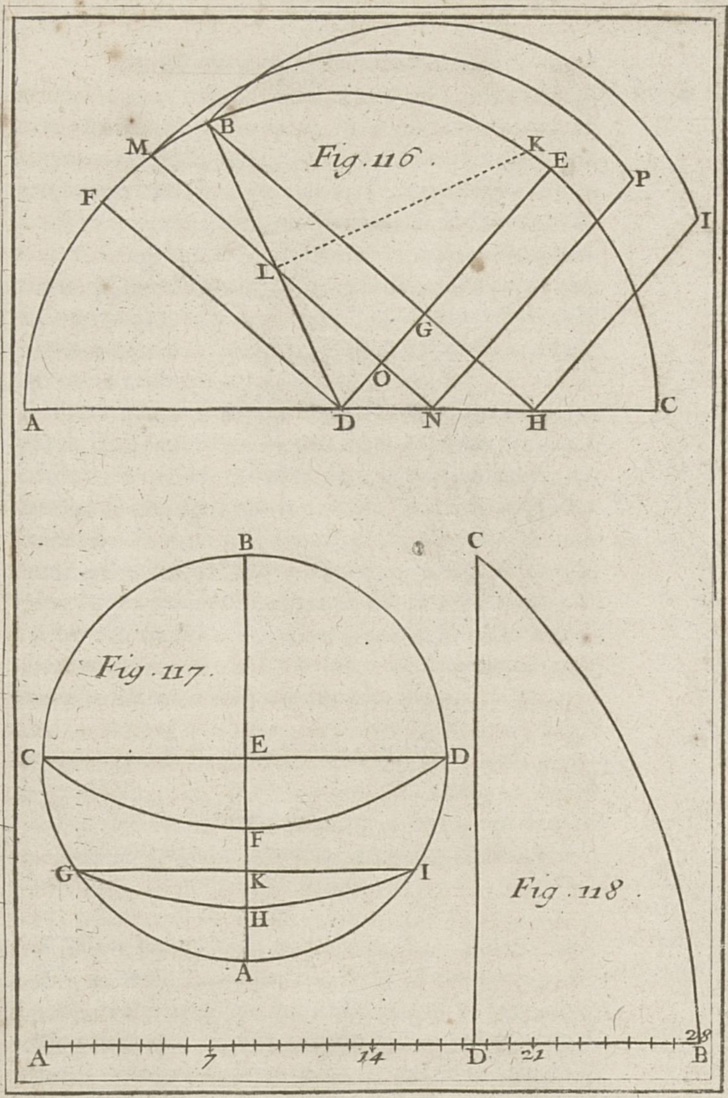


Fig. 116.
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L
M
N
O
P
Fig. 117.
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
Fig. 118.
C
A
D
B
7
14
21
28

N°

méridienne la délinaiſon du ſoleil, ſi cette déclinaiſon eſt méridionale; ce qui arrivera depuis l'équinoxe d'automne juſqu'à l'équinoxe du printems: ou bien on ôtera de la hauteur méridienne la déclinaiſon, ſi cette déclinaiſon eſt ſeptentrionale; ce qui arrivera depuis l'équinoxe du printems juſqu'à l'équinoxe d'automne. De cette maniere on aura la hauteur de l'équateur, laquelle étant ôtée de 90 degrés, le reſte ſera la latitude qu'on cherche.

On travaillera de la même façon la nuit à l'égard des étoiles qui ſeront vers le midi: mais à l'égard de celles qui ſont vers le ſeptentrion, & qui ne ſe couchent point, voici ce qu'il faut faire. Dès que la nuit ſera venue, on prendra la hauteur méridienne d'une de ces étoiles, & le matin, douze heures, après la hauteur méridienne de la même étoile; on ajoutera enſemble ces deux hauteurs trouvées. La moitié de la ſomme donnera la hauteur du pole ſur l'horiſon.

PROBLEME IV.

Connoître la quantité du plus grand jour d'été en un lieu propoſé de la terre, dont on connoît la latitude.

Pour connoître, par exemple, à Paris, où le pole eſt élevé ſur l'horiſon d'environ 49 degrés, le plus grand jour d'été, qui eſt de même longueur que la plus grande nuit d'hyver; décrivez à volonté du centre D, le demi-cercle ABC. Prenez d'un côté l'arc CE égal à l'élevation du pole ſur l'horiſon, qui a été ici ſuppoſée de 49 degrés, & de l'autre côté l'arc AF égal au complément de Pl. 30, fig. 116.

Pl. 30, fig 116. l'élevation du pole, qui dans cette ſuppoſition eſt de 41 degrés. Tirez du centre D, par les points E, F, les lignes DE, DF; dont la premiere DE repréſentera le cercle de ſix heures, & la ſeconde DF l'équateur, en prenant le cercle ABC pour le méridien du lieu propoſé, & le diametre AC pour l'horiſon, ſelon les regles de la projection ortographique de la ſphere.

Après cela prenez l'arc FB, égal à la plus grande déclinaiſon du ſoleil, qui eſt d'environ 23 degrés & demi. Par le point B menez à la ligne DF la parallele BH, qui coupe ici le cercle de ſix heures au point G, & l'horiſon au point H. Décrivez du point G, comme centre, par le point B, l'arc de cercle BI, qui ſera terminé en I, par la ligne HI, parallele à la ligne DE, ou perpendiculaire à la ligne BH. Cet arc BI ſe trouve ici de 120 degrés, ou de 8 heures, en prenant 1 heure pour 15 degrés, dont le double fait connoître qu'à Paris, & en tout autre lieu où le pole eſt élevé ſur l'horiſon de 49 degrés, le plus grand jour d'été, ou la plus grande nuit d'hyver, eſt de 16 heures. On connoîtra la quantité de l'arc BI par le moyen d'un rapporteur.

L'arc BI étant de 120 degrés, ou de 8 heures, fait connoître que le ſoleil ſe couche au plus grand jour d'été, ou ſe leve au plus court jour d'hyver, à 8 heures, & que par conſéquent il ſe leve au plus grand jour d'été, ou ſe couche au plus court jour d'hyver à 4 heures: ce qui arrive lorſque le ſoleil eſt dans le tropique d'été, ou dans le tropique d'hyver. On pourra de la même façon trouver l'heure du lever & du coucher du ſoleil, lorſqu'il eſt dans quelqu'autre ſigne du zodiaque, par exemple au commencement de ♉ & de ♍,

pourvu que l'on ſçache décrire le parallele de ce ſigne ; ce qui ſe fera en cette ſorte. Pl. 30. fig. 116

Tirez du centre D, qui repréſente le point de l'orient & de l'occident équinoctial, par le point B, qui repréſente le point ſolſtitial de ♋, ou de ♑, la ligne DB, qui repréſentera par conſéquent un quart de l'écliptique. Prenez ſur le méridien, ou ſur le colure des ſolſtices ABC, l'arc BK de 60 degrés, tel qu'eſt la diſtance du ſigne propoſé au commencement de ♋, qui eſt repréſenté par le point B, parce qu'on ſuppoſe que le colure des ſolſtices convient avec le méridien. Menez du point K la ligne KL perpendiculaire à la ligne DB, & par le point L, à la ligne DF, la parallele MN, qui repréſentera le parallele de ♉, & coupera l'horiſon AC au point N, & l'axe du monde DE en O. De ce point O, comme centre, vous décrirez par le point M l'arc MP, qui ſera terminé en P, par la ligne NP parallele à la ligne DE, ou perpendiculaire à la ligne MN. Cet arc MP étant réduit en heures, lorſqu'on en aura connu les degrés & les minutes avec un rapporteur, donnera l'heure qu'on cherche.

REMARQUES.

L'arc FM eſt la déclinaiſon du ſigne propoſé, dont la diſtance au plus proche équinoxe eſt ſuppoſée de 30 degrés : l'arc DN eſt l'amplitude orientale ou occidentale du même ſigne à l'égard de l'horiſon AC, que nous avons ſuppoſé oblique de 49 degrés : & l'arc ON eſt la différence aſcenſionnelle, qui montre de combien le ſoleil, étant au ſigne propoſé, ſe leve ou ſe couche devant ou après ſix heures ſous le même hori-

Pl. 30, fig. 116. ſon. Ces arcs ſe peuvent connoître géométriquement dans la figure; mais on les peut connoître beaucoup plus exactement par la trigonométrie, en cette ſorte.

I.

Pour connoître l'arc FM, en ſuppoſant l'arc FB, ou l'angle FDB, c'eſt à-dire, l'obliquité de l'écliptique de 23 d. 30′, on fera cette analogie, où nous nous ſommes ſervis de logarithmes qui ſont très-commodes dans la trigonométrie ſphérique.

Comme le ſinus total, 100000000
Au ſinus de la diſtance du ſigne propoſé au plus proche équinoxe 96989700
Ainſi le ſinus de l'obliquité de l'écliptique 96006997
Au ſinus de la déclinaiſon qu'on cherche 92996697

qui ſe trouvera de 11 degrés & d'environ 30 minutes.

II.

Pour l'*amplitude* DN, on ſe ſervira de la déclinaiſon trouvée pour faire l'analogie ſuivante:

Comme le ſinus du complément de la hauteur du pole, 98169429
Au ſinus de la déclin. trouvée 92996697
Ainſi le ſinus total 100000000
Au ſinus de l'amplitude qu'on cherche 94827268

qui ſe trouvera de 17 degrés, & d'environ 41 minutes.

III.

Pour trouver la *différence aſcenſionnelle* NO, on ſe ſervira pareillement de la déclinaiſon trouvée, pour faire cette analogie,

Comme le ſinus total, 100000000
A la tangente de la déclinaiſon trouvée, 93084626
Ainſi la tangente de l'élevation du pole, 100608369
Au ſinus de la différence aſcenſionnelle, 93692995

qui ſe trouvera de 13 degrés & 32 minutes, leſquels étant réduits en tems par cette regle de trois: ſi 15 degrés donnent 1 heure ou 60 minutes, combien donneront 13 d. 32′, ou 812′, on connoîtra que le ſoleil étant au commencement de ♉, ou de ♍, ſe couche à 6 heures & 54 minutes, & que par conſéquent il ſe leve à 5 heures & 6 minutes, &c.

PROBLEME V.

Trouver le climat d'un lieu propoſé, dont la latitude eſt connue.

ON appelle *climat*, un eſpace de terre compris entre deux cercles paralleles à la ligne équinoctiale, tellement éloignés l'un de l'autre, qu'il y ait la différence d'une demi-heure entre le plus long jour d'été de l'un de ces cercles, & le plus long jour d'été de l'autre.

Comme les climats ſe comptent vers l'un des

deux poles du monde, en commençant depuis l'équateur, ſous lequel en tout tems le jour eſt de douze heures, & la nuit d'autant: & que ceux qui ſont éloignés de l'équateur ont le plus grand jour d'été plus long que douze heures, & d'autant plus long qu'ils en ſont plus éloignés; il s'enſuit que la fin du premier climat eſt le lieu où le plus grand jour d'été eſt de douze heures & demie; la fin du ſecond, le lieu où le plus grand jour d'été eſt de treize heures; & ainſi de ſuite, juſqu'à la fin du 24e climat, où le plus grand jour d'été eſt de 24 heures. Ce qui arrive ſous le cercle polaire arctique ou antarctique, où l'élevation du pole eſt de 66 d. 30′, au-delà duquel on ne ſçauroit plus compter de climats, parce que pour peu qu'on s'en éloigne en s'avancant vers le pole le plus proche, le plus grand jour d'été croîtra de plus en plus d'une demi-heure. Ce qui a fait que les modernes ont ajouté ſix autres climats depuis le cercle polaire juſqu'au pole, en faiſant croître le plus grand jour d'été d'un mois entier.

Ainſi pour ſçavoir en quel climat eſt ſitué un lieu propoſé de la terre, dont on connoît la latitude, il n'y a qu'à chercher par le problême précédent la quantité du plus grand jour d'été, & en ôter douze heures. Le double du reſte fera connoître le nombre du climat qu'on cherche. Ainſi ayant connu qu'à Paris, où le pole eſt élevé ſur l'horiſon d'environ 49 degrés, le plus grand jour d'été eſt de 16 heures: ſi l'on en ôte 12, il reſtera 4, dont le double 8 fait connoître que Paris eſt dans le huitieme climat. Ainſi des autres.

REMARQUES.

I.

Comme les longitudes font connoître les pays les plus orientaux ou les plus occidentaux ; & les latitudes, les pays les plus méridionaux, ou les plus ſeptentrionaux : de même les climats font connoître les pays où les jours ſont plus longs ou plus courts. Or par la connoiſſance du climat on peut aiſément trouver le plus long jour d'été, par une opération contraire à la précédente, ſçavoir, en ajoutant douze à la moitié du nombre du climat ; car la ſomme donnera la quantité du plus long jour d'été. Ainſi ſachant que Paris eſt dans le huitieme climat, en ajoutant 4 moitié de 8, à 12, la ſomme 16 fait connoître qu'à Paris le plus grand jour d'été eſt de 16 heures.

II.

Mais pour n'avoir point la peine de faire tant de calculs, on va donner une table des 24 climats diviſés en quatre colonnes. La premiere à gauche contiendra ces XXIV climats : on verra dans la ſeconde le commencement, le milieu & la fin de chaque climat, que l'on marquera en heures & minutes dans la troiſieme colonne, pour faire connoître la longueur des jours dans ces trois différences d'un climat ; enfin la quatrieme colonne contiendra la latitude ou élevation du pole pour le commencement, le milieu & la fin de chaque climat. Il n'eſt point néceſſaire d'avertir que le commencement d'un climat eſt la fin du précédent.

Table des 24 climats, dont chacun eſt d'une demi-heure.

Clim.	Paralleles.	Long. du jour.		Latit. du lieu.	
	Com.	12h.	0′	0°.	0′
I.	Milieu	12	15	4	15
	Fin	12	30	8	25
II.	Milieu	12	45	12	30
	Fin	13	0	16	25
III.	Milieu	13	15	20	15
	Fin	13	30	23	50
IV.	Milieu	13	45	27	40
	Fin	14	0	30	20
V.	Milieu	14	15	33	40
	Fin	14	30	36	28
VI.	Milieu	14	45	39	2
	Fin	15	0	41	22
VII.	Milieu	15	15	43	32
	Fin	15	30	45	29
VIII.	Milieu	15	45	47	20
	Fin	16	0	49	1
IX.	Milieu	16	15	50	33
	Fin	16	30	51	58
X.	Milieu	16	45	53	17
	Fin	17	0	54	27
XI.	Milieu	17	15	55	34
	Fin	17	30	56	37

Clim.	Paral-leles.	Long. du jour.	Latit. du jour.
XII.	Milieu	17h. 45′	57° 32′
	Fin	18 0	58 29
XIII.	Milieu	18 15	59 14
	Fin	18 30	59 58
XIV.	Milieu	18 45	60 40
	Fin	19 0	61 18
XV.	Milieu	19 15	61 55
	Fin	19 30	62 25
XVI.	Milieu	19 45	62 54
	Fin	20 0	63 22
XVII.	Milieu	20 15	63 40
	Fin	20 30	64 6
XVIII.	Milieu	20 45	64 30
	Fin	21 0	64 49
XIX.	Milieu	21 15	65 6
	Fin	21 30	65 21
XX.	Milieu	21 45	65 35
	Fin	22 0	65 47
XXI.	Milieu	22 15	65 57
	Fin	22 30	66 6
XXII.	Milieu	22 45	66 14
	Fin	23 0	66 20
XXIII.	Milieu	23 15	66 25
	Fin	23 30	66 28
XXIV.	Milieu	23 45	66 30
	Fin	24 0	66 31

III.

Les 24 climats de la table précédente ſont compris entre l'équateur & l'un des cercles polaires, & ils ne different entr'eux que d'une demi-heure ; c'eſt à dire, que les habitans de la fin d'un climat terminé par le parallele qui eſt vers le pole, ont leur plus grand jour d'été plus long d'une demi-heure que les habitans du commencement de ce même climat, terminé par le parallele qui eſt vers l'équateur.

Les climats qui ſont renfermés dans l'un des cercles polaires, ont une difference plus conſidérable, puiſqu'elle eſt d'un mois. C'eſt ce qu'on remarquera dans la table ſuivante, où l'on n'a mis dans la troiſieme colonne que les degrés de latitude où finit chaque climat.

Table des ſix climats, dont chacun eſt d'un mois.

Climat.	*Longueur du jour.*	*Latitude du lieu.*	
XXV.	1 mois.	67°.	30′
XXVI.	2	69	30
XXVII.	3	73	20
XXVIII.	4	78	20
XXIX.	5	84	0
XXX.	6	90	0

IV.

IV.

On voit par ces deux tables que l'on compte à préſent ſoixante climats, ſçavoir, trente dans la partie méridionale de la ſphere, & trente dans la partie ſeptentrionale. Il faut obſerver qu'on n'a eu aucun égard aux réfractions du ſoleil, lorſqu'on a calculé ces climats; d'où il pourroit arriver quelque différence dans la longueur des jours aux lieux où l'on obſerveroit cette longueur : mais cette différence n'eſt point aſſez ſenſible pour mériter quelque attention dans une matiere où il ne faut point demander une préciſion géométrique.

PROBLEME VI.

Trouver en lieues la valeur d'un degré d'un grand cercle de la terre.

En ſuppoſant que la terre eſt ronde, & que ſon centre eſt le même que celui du monde, un degré de l'un de ſes cercles répondra à un degré d'un ſemblable cercle correſpondant dans le ciel. De ſorte que ſi une perſonne parcourt un degré de la terre ſur un même méridien terreſtre, en allant directement vers le midi, ou vers le ſeptentrion, ſon zénit s'éloignera auſſi d'un degré dans le ciel ſous le méridien céleſte correſpondant, & l'élevation du pole ſur l'horiſon changera par conſéquent d'un degré. Pareillement ſi une perſonne parcourt un degré de la terre ſur l'équateur terreſtre, en allant directement vers l'orient ou vers l'occident, ſon zénit s'éloignera auſſi d'un degré dans le ciel ſous l'équateur

céleſte, & ſa longitude changera par conſéquent d'un degré.

Ce changement ayant été remarqué par quantité d'expériences faites par pluſieurs aſtronomes en des lieux différens de la terre, nous pouvons conclure de-là que la terre eſt ronde du midi au ſeptentrion, & de l'orient à l'occident, & qu'elle eſt au centre du monde, ou pour le moins au milieu des circonvolutions céleſtes. On en tire auſſi la maniere de trouver en lieues, ou en quelqu'autre meſure que ce ſoit la quantité d'un degré d'un de ſes grands cercles, qui ſont tous égaux. C'eſt en choiſiſſant ſur la terre deux lieux ſitués ſous un même grand cercle, par exemple, ſous un même méridien, dont on connoît exactement la diſtance & les latitudes; car en ôtant la plus petite de ces deux latitudes de la plus grande, on aura l'arc du méridien compris entre ces deux lieux de la terre. Ainſi l'on ſçaura qu'à un certain nombre de degrés & de minutes d'un grand cercle de la terre, il répond un certain nombre de lieues; ce qui ſuffit pour connoître la valeur d'un degré du même grand cercle, & même de toute la circonférence de la terre, en diſant par la regle de trois directe, ſi à tant de degrés & de minutes (s'il y en a) il répond tant de lieues, combien de lieues répondront à un degré, ſi l'on ne veut connoître qu'un degré, ou à 360 degrés, ſi l'on veut connoître le contour de la terre.

Suppoſons que les deux lieux de la terre ſoient Paris & Dunkerque, qui ſont ſitués ſous un même méridien, & éloignés l'un de l'autre d'environ 62 lieues pariſiennes de 2000 toiſes chacune. La latitude de Paris eſt de 48 degrés 51′, laquelle

étant ôtée de celle de Dunkerque, qui eſt de 51 degrés 1′, il reſte 2 degrés 10′, ou 130 minutes pour l'arc du méridien compris entre Paris & Dunkerque. Sçachant donc qu'un arc d'un grand cercle de la terre de 130 minutes eſt de 62 lieues, on ſçaura de combien de lieues doit être un degré ou 60 minutes du même cercle, en multipliant ces 60 minutes par 62, qui eſt la diſtance de Paris à Dunkerque, & en diviſant le produit 3720 par 130, qui eſt le nombre des minutes de l'arc du méridien commun à ces deux villes. Le quotient donnera environ 28 lieues pariſiennes pour la valeur d'un degré d'un grand cercle de la terre.

J'ai dit environ 28 lieues, parce que Meſſieurs de l'academie royale des ſciences ont trouvé qu'un degré de la terre vaut 57060 toiſes, meſure du châtelet de Paris: ces 57060 toiſes font un peu plus de 28 lieues Pariſiennes de 2000 toiſes chacune, comme on le connoît en diviſant 57060 par 2000; car le quotient eſt 28, & il reſte encore 1060 à diviſer par 2000; ce qui fait environ une demi-lieue.

Voyez la premiere obſ. du probl. ſuivant.

La toiſe du châtelet de Paris ſe diviſe en 6 pieds, & ſi l'on diviſe ce pied en 1440 parties, le pied rheinlandique, ou de Leyde, en comprendra 1390, le pied de Londres 1350, le pied de Boulogne 1686, & la braſſe de Florence 2580.

PROBLEME VII.

Connoître la circonférence, le diametre, la ſurface & la ſolidité de la terre.

I.

Quoiqu'on ne puiſſe pas meſurer actuellement la circonférence de la terre, à cauſe des hautes montagnes & des vaſtes mers, qu'on ne ſçauroit parcourir en ligne droite; on peut néanmoins aiſément la déterminer par les regles de l'aſtronomie; enſuite ſon diametre, ſa ſurface, & ſa ſolidité par les principes de la géométrie, comme vous allez voir.

II.

Premierement, pour connoître la circonférence de la terre, ayant trouvé par le problême précédent, qu'un degré de cette circonférence eſt de 28 lieues pariſiennes, ſi l'on multiplie ces 28 lieues par 360, c'eſt-à-dire, par le nombre des degrés du contour de la terre, le produit donnera 10080 lieues pariſiennes pour la circonférence de la terre.

III.

Secondement, pour trouver le diametre de la terre, ou la diſtance qu'il y a d'ici à nos antipodes, on conſidérera que le diametre d'un cercle étant à ſa circonférence, comme 100 eſt à 314, ou comme 50 eſt à 157, & que la circonférence de terre ayant été trouvée de 10080 lieues pariſiennes, il n'y a qu'à multiplier ces 10080 par 50, & diviſer le produit 504000 par

157, le quotient donnera 3210 lieues pour le diametre de la terre.

IV.

Troiſiemement, pour trouver en lieues quarrées la ſurface de la terre, il n'y a qu'à multiplier ſa circonférence, qui a été trouvée de 10080 lieues, par ſon diametre que nous avons trouvé de 3210 lieues. Le produit donnera 32356800 lieues quarrées pour la ſurface de la terre.

V.

Enfin pour trouver en lieues cubiques la ſolidité de la terre, il n'y a qu'à multiplier ſa ſurface qui a été trouvée de 32356800 lieues quarrées par la ſixieme partie 535 de ſon diametre, qui a été trouvé de 3210 lieues. Le produit donnera 17310888000 lieues cubiques pour la ſolidité de la terre.

VI.

Parce que dans le diametre de la terre nous avons négligé les fractions, cela nous a donné ſa ſurface un peu imparfaite, & ſa ſolidité encore plus imparfaite. Si vous voulez trouver plus exactement cette ſurface & cette ſolidité, ſans vous ſervir du diametre de la terre, mais ſeulement de ſa circonférence qui a été trouvée préciſément de 10080 lieues pariſiennes, ſuivez cette méthode.

VII.

Pour trouver en premier lieu la ſurface de la terre, dont le contour a été trouvé de 10080 lieues, multipliez ce contour 10080 lieues par lui-même, pour avoir ſon quarré 101606400, que

vous multiplierez par 50. Vous diviſerez le produit 5080320000 par 157. Le quotient donnera 32358726 lieues quarrées pour la ſurface de la terre.

VIII.

Pour trouver maintenant la ſolidité de la terre, dont le contour a été trouvé de 10080 lieues, multipliez ce contour 10080 par lui-même, pour avoir ſon quarré 101606400, qu'il faudra multiplier encore par le même contour 10080, pour avoir ſon cube 1024192512000. Ce nombre cubique étant multiplié par 1250, & le produit 1080240640000000 étant diviſé par 73947, le quotient donnera 17312949004 lieues cubiques pour la ſolidité de la terre.

COROLLAIRE I.

De ce que la circonférence de la terre eſt de 10080 lieues pariſiennes, on conclud aiſément, que ſi la terre ſe meut autour de ſon axe d'occident en orient, en ſorte que dans l'eſpace de 24 heures elle acheve une circonvolution, un lieu de la terre ſitué dans l'équateur, qui eſt un grand cercle, doit parcourir en une heure 420 lieues par le mouvement de la terre; parce que diviſant ſon contour 10080 par 24, le quotient eſt 420. Ce même lieu en une minute de tems doit faire ſept lieues, comme on le connoît en diviſant 420 par 60.

COROLLAIRE II.

De ce que le diametre de la terre eſt de 3210 lieues, on conclud que ſon demi-diametre, ou la diſtance qu'il y a de ſa ſurface à ſon centre, eſt de

1605 lieues, comme on le connoît en prenant la moitié de 3210. D'où il eſt aiſé de tirer cette conſéquence, que ſi l'on pouvoit faire un puits qui pénétrât juſqu'au centre de la terre, la profondeur de ce puits ſeroit de 1605 lieues, ou de 3210000 toiſes, comme on le connoît en multipliant 1605, qui eſt le demi-diametre de la terre par 2000, qui eſt le nombre des toiſes d'un lieue pariſienne, ſuivant ce qui eſt dit au problême VI.

COROLLAIRE III.

Sçachant que la profondeur d'un puits eſt de 3210000 toiſes, il n'eſt pas difficile de connoître le tems qu'un corps peſant jetté de la ſurface de la terre, doit employer pour aller juſqu'au fond de ce puits, que je ſuppoſe être vuide. Il ſuffit de ſçavoir par quelque expérience bien faite, le tems que ce corps peſant employeroit à parcourir un eſpace connu en tombant librement dans l'air.

Suppoſons qu'en une minute de tems un corps peſant ſoit deſcendu de 100 toiſes. Pour trouver le tems qu'il doit employer à deſcendre dans le même milieu de 3210000 toiſes, multipliez ce nombre 3210000 par le quarré du tems, c'eſt-à-dire, de 1 minute: diviſez le produit 3210000 par 100, qui eſt l'eſpace parcouru pendant 1 minute. Le quotient ſera 32100, dont la racine quarrée donnera 179 minutes, qui font preſque 3 heures, pour le tems que le même corps peſant doit employer à deſcendre juſqu'au centre de la terre.

RE ARQUES.

I.

Nous remarquerons que ſi ce puits étoit conti-

nué juſqu'aux antipodes, enſorte que la terre fût percée à jour, le corps peſant qui y ſeroit jetté de la ſurface de la terre, ne s'arrêteroit pas tout court au centre de la terre, quoique ce ſoit le lieu le plus bas. Car étant parvenu au centre de la terre par un mouvement fort accéléré, il s'éloigneroit, & remonteroit vers les antipodes par un mouvement qui diminueroit peu à peu, & ſe détruiroit entierement proche la ſurface de la terre vers les antipodes, d'où il retomberoit, & reviendroit en deçà du centre de la terre vers nous. De ſorte que pendant quelque tems, en faiſant abſtraction de la réſiſtance de l'air, ce corps peſant continueroit à aller & à revenir par pluſieurs vibrations, qui ſeroient à peu près d'une égale durée, quoique toujours plus petites de plus en plus, juſqu'à ce qu'enfin il s'arrêtat au centre de la terre.

II.

Tout ce que avons dit touchant les meſures de la terre, ſuppoſe qu'elle eſt parfaitement ronde, quoiqu'elle ne le ſoit pas en parlant à la rigueur, à cauſe de la hauteur des montagnes, qui n'eſt conſidérable qu'à l'égard de nous. Car à l'égard de la terre, c'eſt peu de choſe, comme vous voyez dans la table ſuivante, que nous avons tirée du P. Kircher, & qui montre en pas geométriques la hauteur des plus conſidérables montagnes du monde, autant qu'on a pu en juger par la longueur de leurs ombres.

Table de la hauteur de quelques montagnes conſidérables de la terre.

Pelion, montagne de la Theſſalie.	1250

Le mont Olympe en Theſſalie	1269
Catalyrium	1680
Cyllenon	1875
Le mont Ætna, on mont Gibel en Sicilie	4000
Les montagnes de Norvege	6000
Le Pic des Canaries	10000
Hemus, montagne de la Thrace	10000
Le mont Caucaſe dans les Indes	15000
Le mont Atlas dans la Mauritanie	15000
Les montagnes de la Lune	15000
Le mont Athos entre la Macedoine & la Thrace	20000
Stolp, le plus haut des monts Riphées en la Scythie	25000
Le mont Caſſius	28000

Obſervations.

I.

On ne convient pas qu'il faille donner 28 lieues à un degré d'un grand cercle de la terre; on ne lui en donne ordinairement que 25 : mais auſſi on compte la lieue commune de France de 2200 toiſes, ou plutôt de 2282 toiſes 2 pieds & près de 9 pouces; car on compte au degré d'un grand cercle 57060 toiſes, meſure du Châtelet de Paris. Cela ſuppoſé, il n'eſt point difficile de connoître que la circonférence d'un grand cercle de la terre eſt de 9000 lieues, en multipliant 360 par 25, ou de 20541600 toiſes.

On n'a point encore déterminé préciſément la proportion qu'il y a entre la circonférence & le diametre d'un même cercle, on peut en approcher de plus en plus; mais dans l'uſage il eſt bon de s'en tenir à celle qui a été enſeignée par Archimede, & qui eſt à peu près de 22 à 7. Ainſi pour

connoître le diametre d'un grand cercle de la terre dont la circonférence eſt de 9000 lieues, il faut multiplier 9000 par 7, & diviſer le produit 63000 par 22. Le quotient 2863 lieues & $\frac{7}{11}$ de lieues ſera le diametre d'un grand cercle de la terre, & le rayon par conſéquent ſera d'environ 1431 ou 1432 lieues.

Si l'on vouloit avoir la ſurface d'un grand cercle de la terre, il faudroit multiplier 4500 lieues, moitié de la circonférence de ce grand cercle par 1432, moitié du diametre de ce cercle, le produit 6444000 lieues quarrées ſera la ſurface d'un grand cercle de la terre. Voyez le problême XLV de geométrie, tome I, p. 325.

Préſentement ſi l'on multiplie 9000 lieues, circonference d'un grand cercle de la terre, par 2863, ſon diametre, il viendra au produit 25767000 lieues quarrées pour la ſurface du globe terreſtre.

Enfin pour avoir la ſolidité de la terre, on multipliera 6444000 lieues, ſurface d'un grand cercle de la terre, par 2863 lieues, qui en eſt le diametre, le produit donnera 18449172000 lieues cubiques. Enſuite on prendra les deux tiers de ce produit, qui ſont 12299448000 lieues cubiques, & c'eſt la ſolidité de la terre, en ſuppoſant que le degré d'un grand cercle ne contient que 25 lieues communes de France.

I I.

Le calcul, qu'on vient de faire, eſt fondé ſur la grandeur du degré d'un méridien, que M. Picard a trouvé être de 57060 toiſes, lorſque dans ſa meſure de la terre il a déterminé l'intervalle qui eſt entre le parallele d'Amiens & celui de

Malvoiſine. Mais M. Caſſini rapporte dans la ſuite des mémoires de l'académie royale des ſciences 1718, * que le degré d'un méridien du côté du midi, par rapport à l'obſervatoire, doit avoir 57097 toiſes. D'où il conclud que la circonférence de la terre, en la ſuppoſant ſphérique, eſt de 20554920 toiſes, qui valent 8999 lieues, & ſon diametre de 6542840 toiſes, qui valent 2864 lieues, dont 25 font un degré; chacune de ces lieues eſt de 2284 toiſes de Paris.

* Premiere partie, p. 148, & 149.

Il dit auſſi dans les mêmes mémoires * que la grandeur du degré d'un méridien du côté du ſeptentrion, par rapport à l'obſervatoire, a été trouvée de 56960 toiſes. D'où l'on auroit, en multipliant ce nombre par 360, une circonférence moindre que celle qu'on vient de trouver, & par conſéquent un diametre différent des précédens, en obſervant la proportion qui eſt entre la circonférence d'un cercle & ſon diametre. D'où il réſulte vraiſemblement que la terre n'a pas une figure ſphérique.

* Seconde part. p. 237.

III.

Ce qu'on a dit dans les articles précédens, ſuppoſe que la terre eſt un corps ſphérique, tel que l'a conjecturé Ariſtote, qui a entrepris de le prouver dans le chapitre 14 de ſon ſecond livre *de cœlo*. Mais d'autres philoſophes célebres ont cru que la terre avoit une figure elliptique. Quelques-uns ont penſé qu'elle étoit applatie vers les poles, & plus élevée vers l'équateur. Meſſieurs Huyghens & Newton ont prétendu que la terre étoit ſemblable à un ſphéroïde, dont le plus grand diametre ſous l'équateur, ſelon le premier, ſeroit au plus petit diametre d'un pole à l'autre,

come 578 à 577, & ſelon le ſecond, comme 230 à 229. Quelques autres philoſopes au contraire ont cru que la terre étoit allongée vers les poles.

IV.

M. Caſſini nous permettra de le mettre à la tête de ces derniers philoſophes, puiſqu'ayant trouvé que les degrés d'un méridien ſont plus grands, plus ils ſont près de l'équateur, & qu'ils diminuent à meſure qu'ils s'approchent du pole, il dit qu'on peut conclure que la circonférence de la terre n'eſt pas de figure ſphérique. Pour appuyer ce ſentiment, & lui donner tous les éclairciſſemens poſſibles, il propoſe une ellipſe, dont la propriété eſt telle, qu'étant diviſée en degrés par des perpendiculaires élevées ſur ſa ſurface, chacun de ces degrés diminue en s'approchant des poles, & augmente en s'en écartant. Après quelques démonſtrations, il trouve que ſuppoſant l'excentricité de la terre de 14400 parties, dont le rayon eſt 100000, c'eſt-à-dire, environ comme 1 à 7, cette ellipſe repréſente aſſez exactement la figure d'un méridien de la terre, tel qu'il réſulte des dimenſions obſervées dans les voyages de Meſſieurs de l'obſervatoire, tant en 1700 vers le midi, qu'en 1718 vers le ſeptentrion.

V.

La diſtance entre le parallele de la face méridionale de l'obſervatoire de Paris, & celui de Collioure, priſe ſur la méridienne, eſt de 360604 toiſes, & l'arc compris entre ces deux paralleles eſt de 6 d. 18′, 56″, 20‴. De même la diſtance entre le parallele de la même face de l'obſerva-

toire & celui de Dunkerque, priſe ſur la méridienne, eſt de 125454 toiſes, & l'arc compris entre ces deux paralleles eſt de 2 d. 12′ 15″ 30‴. Par conſéquent la diſtance entre les paralleles de Collioure & de Dunkerque ſur la méridienne, eſt de 486058 toiſes, & l'arc de ce méridien eſt de 8 d. 31′ 11″ 50‴.

VI.

Cela ſuppoſé, on trouve, ſelon M. Caſſini, que le degré compris entre la hauteur du pole de 48 & de 49 degrés, tel qu'il eſt aux environs de Paris, eſt de 57005 toiſes; que dans l'étendue de la France la grandeur du degré diminue d'environ 31 toiſes en s'approchant du pole, & augmente à peu près de la même quantité en s'en éloignant; en ſorte que le degré compris entre les paralleles de 50 & 51 degrés, eſt de 56944 toiſes 2 pieds; & le degré compris entre les paralleles de 42 & 43 degrés, eſt de 57192 toiſes & 4 pieds.

La longueur du grand axe de ce méridien elliptique ſera de 6579368 toiſes, la diſtance entre les foyers de 947434 toiſes, & le petit axe de 6510796 toiſes. La difference du petit axe au grand ſera de 68572 toiſes. Le petit axe, diametre de l'équateur, étant connu, on aura ſa circonference de 20454274 toiſes, qui étant diviſées par 360, donnent la grandeur des degrés de l'équateur, égaux entr'eux dans cette hypotheſe de 57817 toiſes, à peu près de même que le degré du méridien qui eſt à la diſtance du pole de 36 degrés. La circonférence du méridien elliptique ſera de 20563100 toiſes, & ſa difference à la circonférence de l'équateur ſera de 1088[illegible] toiſes.

VII.

Si on diviſe toutes ces dimenſions par 2000, on aura leur valeur en lieues telles qu'elles ſont aux environs de Paris. Ainſi l'axe du méridien elliptique ſera de 3289 de ces lieues, la diſtance entre les foyers de 474 lieues, le petit axe de 3255 lieues, & la différence du petit axe au grand de 34 lieues, la circonférence de l'équateur ſera de 10227 lieues; celui d'un méridien elliptique de 10282 lieues, & leur différence d'environ 55 lieues.

VIII.

Il faut conſulter les mémoires mêmes pour voir avec quelle facilité M. Caſſini déduit toutes ces dimenſions dans la figure elliptique qu'il ſuppoſe à un méridien. On y verra auſſi comment on peut déterminer, ſuivant cette hypotheſe, la grandeur de chaque degré du méridien, le diametre, la circonférence & les degrés de chaque parallele. Toutes ces dimenſions étant déterminées, il ſera aiſé de les employer pour la conſtruction des globes terreſtres, & pour les cartes géographiques.

IX.

Les lieues dans les provinces de France ſont différentes, cependant on peut les rapporter à trois ſortes. La lieue des environs de Paris eſt de 2000 toiſes: la lieue commune, dont il y a 25 au degré, ſera de 2282 toiſes; & la lieue marine, dont il y a 20 au degré, eſt de 2853 toiſes. La toiſe contient 6 pieds, le pied 12 pouces, & le pouce 12 lignes.

X.

Suppoſant toujours la terre ſphérique, juſqu'à ce que les obſervations de Meſſieurs de l'obſer-

vatoire ayent été confirmées par d'autres, on s'en tiendra pour la grandeur d'un degré, à celle qui a été trouvée par M. Picard, de 57060 toiſes; une minute d'un tel degré contiendra 951 toiſes, & une ſeconde de cette minute aura quinze toiſes, 5 pieds, 1 pouce. Il ne ſera point difficile, en multipliant ces nombres par les nombres naturels, de conſtruire une table qui contienne la grandeur des minutes & ſecondes d'un degré d'un méridien.

XI.

On donnera ici une table où l'on a marqué les lieux par le voiſinage deſquels paſſe la méridienne de la France, qui traverſe l'obſervatoire de Paris. On y a auſſi marqué quelques villes qui n'en ſont pas fort éloignées. Cette table a trois colonnes; la premiere contient les lieux dont on vient de parler; la ſeconde contient en toiſes de Paris la diſtance de ces différens lieux à la méridienne de l'obſervatoire, c'eſt-à-dire, la perpendiculaire menée de chacun de ces lieux à cette méridienne; enfin dans la troiſieme colonne on a mis ces lettres Or. Occ. qui ſignifient que la méridienne paſſe à l'orient des lieux où l'on a marqué Or. & qu'elle paſſe à l'occident des lieux où l'on a marqué Occ.

XII.

Table des lieux les plus voiſins de la méridienne de l'obſervatoire.

	Toiſes.	
Fort de Revers,	1206	Orientale.
Dunkerque,	1414	Or.
Saint Omer,	3011	Occidentale.

	Toiſes.	
Fiefe,	668	Occ.
Dourlens,		Occ.
Villers Bocage,	580	Occ.
Amiens,	1252	Occ.
Sourdon,	2341	Or.
Clermont,		Or.
Saint Denis,		Or.
Montmartre,	0	
Paris,	0	
L'Haï,	0	
Moulin de Villejuive,	1116	Or.
Juviſy,	1350	Or.
Boiſcommun,	1820	Or.
Orleans,	16396	Occ.
Prely,	834	Or.
Rourges,	2358	Or.
Morlac,	1176	Occ.
Saint Sauvier,	345	Occ.
Arbre de Saint Michel,	645	Occ.
Hermant,	9146	Or.
Mauriac,	382	Occ.
Marcoulés,	351	Or.
Saint Antoine,	278	Occ.
Rodés,	9528	Or.
Naucelle,	21	Occ.
Sommet du Puy de Rouet,	1247	Or.
Alby,	8316	Occ.
Chapelle de Saint Pierre,	248	Occ.
Caſtres,	3911	Occ.
Carcaſſonne,	246	Or.
Sommet de Bugarach,	1420	Or.
Perpignan,	23461	Or.
Pointe noire du Mouſſet,	5545	Occ.
Sommet du Canigou,	4664	Or.

Il eſt bon de remarquer qu'on a placé un pilier dans l'endroit où la perpendiculaire tirée de la tour de la cathédrale de Bourges ſur la méridienne la rencontre.

XIV.

Ce qu'on a dit ſur la fin du problême VI, nous donne occaſion de rapporter ici la proportion du pied de roi, qui compoſe la toiſe de Paris, à différentes meſures étrangeres. Le pied de Paris ſe diviſe en douze pouces, & chaque pouce en douze lignes. Si on ſuppoſe chaque ligne diviſée en dix parties, on aura les proportions de diverſes meſures contenues dans la table ſuivante.

XV.

Rapport des meſures de divers pays.

Le pied de Paris	1440 parties.
Le pied de Bologne de	1682
Le pied de Danemarck de	1404
Le pied du Rhin ou de Leyde de	1390
Le pied de Londres de	1350
Le pied de Suede de	1316
Le pied romain du capitole de	1306
Le pied de Dantzik de	1272
Le pied d'Amſterdam de	1258
Le palme de Naples de	1169
Le palme de Genes de	1113
Le palme de Palerme de	1073
Le palme romain de	990
La braſſe de Bologne de	2640
La braſſe de Florence à terre de	2430
La braſſe de Parme de	2423
La braſſe de Plaiſance de	2423
La braſſe de Reggio de	1348 $\frac{1}{2}$

La braſſe de Milan de	2166	parties.
La braſſe de Breſſe de	2075	
La braſſe de Mantoue de	2062	

X V I.

Table de la hauteur de quelques montagnes de France ſur le niveau de la mer.

Montagnes.	*Toiſes.*	
Canigou,	1441	
Mouſſet,	1253	
Saint-Barthelemi,	1184	
La Matelote,	336	
Maſſane,	408	
Saint-Elme,	101	3 pieds.
Puy de Bugarach,	650	
Caroch,	348	
Tautavel,	259	
Mouſſet,	257	
Monredon,	201	
Montagne Noire,	284	
Saint-Barthelemi,	1195	
Rupeyroux,	407	
Plomb de Cantal,	993	
Puy Mary,	956	
Puy de Violent,	860	
Tour de la cathédrale de Rodés,	318	
Mont-Salvy,	373	
La Baſtide,	432	
Mondor,	1048	
Courlande,	846	
La Coſte,	856	
Lage-Chevalier,	332	
Tour de Sermur,	428	
Puy de Dome,	817	
Mont-Caſſel,	96	

Cette table eſt extraite de la ſuite des mémoires de l'académie 1718. On voit que le Canigou eſt la plus haute de toutes ces montagnes.

PROBLEME VIII.

Connoître la quantité d'un degré d'un petit cercle propoſé de la terre.

I.

AYant connu, par le probl. VII, la valeur d'un degré d'un grand cercle de la terre, il ſera facile de connoître la quantité d'un degré d'un petit cercle, par exemple, d'un cercle parallele à l'équateur, qu'on appelle ſimplement *parallele*, pourvu que ſa diſtance à l'équateur ſoit connue. Ce qui ſert aux géographes pour la deſcription des cartes chorographiques, & pour trouver la diſtance de deux lieux de la terre ſitués ſous un même parallele, c'eſt-à-dire, également éloignés de l'équateur.

Si vous voulez ſçavoir la valeur d'un degré du parallele de Paris, qui eſt éloigné de l'équateur d'environ 49 degrés, en ſuppoſant que la quantité d'un degré de l'équateur eſt de 28 lieues, tirez une ligne AB d'une longueur priſe à volonté, que vous prendrez pour un degré de l'équateur; Pl. 30, fig. 118. diviſez-la en 28 parties égales, dont chacune repréſentera une lieue. Décrivez de l'extrêmité A, par l'autre extrêmité B, l'arc de cercle BC de 49 degrés. Menez du point C, la ligne CD perpendiculaire à la ligne AB. Et comme cette ligne CD retranche de la ligne AB la partie AD d'environ 18 parties, vous conclurez qu'un degré d'un parallele éloigné de l'équateur de 49 degrés, eſt de 18 lieues pariſiennes.

II.

Cette valeur ſe peut connoître plus exactement & plus facilement par la trigonométrie, en raiſonnant de la ſorte.

Pl. 30, fig. 117. Soit l'axe du monde AB, enſorte que A & B ſoient les deux poles, & ACBD l'un des deux colures. Soit l'équateur CFD, & le parallele de Paris GHI, dont le diametre GI eſt perpendiculaire à l'axe AB, & dont la diſtance CG, ou DI à l'équateur eſt ſuppoſée de 49 degrés, auquel cas le complément AG, ou AI, ſera de 41 degrés.

Il eſt évident que CE étant le ſinus total, le demi-diametre GK eſt le ſinus de l'arc AG, ou du complément de la diſtance du parallele. Il eſt auſſi évident que le demi-diametre CE de l'équateur, ou le ſinus total, eſt à ſa circonférence, comme le demi-diametre GK du parallele, ou le ſinus du complément de la diſtance de ce parallele, eſt à ſa circonférence. Par conſéquent le ſinus total eſt à un degré de l'équateur, comme le ſinus du complément de la diſtance du parallele eſt à un degré de ce parallele. Et parce qu'un degré de l'équateur eſt connu, ayant été trouvé de 28 lieues pariſiennes, on pourra connoître de combien de ſemblables lieues, eſt un degré du parallele propoſé, par cette analogie,

Comme le ſinus total	100000
A un degré de l'equateur	28
Ainſi le ſinus du complément de la diſtance parallele à l'équateur	65606
A un degré de ce parallele	18

qui ſe trouvera d'environ 18 lieues pariſiennes.

III.

Ayant ainſi connu la quantité d'un degré du parallele de Paris, on pourra connoître, ſi l'on veut, la circonférence entiere de ce parallele, en multipliant par 360 ſa quantité trouvée 18, ou plus exactement par cette analogie,

Comme le ſinus total, 100000
A la circonférence de la terre 10080
Ainſi le ſinus du complément de la diſtance du parallele à l'équateur
A la circonférence du parallele 6613

qui ſe trouvera d'environ 6613 lieues pariſiennes. Ce qui fait connoître que, ſi la terre ſe meut, la ville de Paris, ou quelqu'autre point que ce ſoit de ſon parallele, fait en 24 heures 6613 lieues d'occident en orient, & par conſéquent 275 lieues en une heure, & environ 4 lieues & demie en une minute de tems.

PROBLEME IX.

Trouver en lieues la diſtance de deux lieux propoſés de la terre, dont on connoît les longitudes & les latitudes.

Il peut arriver trois cas différens dans cette queſtion. Le premier, lorſque les deux lieux propoſés étant ſous le même parallele, ils ont une même latitude, mais des longitudes différentes. Le ſecond, lorſqu'étant ſous le même méridien, ils ont une même longitude, mais des latitudes différentes. Le troiſieme enfin, lorſqu'étant ſous

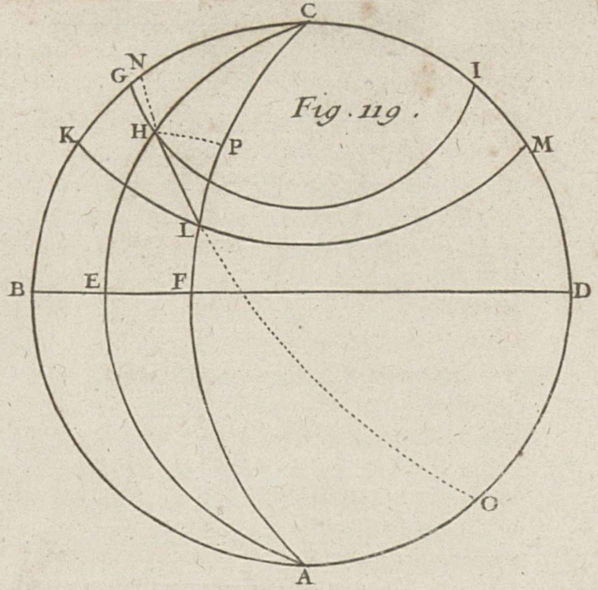
divers paralleles & différens méridiens, ils ont différentes latitudes & différentes longitudes. Nous allons réſoudre ces trois cas les uns après les autres, en cette ſorte :

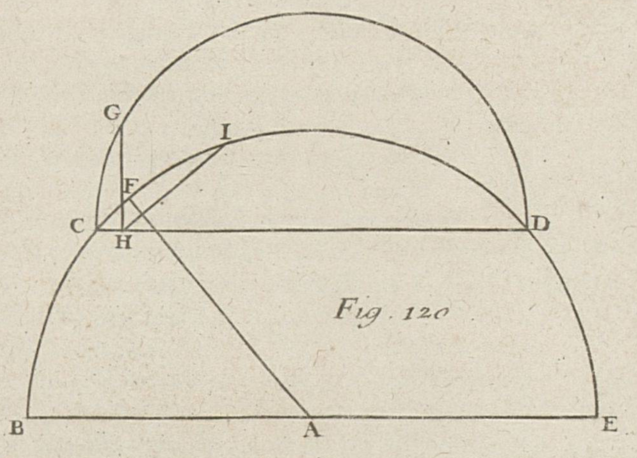
Premier cas.

Premierement, ſoient les deux lieux propoſés ſous un même parallele, comme Cologne & Maeſtrick, qui ſont ſous un parallele éloigné de l'équateur vers le ſeptentrion de 50 d. 50′. Parce que Cologne eſt plus oriental que Maeſtrick de 6 minutes de tems, qui valent 1 d. 30′ de l'équateur, ou du parallele ſous lequel ces deux villes ſont ſituées, comme on le connoît en diſant : ſi 1 heure ou 60 minutes valent 15 degrés, combien vaudront 6 minutes ? De ſorte que l'arc de ce parallele compris entre Cologne & Maeſtrick eſt de 1 d. 30′, qui dans l'équateur valent 42 lieues pariſiennes, à raiſon de 28 lieues pour un degré, comme on le connoît en diſant : ſi 1 degré ou 60 minutes valent 28 lieues, combien vaudront 1 d. 30′, ou 90 minutes ? Et pour ſçavoir de combien de ſemblables lieues doit être cet arc dans un parallele éloigné de l'équateur de 50 d. 50′, ou la diſtance des deux lieux propoſés, on ſe ſervira de cette analogie :

Comme le ſinus total,	100000
A la valeur de 1 d. 30′ de l'équateur	42
Ainſi le ſinus du complément de la diſtance du parallele à l'équateur	63158
A la diſtance qu'on cherche	$26\frac{1}{2}$

qui ſe trouvera d'environ 26 lieues pariſiennes & demie.


C
G N
I
Fig. 119.
K
H
P
M
L
B
E
F
D
O
A


G
I
F
C
H
D
Fig. 120
B
A
E

Second cas.

Secondement, ſoient les deux lieux propoſés ſous un même méridien, comme Paris, dont la latitude eſt de 48 d. 51′, & Amiens, dont la latitude eſt de 49 d. 54′. Otez de cette latitude 49 d. 54′, la latitude de Paris 48 d. 51′, qui eſt plus petite, pour avoir au reſte 1 d. 3′, l'arc du méridien, compris entre Paris & Amiens, que l'on convertira en lieues par la regle de trois, en diſant : ſi un degré ou 60 minutes d'un grand cercle de la terre vaut 28 lieues pariſiennes, combien vaudra 1 d. 3′, ou 63 minutes? Multipliant donc 63 par 28, & diviſant par 60 le produit 1764, le quotient donnera environ 29 lieues pariſiennes pour la diſtance de Paris à Amiens.

Troiſieme cas.

Enfin ſi les deux lieux propoſés ſont différens en longitude & latitude, comme Paris & Conſtantinople, qui eſt plus oriental que Paris de 29 d. 30′, & plus méridional de 7 d. 45′, on imaginera un grand cercle qui paſſe par ces deux villes, & l'on trouvera l'arc de ce grand cercle compris entre ces deux mêmes villes, en cette ſorte.

Soit le premier méridien ABCD, & l'équateur BD également éloigné des deux poles A, C. Soit le méridien de Paris AEC, & ſon parallele GHI, enſorte que Paris ſoit en H. Soit encore le méridien de Conſtantinople AFC, & ſon parallele KLM, enſorte que Conſtantinople ſoit en L. Soit enfin HL l'arc du grand cercle NHLO, qui paſſe par les deux lieux propoſés H, L. Pl. 31. fig. 119.

Cet arc HL ſe pourra connoître par la trigonométrie dans le triangle ſphérique obliquangle

Pl. 31, fig. 119. HCL, dans lequel on connoît le côté HC de 41 d. 9′, complément de la latitude EH de Paris, qui eſt de 48 d. 51′, le côté CL de 48 d. 54′, complément de la latitude FL de Conſtantinople, qui eſt de 41 d. 6′, & l'angle compris HCL, ou la différence des longitudes BCE, BCF, des deux lieux propoſés H, L, qui eſt de 29 d. 30′.

Pour trouver donc le côté ou la diſtance HL en degrés & en minutes, tirez de l'angle H, l'arc du grand cercle HP perpendiculaire au côté oppoſé CL, & faites ces deux analogies :

Comme le ſinus total 100000000
Au ſinus du complément de l'angle HCL 99396968
Ainſi la tangente du côté HC 90414585
A la tangente du ſegment CP 98811553

qui ſe trouvera de 37 d. 25′, leſquels étant ôtés de la baſe CL, ou de 48 d. 54′, il reſtera 11 d. 29′ pour l'autre ſegment LP.

Comme le ſinus du complément du ſegment CP 98999506
Au ſinus du complément du ſegment LP 99912184
Ainſi le ſinus du complément du côté HC 98767889
Au ſinus du complément du côté HL 99680567

qui ſe trouvera de 21 d. 42′, leſquels étant réduits en lieues pariſiennes par la regle de trois, en diſant : ſi un degré, ou 60 minutes d'un grand cercle de la terre, vaut 28 lieues pariſiennes, com-

bien vaudront 21 d. 42′, ou 1302 minutes? on trouvera 607 lieues pariſiennes pour la diſtance de Paris à Conſtantinople.

REMARQUES.

I.

Lorſque les deux lieux propoſés ſont éloignés entr'eux d'une diſtance conſidérable, comme dans cet exemple, on pourra ſans aucun calcul trouver preſque auſſi exactement cette diſtance en degrés & en minutes d'un grand cercle de la terre, par la projection ortographique de la ſphere, comme vous allez voir.

Décrivez du centre A, avec une ouverture de compas priſe à volonté, le demi-cercle BCDE, qui repréſentera le méridien de Paris. Prenez ſur ce demi-cercle l'arc BF de 48 d. 51′, qui eſt la latitude de Paris, pour avoir le lieu de Paris en F. Par ce point F, & par le centre A, vous menerez le rayon AF. Pl. 31, fig. 120.

Prenez ſur le même demi-cercle les arcs BC, ED, chacun de 41 d. 6′, qui eſt la latitude de Conſtantinople. Tirez la ligne CD, qui repréſentera le parallele de Conſtantinople, ſur lequel vous déterminerez le lieu de Conſtantinople, en cette ſorte.

Ayant décrit autour du diametre CD le demi-cercle CGD, prenez ſur ſa circonférence l'arc CG de 29 d. 30′, qui eſt la différence des longitudes de Paris & de Conſtantinople. Menez du point G la ligne GH perpendiculaire au diametre CD, pour avoir en H le lieu de Conſtantinople. De ce point H vous menerez la ligne HI perpendiculaire à la ligne AF. L'arc FI étant meſuré donnera en degrés & en minutes la diſtance qu'on

Pl. 31, fig. 120. cherche, qui ſe trouvera d'environ 22 degrés, comme auparavant.

II.

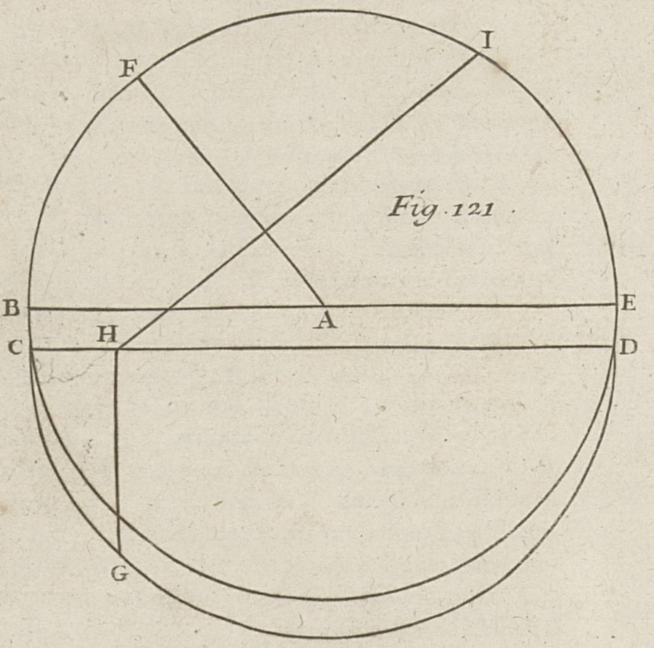
Nous avons pris la latitude BC de Conſtantinople dans le même hémiſphere que la latitude BF de Paris à l'égard de la ligne BE, qui repréſente l'équateur, c'eſt-à-dire, depuis l'équateur BE vers le lieu de Paris F, parce que les latitudes de ces deux villes ſont ſeptentrionales. Car ſi l'une avoit été méridionale, comme celle de Fernambouc dans le Breſil, qui eſt de 7 d. 40′, il auroit fallu
Pl. 32, fig. 121. prendre l'arc BC de 7 d. 40′ vers l'autre côté, & achever le reſte comme nous avons dit, enſorte que l'arc CG fût de 44 d. 15′, qui eſt la différence des longitudes de Paris & de Fernambouc. Et parce que l'arc FI ſe trouve d'environ 70 degrés, ſi l'on réduit ces 70 degrés en lieues, en les multipliant par 28, on aura 1960 lieues pariſiennes pour la diſtance de Paris à Fernambouc.

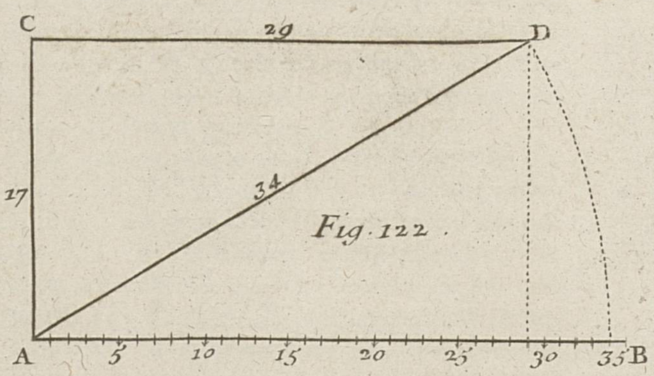
III.

Lorſque la diſtance des deux lieux propoſés n'eſt pas conſidérable, comme celle de Lyon à Geneve, qui eſt plus ſeptentrional que Lyon de 36 minutes* & plus oriental que Lyon de 6 minutes de tems, qui valent 1 d. 30′ de l'équateur; la méthode précédente, quoique bonne en elle-même, pourroit ne pas bien réuſſir. Dans ce cas, on pourra ſe ſervir de la ſuivante, qui n'eſt pas à la vérité géométrique; mais dans une petite diſtance l'erreur ne ſera pas ſenſible.

Pl. 32, fig. 122. Ayant mené la ligne AB, diviſez-la en autant

* La latitude de Lyon eſt de 45 d. 46′, celle de Geneve eſt de 46 d. 22.





21.

de parties égales, & de telle grandeur qu'il vous plaira, ces parties repréſenteront des lieues. A l'extrêmité A de cette ligne AB élevez la perpendiculaire AC, que vous ferez de 17 parties priſes ſur l'échelle AB. On fait la perpendiculaire AC de 17 parties, parce que 36 minutes, différence des latitudes de Lyon & de Geneve, réduites en lieues, font environ 17 lieues de celles dont on donne 28 à un degré d'un grand cercle de la terre. Pl. 32, fig. 122.

Après cela ajoutez enſemble les latitudes des deux lieux propoſés, ſçavoir, 45 d. 46', & 46 d. 22'. Prenez la moitié de leur ſomme 92 d. 8' pour avoir une latitude moyenne 46 d. 4', à l'égard de laquelle vous trouverez, *par probl.* 8, la quantité d'un arc de 1 d. 30', qui eſt la différence des longitudes des deux villes propoſées. Cette quantité ſe trouvera d'environ 29 lieues pariſiennes. C'eſt pourquoi vous tirerez par le point C, parallelement à la ligne AB, la droite CD de 29 parties priſes ſur l'échelle AB. Vous porterez ſur la même échelle AB, la longueur de la ligne AD, qui ſe trouvant ici d'environ 34 parties, fait connoître que de Lyon à Geneve il y a en ligne droite environ 34 lieues pariſiennes.

Parce que le triangle ACD eſt rectangle en C, & que le côté AC eſt de 17 parties, & l'autre côté CD de 29, on peut trouver par le calcul l'hypoténuſe AD, ou la diſtance qu'on cherche, en ajoutant enſemble le quarré 289 du côté AC, & le quarré 841 du côté CD, & en prenant la racine quarrée de la ſomme 1130, qui donnera preſque 34 lieues pariſiennes pour la ligne AD, qui repréſente la diſtance des deux lieux propoſés. Car le point A étant pris pour le lieu de Lyon, le point D peut être pris pour le lieu de Geneve,

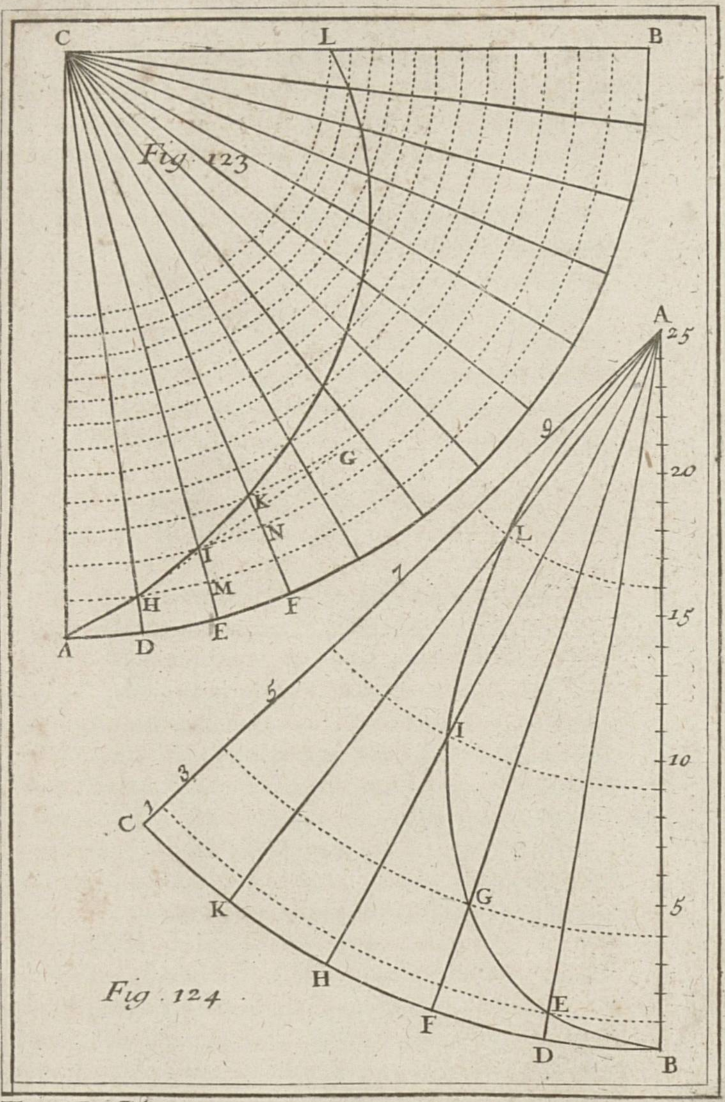
& la ligne AD pour l'arc du grand cercle qui paſſe par ces deux villes ; parce que la ligne AC repréſente la différence de leurs latitudes, ou la diſtance de leurs paralleles, la ligne CD la différence moyenne de leurs longitudes, ou la diſtance moyenne de leurs méridiens, &c.

PROBLEME X.

Décrire la ligne courbe que feroit un vaiſſeau ſur la mer en faiſant ſa route par un même rumb marqué dans la bouſſole.

Pl. 33. fig. 123. SUppoſons que l'arc AB, dont le centre eſt C, ſoit un quart de la circonférence de l'équateur terreſtre, en ſorte que le centre C ſoit la repréſentation de l'un des deux poles du monde, & que toutes les lignes droites tirées de ce centre C, par les diviſions de l'arc AB, comme CD, CE, CF, &c. repréſentent autant de méridiens.

Suppoſons encore qu'un navire parte du point A de l'équateur, dont le méridien eſt AC, pour aller en G, par le rumb ou vent AH, qui faſſe avec le méridien AC, un angle CAH, par exemple, de 60 degrés, qu'on appelle *inclinaiſon de la loxodromie*. Il eſt évident que ſi le vaiſſeau a toujours le cap au même rumb, c'eſt-à-dire, qu'étant en H ſous le méridien CD, il continue ſon chemin par le rumb ou vertical HI incliné au méridien CD du même angle de 60 degrés, en ſorte que l'angle CHI ſoit auſſi de 60 degrés ; les trois points A, H, I, ne ſont pas en ligne droite. Pareillement ſi le même navire continue ſa route depuis I, où il a la ligne CE pour méridien, en K, par le rumb IK, qui fait avec le méridien


C
L
B
Fig. 123
G
K
N
I
M
H
F
E
A
D
A
25
9
20
L
7
15
5
I
3
10
C
1
G
K
5
H
Fig. 124
E
F
D
B

T. II. Pl. 33.

CE, l'angle CIK auſſi de 60 degrés, les trois points H, I, K, ne ſeront pas en ligne droite, & ainſi de ſuite, juſqu'en L ſur le dernier méridien CB. Pl. 33, fig. 123.

D'où il eſt aiſé de conclure que la ligne AHIKL, que le vaiſſeau a décrit en ſuivant le même vent, & qu'on appelle *ligne loxodromique*, ou ſimplement *loxodromie*, eſt une ligne courbe qui s'écarte continuellement du lieu G, où l'on s'étoit propoſé d'aller, & qui imite la figure d'une ligne ſpirale, qui, comme vous voyez, s'approche toujours du pole C.

REMARQUES.

I.

Si l'on diviſe la ligne loxodromique AKL en pluſieurs parties égales ſi petites qu'elles puiſſent paſſer pour des lignes droites, comme AH, HI, IK, &c. & que par les points de diviſion H, I, K, &c. on faſſe paſſer autant de paralleles, ou cercles de latitude; tous ces cercles ſeront également éloignés entr'eux: de ſorte que les arcs des méridiens DH, MI, NK, &c. ſeront égaux entr'eux, auſſi-bien que les arcs correſpondans AD, HM, IN, &c. non pas en degrés, mais en lieues, à cauſe de l'égalité des triangles rectilignes rectangles ADH, HMI, INK, &c. Pl. 33, fig. 123.

Quand on ſçait le tems qu'on a employé pendant un vent favorable à parcourir une loxodromie très-petite, comme AH, en ſuivant un même rumb, & qu'ainſi on connoît l'arc AD, qu'il eſt facile de réduire en lieues, en donnant 20 lieues à un degré, & qu'étant en H, on *a pris hauteur*, c'eſt-à-dire, qu'on a obſervé la hauteur du pole,

Pl. 33, fig. 123. ou la latitude DH, qu'il eſt auſſi aiſé de réduire en lieues; on peut aiſément connoître le chemin qu'on fait de A juſques en H, ajoutant enſemble les quarrés des lignes AD, DH, & prenant la racine quarrée de la ſomme.

II.

Il eſt viſible que la loxodromie eſt une ligne droite, lorſque ſon angle d'inclinaiſon eſt nul, c'eſt-à-dire, lorſque le vaiſſeau navigue nord & ſud, ou ſuit le rumb nord & ſud marqué par la bouſſole, quand l'aiguille ne décline point, parce que le vaiſſeau, avançant ſelon la ligne méridienne, doit néceſſairement décrire cette ligne, qui eſt droite, puiſqu'elle eſt la commune ſection du méridien & de l'horiſon.

III.

Il arrivera la même choſe, lorſque le navire étant ſous l'équateur céleſte, ou ſous quelqu'un de ſes paralleles, met le cap à l'eſt ou à l'oueſt, c'eſt-à-dire, navigue directement à l'eſt ou à l'oueſt, enſorte que l'inclinaiſon de la loxodromie ſoit de 90 degrés, parce que le vaiſſeau décrit ou l'équateur terreſtre, ou l'un de ſes paralleles qui font avec tous les méridiens des angles droits, ou de 90 degrés.

IV.

Enfin il eſt viſible que, comme nous avons déja dit, un vaiſſeau qui navigue par un même rumb oblique, en ſorte que l'inclinaiſon de la loxodromie ſoit un angle oblique, c'eſt-à-dire, aigu, ou obtus, décrit ſur la ſurface de la mer une ligne courbe, comme AKL, pour aller de A en G, par

le rumb oblique AH, parce que les méridiens terreſtres CA, CD, CE, CF, &c. ne ſont pas paralleles entr'eux. Car s'ils étoient paralleles, au lieu de décrire la ligne courbe AKL, qui fait avec ces méridiens des angles égaux, il décriroit la ligne droite AG, qui feroit avec ces mêmes des angles égaux. Pl. 33. fig. 123.

Cette ligne courbe AKL reſſemble à celle que décriroit un corps peſant, comme une pierre qui tomberoit de la ſurface de la terre juſqu'à ſon centre, s'il eſt vrai que la terre ſe meuve autour de ſon axe d'occident en orient, comme vous allez voir par la deſcription de cette ligne courbe, dans le problême ſuivant.

PROBLEME XI.

Repréſenter la ligne courbe que décriroit par le mouvement de la terre un corps peſant en tombant librement de haut en bas juſqu'au centre de la terre.

SOit A le centre de la terre, BC une partie de ſa circonférence & B le lieu de la ſurface de la terre d'où on laiſſe tomber le corps peſant. Je ſuppoſe que le point B parcourt l'arc BC par le mouvement de la terre en un certain tems, en parcourant en des tems égaux les arcs égaux BD, DF, FH, HK, KC. Pl. 33. fig. 124.

Cela étant ſuppoſé, le demi-diametre de la terre AB prendra au premier tems la ſituation AD, & la pierre qui étoit en B, ſera deſcendue en E; le point B étant parvenu en D. Lorſqu'au ſecond tems ce point B ſera parvenu en F, le demi-diametre AB aura pris la ſituation AF, & la

Pl. 33, fig. 124. pierre ſera deſcendue en G; de ſorte que la partie FG ſera 4, la partie DE étant 1, par la nature des corps peſans, qui en tombant librement de haut en bas, acquierent en tems égaux des degrés égaux de vîteſſe, en parcourant des eſpaces qui croiſſent comme les quarrés 1, 4, 9, 16, 25, &c. des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. ces eſpaces croiſſant les uns par-deſſus les autres, ſelon les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, &c. C'eſt pourquoi lorſqu'au troiſieme tems, le point D ſera parvenu en H, le demi-diametre AB aura pris la ſituation AH, & la pierre ſera deſcendue en I, de ſorte que la partie HI ſera 9. Lorſqu'au quatrieme tems le point B ſera parvenu en K, le demi-diametre AB prendra la ſituation AK, & la pierre ſera deſcendue en L, de ſorte que la partie KL ſera 16. Enfin le point B étant parvenu au cinquieme tems en C, le demi-diametre AB aura pris la ſituation AC, la pierre ſera deſcendue en A, & toute la ligne CA ſera 25. Ainſi la pierre, en deſcendant continuellement, formera la ligne courbe BEGILA, que vous pourrez repréſenter en cette ſorte.

Parce que la ſomme des cinq premiers nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, eſt le nombre quarré 25, dont la racine quarrée eſt 5, marquez ſur la ligne droite AB indéfinie 25 parties égales d'une grandeur priſe auſſi à volonté depuis B juſqu'en A. De ce point A décrivez par le point B, l'arc de cercle BC d'une grandeur priſe auſſi à volonté. Diviſez cet arc BC en cinq parties égales aux points D, F, H, K. Par ces points vous tirerez au centre A les rayons ou demi-diametres AD, AF, AH, AK, ſur leſquels vous trouverez les points E, G, I, L, de la ligne courbe que vous voulez décrire,

en prenant la partie DE d'une partie égale priſe ſur la ligne AB, FG de quatre parties; HI de neuf parties, & KL de ſeize parties, &c.

Obſervations.

On fera ici quelques obſervations qui ſeront de quelque utilité pour l'éclairciſſement des problêmes qu'on va propoſer.

L'année ſolaire, ou le tems que le ſoleil employe à parcourir l'écliptique par ſon mouvement propre, eſt de trois cens ſoixante-cinq jours, cinq heures & quarante-neuf minutes.

Les anciens Romains, depuis Numa Pompilius, donnoient trois cens cinquante-cinq jours à leur année; ce qui apporta par la ſuite des tems, du dérangement dans les ſaiſons. L'empereur Jules Céſar voulut remédier à ce déſordre, que le calendrier de Numa avoit cauſé. Il ordonna que l'année ſe régleroit ſur le mouvement du ſoleil; qu'on feroit trois années de ſuite chacune de trois cens ſoixante-cinq jours, & que la quatrieme ſeroit de trois cens ſoixante-ſix jours: c'eſt cette quatrieme année qui fut nommée *biſſextile.*

Jeſus-Chriſt étant venu au monde dans un tems où tout l'univers étoit ſoumis à l'Empire Romain, les nations furent obligées de ſe conformer à l'uſage de cet empire dans la diſtribution des tems. Le calendrier Julien fut ſuivi de tous les peuples, mais chacun demeura libre dans l'uſage de ſes coutumes & de ſes traditions pour le culte divin. Les Juifs ne changerent rien à leurs cérémonies, ni à leurs fêtes: mais ils les réglerent ſur les divers tems qui leur convenoient de l'année Julienne, à laquelle ils aſſujettiſſoient leur

année lunaire. Les chrétiens firent la même choſe. Dans les premiers tems de l'égliſe on ne convint pas facilement du jour où l'on devoit célébrer la pâque des chrétiens. Les uns vouloient que ce fût le jour où Jeſus-Chriſt avoit été crucifié, les autres prétendoient que ce devoit être le jour de ſa réſurrection.

Le concile général de Nicée, tenu ſous l'empire de Conſtantin le Grand, rendit uniforme l'uſage de célébrer cette grande fête parmi les chrétiens. Il ordonna que la ſolemnité s'en feroit le premier dimanche d'après le quatorzieme de la lune du premier mois, enſorte néanmoins que le 14 de la lune concourant avec un dimanche, on ne célébrât la pâque que le dimanche ſuivant. Il déclara que ce premier mois étoit celui dont le 14 de la lune tomboit au jour de l'équinoxe du printems, ou immédiatement après. Et comme l'équinoxe répondoit en ce tems-là au 21 mars, le concile déclara que ce jour ſerviroit dans la ſuite à régler le premier mois de l'année lunaire.

Comme l'année Julienne ſurpaſſe l'aſtronomique d'environ 11 minutes, * cette différence s'étant multipliée tous les ans depuis le concile de Nicée, il arriva que l'équinoxe du printems ne tomboit plus au 21 mars du tems de Gregoire XIII, mais au 11 du même mois, ce qui troubloit l'égliſe dans la célébration de la pâque.

* L'année julienne commune eſt de 365 jours, & la biſſextile de 366. L'année aſtronomique de 365 jours 5 heures 49 minutes. Ces 5 heures 49 minutes font preſque 6 heures, leſquelles étant priſes 4 fois; font un jour en 4 ans: de-là vient que l'anné civile ſurpaſſe l'aſtronomique de 11 minutes.

Cette erreur obligea le pape à faire aſſembler des aſtronomes pour réformer le calendrier romain, afin de remettre l'équinoxe du printems au 21 mars, comme il étoit au tems du concile de Nicée, & d'empêcher qu'il n'arrivât dans la ſuite une pareille erreur. Ce fut pour cela qu'on retrancha tout d'un coup dix jours du calendrier, & que pour fixer perpétuellement l'équinoxe du printems au 21 mars, le pape ordonna que chaque centieme année pendant trois ſiécles, ne ſeroit point biſſextile, & que la 400 le ſeroit, afin de retrancher les trois jours qui ſe trouvent de trop en 400 ans Juliens. Par ce moyen les périodes civiles ſont à peu près conformes aux aſtronomiques.

PROBLEME XII.

Connoître ſi une année propoſée eſt biſſextile, ou de 366 jours.

1°. SI l'année propoſée eſt une des ſix premieres de l'ere commune, elle n'eſt point biſſextile, parce que les ſix premieres années de Jeſus-Chriſt furent toutes de 365 jours.

2°. Si l'année propoſée eſt entre la 7 & la 459 de l'ere commune, ôtez 7 de l'année propoſée, & diviſez le reſte par 4. S'il ne reſte rien après la diviſion, cette année-là eſt biſſextile; s'il reſte quelque choſe, ce reſte marque la quatrieme année après la derniere biſſextile; ſoit propoſée par exemple, la 54e année de l'ere commune: ôtez 7 de 54, diviſez le reſte 47 par 4, la diviſion étant faite, il reſtera 3, qui marque que l'année 54 de l'ere commune ne fut point biſſextile, mais qu'elle étoit la troiſieme après la biſſextile.

3°. Si l'année propoſée eſt entre celles-ci 459 & 464, elle n'eſt point biſſextile, parce qu'entre ces années, il y en eut 4 de ſuite qui ne furent point biſſextiles.

4°. Si on propoſe une année qui ſoit entre la 464 de l'ere commune, & 1582, tems de la réformation du calendrier par Gregoire XIII, diviſez le nombre donné par 4. La diviſion étant faite, s'il ne reſte rien, l'année eſt biſſextile; s'il reſte quelque choſe, elle ne l'eſt pas. Soit propoſée, par exemple, l'année 1509, diviſez 1509 par 4, il reſtera 1, qui montre que l'année 1509 a été la premiere après la biſſextile.

5°. Si dans la queſtion propoſée, il s'agit d'une année grégorienne, c'eſt-à-dire, d'une de celles qui ſe ſont écoulées depuis 1582, juſqu'à préſent, & qui s'écouleront dans la ſuite: la queſtion ſe réduit à deux cas.

En premier lieu, ſi l'année propoſée n'eſt pas une des centiemes, la pratique ſera la même que la précédente, c'eſt-à-dire, qu'il faudra diviſer le nombre donné par 4. Si après la diviſion il ne reſte rien, cette année-là eſt biſſextile; s'il reſte quelque choſe, ce reſte marque la quantieme année après la derniere biſſextile. Soit propoſée 1692, on peut rejetter les deux premiers chiffres 16; & comme 92 peut être diviſé par 4 ſans reſte, c'eſt une marque que 1692 eſt biſſextile. Soit encore propoſé 1734; ayant rejetté les deux premiers chiffres 17, les autres 34 ne peuvent être exactement diviſés par 4, & après la diviſion il reſte 2, qui font voir que cette année 1734 eſt la ſeconde après la derniere année biſſextile 1732.

En ſecond lieu, ſi l'année propoſée eſt une des années centiemes, comme 1600, 1700, 1800,

1900, &c. il faut diviſer par 400, ou, ce qui eſt la même choſe, retrancher deux zeros, & diviſer le reſte par 4. Si la diviſion eſt exacte, l'année eſt biſſextile, ou de 366 jours; mais ſi la diviſion ne peut ſe faire ſans reſte, l'année n'eſt point biſſextile, mais de 365 jours. Ainſi on connoît que 1600 a été biſſextile; 1700 ne l'a point été; 1800 & 1900 ne le ſeront point.

REMARQUES.

La réformation du calendrier faite par le pape Gregoire XIII, qui fit retrancher dix jours de l'année 1582 a fait donner le nom de *calendrier gregorien*, & de *calendrier nouveau*, au calendrier dont l'égliſe romaine ſe ſert à préſent. On y a marqué les *calendes*, qui ſont les premiers jours de chaque mois d'où il a tiré ſon nom, les *nones* & les *ides*, qui étoient autrefois en uſage parmi les Romains.

Avant cette réformation, l'équinoxe du printems anticipoit de dix jours le 21 de mars, car il arrivoit le 11 de ce mois. On les retrancha, afin que cet équinoxe, qui regle le tems auquel les fideles doivent célébrer la fête de pâque, arrivât toujours le 21 de mars, comme il arrivoit au tems du concile de Nicée. Ce qui rend à l'année ſolaire un ſiege déterminé, c'eſt-à-dire, que par cette réformation, les équinoxes & les ſolſtices ſont retenus & dans les mêmes jours & dans les mêmes mois. C'eſt pourquoi les peuples qui n'ont pas voulu recevoir cette réformation, comptent les équinoxes & tous les autres tems de l'année dix jours plus tard que nous; il arrivera que dans la ſuite ils celébreront la nativité de

notre Seigneur Jeſus-Chriſt au ſolſtice d'été, & la fête de ſaint Jean-Baptiſte au ſolſtice d'hyver.

PROBLEME XIII.

Trouver le nombre d'or d'une année propoſée.

NOus avons dit que l'année ſolaire eſt de 365 jous 5 heures & 49 minutes; nous dirons ici que l'*annee lunaire*, ou la ſomme de douze révolutions de la lune par ſon propre mouvement ſous le zodiaque eſt de 354 jours 8 heures & 49 minutes. D'où l'on voit que l'année lunaire eſt plus courte que la ſolaire d'environ 11 jours. Ce qui fait que l'année lunaire finit 11 jours plutôt que l'année ſolaire, & par conſéquent les nouvelles lunes arrivent 11 jours plutôt en une année qu'en la précédente.

Ainſi le ſoleil & la lune ne finiſſent pas toujours leurs périodes en même tems, & ils ne repaſſent pas dans les mêmes diſpoſitions où ils ſe ſont rencontrés auparavant, c'eſt à-dire, les nouvelles lunes ne tombent jamais deux fois en un même jour dans l'eſpace de 19 ans On doit remarquer que cette période de 19 années eſt plus courte qu'il ne faudroit d'environ 1 heure 27 minutes, & 32 ſecondes. D'où il arrive que les nouvelles lunes anticipent d'un jour dans l'eſpace d'environ 312 années. Ce qui a été l'une des cauſes de la réformation du calendrier, & qu'au lieu du nombre d'or, qui eſt une période de 19 années, on a inventé les épactes.

On appelle *nombre d'or* le nombre de 19 années ſolaires, au bout deſquelles le ſoleil & la lune ſe retrouvent à peu près dans les mêmes

points où ils étoient auparavant; c'eſt-à-dire que ſi la lune eſt nouvelle, & par conſéquent en conjonction avec le ſoleil au premier janvier d'une certaine année, elle ſera encore nouvelle au premier janvier après 19 ans accomplis. On a nommé ce nombre *nombre d'or*, parce que les Athéniens reçurent ſa découverte avec tant d'applaudiſſement, qu'ils le firent écrire en gros caracteres d'or au milieu de la place publique. Il a été auſſi appellé *cycle lunaire*, parce que c'eſt une période ou révolution de 19 années ſolaires, qui ſont autant de 19 années lunaires, entre leſquelles il y en a douze *communes*, ou de douze mois ſynodiques chacune, & ſept *emboliſmiques*, c'eſt-à-dire de treize lunes chacune; ce qui fait en tout 235 lunaiſons, au bout deſquelles les nouvelles lunes arrivent les mêmes jours des mêmes mois qu'auparavant.

Pour trouver le nombre d'or d'une année propoſée, ajoutez 1 à cette année propoſée, & diviſez la ſomme par 19, ſans avoir égard au quotient, le reſte ſera le nombre d'or qu'on cherche. S'il reſte o ou 19, l'année propoſée aura 19 de nombre d'or. Si vous voulez avoir le nombre d'or de l'année 1693, ajoutez 1 à 1693, & diviſez la ſomme 1694 par 19; le nombre 3 qui reſte après la diviſion, eſt le nombre d'or de l'année 1693. De même pour trouver le nombre d'or de 1728, ajoutez 1 à 1728, & diviſez la ſomme 1729 par 19. La diviſion étant faite, il reſte o, qui fait voir que le nombre d'or de l'année 1728, ſera 19.

On ajoute 1 au nombre de l'année propoſée, parce que la premiere année de Jeſus-Chriſt avoit 2 de nombre d'or.

S'il s'agiſſoit d'une année qui précédât l'époque de l'ere commune, & que ce fut, par exemple, la 25e. avant Jeſus-Chriſt; ôtez 2 de 25, diviſez le reſte 23 par 19; la diviſion étant faite, il reſtera 4, qu'il faut ôter de 19, pour avoir le reſte 5, qui ſera le nombre d'or de la 25e année avant Jeſus-Chriſt.

REMARQUES.

I.

Il eſt évident que quand on a trouvé le nombre d'or d'une année, on peut par la ſeule addition avoir le nombre d'or de l'année ſuivante, en ajoutant 1 au nombre d'or trouvé. On peut auſſi par la ſeule ſouſtraction avoir le nombre d'or de l'année précédente, en ôtant 1 du même nombre d'or trouvé. Ainſi ayant trouvé 3 pour le nombre d'or de l'anné 1693, en ajoutant 1 à ce nombre trouvé 3, on a 4 pour le nombre d'or de l'année 1694, & en ôtant 1 du même nombre trouvé 3, on a 2 pour le nombre d'or de l'année 1692.

II.

Il eſt auſſi évident qu'à toutes les années qui ont même nombre d'or, les nouvelles lunes arrivent les mêmes jours & les mêmes mois. Ainſi parce qu'en l'année 1693, qui eut 3 pour nombre d'or, la lune fut nouvelle les calendes du mois d'août, c'eſt-à-dire le premier jour de ce mois, elle ſera auſſi nouvelle le premier jour du même mois aux années 1731, 1750, 1769, &c. qui auront auſſi 3 pour nombre d'or.

PROBLEME XIV.

Trouver l'épacte pour une année propoſée.

NOus avons dit au problême précédent, que l'année ſolaire ſurpaſſe l'année lunaire d'environ 11 jours. Ce qui eſt vrai préciſément ſi l'on compare l'année ſolaire commune, qu'on appelle *année égyptienne*, qui n'eſt que de 365 jours, avec l'année lunaire commune, qui eſt de 354 jours ſeulement. Cette différence de 11 jours eſt ce qu'on appelle *épacte*, laquelle étant ajoutée à l'année lunaire commune, qui eſt le tems de douze lunaiſons ou lunes, ou *mois ſynodiques*, dont chacun eſt de 29 jours & demi, la rend égale à l'année ſolaire commune.

Le *mois ſynodique* eſt le tems qui s'écoule depuis une nouvelle lune juſqu'à l'autre nouvelle lune; ce tems eſt, comme nous avons dit, de 29 jours & demi, ou plus rigoureuſement, de 29 jours 12 heures 44 minutes. Le *mois périodique* eſt la révolution ou période de la lune par ſon mouvement propre depuis un point du zodiaque juſqu'au même point. Cette période eſt de 27 jours 5 heures & 44 minutes. Le mois périodique eſt plus court que le mois ſynodique de 2 jours & 7 heures, à cauſe que le ſoleil par ſon mouvement propre avance pendant le mois périodique d'environ 27 degrés, que la lune doit parcourir après être retournée au point où elle étoit conjointe avec le ſoleil, pour le pouvoir atteindre. Ce qu'elle ne fait que dans l'eſpace d'environ 2 jours & 7 heures, après avoir achevé ſa période ou révolution dans le zodiaque.

Avant que d'enſeigner la maniere de connoître l'épacte, qui dans chaque année ne commence qu'au mois de mars, nous dirons que les mois ſynodiques étant chacun d'environ 29 jours & demi, on les trouve marqués dans le calendrier alternativement de 29 & 30 jours; ſçavoir, le premier mois de 30 jours, & le ſecond de 29; le troiſieme mois de 30 jours, & le quatrieme de 29, & ainſi de ſuite. Le mois de 29 jours ſe nomme *mois cave*, & le mois de 30 jours s'appelle *mois plein*. Lorſque l'année eſt biſſextile, le mois de février eſt de 29 jours, & l'on fait en ce mois le mois périodique de 30 jours.

Le premier mois commence en Europe à la nouvelle lune de janvier. Les Juifs le commencent en ſeptembre vers l'équinoxe, & l'égliſe le commence à la *nouvelle lune de pâques*, qui eſt celle où la lune ſe trouve pleine après l'équinoxe du printems, ou le jour même de l'équinoxe, que l'égliſe a fixé au 21 de mars, parce que, comme nous avons déja dit ailleurs, au tems du concile de Nicée, l'équinoxe du printems arrivoit à peu près ce jour-là.

D'où il ſuit que lorſque la lune ſe trouve pleine avant le 21 de mars, cette lunaiſon n'eſt pas le premier mois de l'année, mais le dernier de l'année précédente, & que pour être le premier, il faut que la *pleine lune*, qui eſt le quatorzieme jour de la lune, arrive ou le 21 de mars, ou immédiatement après le 21 de mars. Alors les Catholiques Romains célebrent pâques le dimanche qui ſuit immédiatement cette pleine lune, en mémoire de la glorieuſe réſurrection de notre Seigneur Jeſus-Chriſt.

D'où il ſuit encore que toutes les lunes qui

commencent depuis le 8 de mars juſqu'au 5 d'avril incluſivement, peuvent être paſcales. Par conſéquent la pâque ne ſe peut célébrer avant le 22 de mars, ni après le 25 d'avril. Ainſi pâques peut arriver plus tard de 25 jours en une année qu'en une autre. Elle ſe célebre le 22 de mars, lorſque la lune ſe trouve pleine le 21 de ce mois & que ce jour eſt un ſamedi, comme il arriva en l'année 1693. Elle ſe célebre le 25 d'avril, lorſque la lune ſe trouve pleine le 18 de ce mois, & que ce jour eſt un dimanche, comme il arriva en l'année 1666.

Pour trouver l'épacte d'une année propoſée, il faut faire une diſtinction entre les années juliennes & les années grégoriennes. On appelle années grégoriennes celles qui ſont écoulées depuis 1582, année où Gregoire XIII fit un retranchement de dix jours pour remédier à l'inconvénient dont on a parlé, qui eſt que l'équinoxe du printems tomboit au 11 de mars, au lieu de tomber au 21 du même mois, ſelon que l'avoit fixé le concile de Nicée. On appelle années juliennes celles qui ſe ſont écoulées avant 1582, ou même celles qui ſe ſont écoulées ou s'écouleront depuis à l'égard de ceux qui n'ont point reçu la réformation de Gregoire XIII.

I.

S'il s'agit d'une année julienne, cherchez par le problême précédent le nombre d'or qui convient à cette année. Multiplez ce nombre d'or par 11, qui eſt la différence de l'année ſolaire & de l'année lunaire. Diviſez le produit par 30, qui eſt le nombre des jours d'un mois ſynodique. Puis négligeant le quotient de la diviſion, n'ayez

égard qu'au reſte, ce ſera l'épacte qu'on cherche. Qu'on propoſe 1489, dont on demande l'épacte, le nombre d'or de 1489 eſt 8. Multipliez 8 par 11, & diviſez le produit 88 par 30; le reſte 28 ſera l'épacte de 1489. De même ſi on regarde 1626, comme une année julienne; c'eſt-à dire, ſi ceux, qui n'ont point reçu la réformation de Gregoire XIII demandent l'épacte de 1726, après avoir trouvé 17, nombre d'or de 1726, il faut multiplier 17 par 11, & diviſer le produit 187 par 30, le reſte ſera l'épacte de 1726, regardée comme année julienne.

II.

Si l'année propoſée eſt gregorienne, après avoir multiplié le nombre d'or par 11, otez du produit le nombre des jours retranchés par la réformation de Gregoire XIII, & diviſez le reſte par 30; la diviſion étant faite, on n'aura point d'égard au quotient, & ce qui reſtera ſera l'épacte de l'année gregorienne. Depuis l'année 1582 juſqu'à l'année 1700 excluſivement, il faut ôter 10 à cauſe de 10 jours qu'on a retranché de 1582 dans la réformation du calendrier. Mais depuis l'année 1700 incluſivement, juſqu'à l'année 1800 excluſivement, il faut ôter 11, parce que l'année 1700 n'a point été biſſextile ſelon la réformation, quoiqu'elle le dût être ſelon le calendrier julien; ainſi ce jour qu'on a retranché en 1700, & les 10 qu'on avoit retranché en 1582, font 11 jours qu'on doit ôter du produit du nombre d'or trouvé par 11, différence de l'année ſolaire & de la lunaire, comme il a été dit. Lorſque ce produit diminué de 10 ou de 11 ne peut être diviſé par 30, le reſte eſt l'épacte même qu'on cherche.

Qu'il ſoit propoſé de trouver l'épacte de l'année gregorienne 1693, dont le nombre d'or eſt 3. Multipliez 3 par 11, ôtez 10 du produit 33, le reſte eſt 23; & comme ce nombre 23 ne peut être diviſé par 30, il s'enſuit que 23 eſt l'épacte de 1693, ſuivant la remarque qu'on vient de faire. Si on demande l'épacte de l'année gregorienne 1726, ayant trouvé par le problême précédent le nombre d'or 17, multipliez 17 par 11, puis ôtant 11 du produit 187, diviſez le reſte 176 par 30: la diviſion étant faite, il reſtera 26, qui ſera l'épacte de l'année 1726.

REMARQUES.

I.

L'épacte qu'on trouve ſans ôter 10, 11, &c. au produit du nombre d'or par 11, eſt appellée *épacte vieille*, parce qu'elle convient particulierement aux années avant la réformation du calendrier, c'eſt-à-dire, avant l'année 1582.

Cette épacte vieille ſe peut trouver ſans la diviſion, en cette ſorte. Faites valoir 10 l'extrêmité d'en haut du pouce de la main gauche, 20 la jointure du milieu, & 30 ou plutôt 0, ou rien l'autre extrêmité, ou la racine. Comptez le nombre d'or de l'année propoſée ſur le même pouce, en commençant à compter 1 à l'extrêmité, 2 à la jointure, 3 à la racine, enſuite 4 à l'extrêmité; 5 à la jointure, 6 à la racine; de même 7 à l'extrêmité; 8 à la jointure, 9 à la racine, ainſi de ſuite, juſqu'à ce que vous ſoyez parvenu au nombre d'or trouvé, auquel vous n'ajouterez rien, s'il tombe à la racine, parce que nous lui avons attribué 0: mais vous y ajouterez 10 s'il tombe à

l'extrêmité; & 20 s'il tombe à la jointure, parce que nous les avons fait valoir autant. La ſomme ſera l'épacte qu'on cherche, pourvu qu'on en ôte 30, quand elle ſera plus grande.

Le nombre d'or de 1486 étoit 8. En comptant 8 ſur le pouce, comme on vient de dire, & commençant à compter 1 ſur l'extrêmité du pouce, 2 ſur la jointure, 3 ſur la racine, puis 4 ſur l'extrêmité, &c. on trouvera que 8 tombe ſur la jointure. Ajoutez 20, qui a été attribué à la jointure au nombre d'or 8, vous aurez 28, qui eſt l'épacte cherchée de l'année 1489. De même ſi on veut ſçavoir l'épacte vieille de 1726, dont le nombre d'or ſera 17, commencez à compter 1 ſur l'extrêmité du pouce, 2 ſur la jointure, &c. juſqu'à ce que vous ayez compté 17, qui tombera ſur la jointure, puis ajoutez 20 nombre attribué à la jointure au nombre d'or 17. De la ſomme 37 ôtez 30, il reſtera 7 pour l'épacte vieille de 1726.

Par le même artifice on pourra trouver l'épacte pour quelque année que ce ſoit du dernier ſiecle, pourvu que l'on faſſe valoir 20 l'extrêmité du pouce, 10 la jointure, & 0, ou rien la racine, & que l'on commence à compter 1 ſur la racine, 2 à la jointure, &c.

II.

Il eſt évident, par ce qui a été dit, que pour trouver l'épacte d'une année propoſée, lorſqu'on a celle de l'année précédente, il n'y a qu'à ajouter 11 à l'épacte de cette année précédente; & que ſi à cette épacte trouvée on ajoute pareillement 11, ou aura l'épacte de l'année ſuivante, ainſi de ſuite. Mais on aura ſoin d'ôter 30 de la ſomme, lorſqu'elle ſera plus grande, & d'ajouter 12 au

lieu de 11, lorſqu'on aura 19, ou plutôt 0 pour nombre d'or.

Ainſi ayant trouvé 23 pour l'épacte de l'année 1693, en ajoutant 11 à cette épacte 23, la ſomme eſt 34, de laquelle ôtant 30, le reſte 4 eſt l'épacte de l'année 1694. Si à cette épacte 4 on ajoute pareillement 11, ou aura 15 pour l'épacte de l'année 1665, & ainſi de ſuite.

III.

On peut encore trouver très-facilement l'épacte pour une année propoſée depuis l'année 1582 juſqu'à l'année 1699 incluſivement, par le moyen de la table ſuivante, qui eſt compoſée de deux colonnes, dont la premiere vers la gauche contient tous les nombres d'or depuis l'unité juſqu'à 19, & la ſeconde vers la droite comprend autant de nombres en proportion continue arithmétique, dont l'excès eſt 2, en commençant par 0, qui répond au premier nombre d'or 1, juſqu'à 26, qui répond au dernier nombre d'or 19.

1	0
2	2
3	4
4	6
5	8
6	10
7	12
8	14
9	16
10	18
11	20
12	22
13	24
14	26
15	28
16	30
17	32
18	34
19	36

Ayant trouvé par le problême précédent le nombre d'or d'une année propoſée; par exemple, 3 pour l'année 1693, multipliez par 5 le nombre 4, qui répond à la droite dans la ſeconde colonne, au nombre d'or 3, qui eſt dans la premiere. Ajoutez au produit 20 le même nombre d'or 3. La ſomme 23 étoit l'épacte de l'année propoſée 1693.

Il peut arriver que cette ſomme ſera plus grande que 30. Dans ce cas il en faut

ôter 30 autant de fois qu'il ſera poſſible, & le reſte ſera l'épacte qu'on cherche, comme pour trouver l'épacte de l'année 1699, qui eut 9 de nombre d'or. Multipliez par 5 le nombre 16, qui ſe trouve dans la table précédente, vis-à-vis de ce nombre d'or 9. Ajoutant le même nombre d'or 9 au produit 80, vous aurez 89: d'où ôtant deux fois 30, c'eſt-à-dire 60, le reſte 29 eſt l'épacte qui convenoit à l'anné 1699.

IV.

On peut auſſi trouver les épactes depuis 1700 incluſivement juſqu'à 1900 excluſivement par cette table dans laquelle on a exprimé les nombres d'or par des chiffres arabes, & les épactes par des chiffres romains.

Nombre d'or Epactes	10 IX	11 XX	12 I
Nombre d'or Epactes	13 XII	14 XXIII	15 IV
Nombre d'or Epactes	16 XV	17 XXVI	18 VII
Nombre d'or Epactes	19 XVIII.	1 *	2 XI
Nombre d'or Epactes	3 XXII	4 III	5 XIII
Nombre d'or Epactes	6 XXIV	7 VI	8 XVII.
Nombre d'or Epactes	9 XXVIII		

Qu'il

Qu'il ſoit propoſé de trouver l'épacte de l'année 1726. Premierement cherchez le nombre d'or 17 de cette année 1726. Enſuite prenez dans la table précédente l'épacte XXVI, qui répond au nombre d'or 17. Ce ſera l'épacte de l'année 1726.

PROBLEME XV.

Trouver l'âge de la lune en un jour donné d'une année propoſée, & ſi elle eſt nouvelle.

AVant que de trouver l'âge de la lune dans un jour donné d'un mois propoſé, il faut trouver la nouvelle lune de ce mois; ce qu'on va enſeigner par cette méthode.

Méthode pour trouver la nouvelle lune d'un mois propoſé.

On trouvera d'abord l'épacte de l'année du mois propoſé: puis parmi les épactes diſpoſées dans le calendrier du breviaire & des miſſels, ſelon l'ordre des jours du mois, cherchez celle de l'année propoſée: ce ſera le jour de la nouvelle-lune.

Qu'on propoſe, par exemple, de trouver la nouvelle lune du mois de mars 1726, dont l'épacte eſt XXVI, je cherche ce nombre XXVI dans les épactes marquées à coté des jours du mois de mars, je trouve que ce nombre XXVI répond au 5 de mars; ce qui me fait connoître que la lune ſera nouvelle le 5 de mars de l'année propoſée 1726.

Après avoir trouvé la nouvelle lune par la méthode précédente, il ne ſera pas difficile de trouver l'âge de la lune d'un mois propoſé, comme

on le va voir dans la premiere des deux méthodes ſuivantes.

Premiere méthode de trouver l'âge de la lune dans un jour d'un mois propoſé.

Ayant trouvé par le moyen des épactes du calendrier le jour de la nouvelle lune du mois, comme il vient d'être enſeigné, comptez incluſivement combien il y a de jours depuis la nouvelle-lune juſqu'au jour propoſé : ce ſera l'âge de la lune.

Qu'on propoſe de trouver quel ſera l'âge de la lune le 15 avril de l'année 1724, dont l'épacte eſt IV. Ayant trouvé que ce nombre épactal IV répond dans le calendrier au 27 de mars, comptez combien il y a de jours depuis le 27 de mars incluſivement juſqu'au 15 d'avril : ce ſera l'âge de la lune, c'eſt-à-dire, que le 15 d'avril ſera le 20 de la lune.

Autre méthode de trouver l'âge de la lune dans un jour d'un mois propoſé.

On ajoute ordinairement l'épacte de l'année, le nombre des mois écoulés depuis mars incluſivement, & le nombre des jours du mois dans lequel on eſt : ſi ce nombre eſt moindre que 30, il montre l'âge de la lune ; s'il eſt plus grand que 30, le ſurplus de 30 marque l'âge de la lune. Si on veut ſçavoir quel fut l'âge de la lune le 18 avril de l'année 1693, dont l'épacte étoit 23 ; à cette épacte 23 ajoutez 2, nombre des mois de mars & avril, & le nombre 18 du jour propoſé. De la ſomme 43 ôtez 30, le reſte 13 étoit l'âge de la lune le 18 avril de l'année 1693.

Cette méthode s'éloigne de la vérité, comme on le peut voir en cherchant l'âge de la lune au 15 avril de l'année 1724; car au lieu de trouver 20 qui ſera le vrai âge de la lune, on trouveroit 21, en ajoutant enſemble 4 d'épacte, 2 de mois, & 15 de jours de mois. C'eſt pourquoi il faut la rectifier par la table ſuivante, dans laquelle les chiffres, qui répondent au mois, montrent combien il faut ajouter de mois.

Janvier	0	Juillet	4
Février	1	Aout	5
Mars	0	Septembre	7
Avril	1	Octobre	7
Mai	2	Novembre	9
Juin	3	Décembre	9

Je veux ſçavoir, par exemple, quel ſera l'âge de la lune le 18 d'octobre de l'année 1726, dont l'épacte ſera 26; je trouve 7 vis-à-vis octobre. J'ajoute 7 à 26, dont la ſomme eſt 33, que j'ajoute aux 18 jours du mois d'octobre. De la ſomme 51, je rejette 30, qui eſt une lunaiſon complette; le reſte 21 marque que le 18 d'octobre de l'année 1726, la lune aura 21 jours.

REMARQUE.

Si on prétend qu'il ne faille commencer à compter l'épacte d'une année qu'au mois de mars, & qu'on veuille ſçavoir l'âge de la lune au jour d'un mois qui précede le mois de mars, par exemple, le 15 de janvier de l'année 1693; au lieu de ſe ſervir de l'épacte 23, on ſe ſervira de l'épacte 12 de l'année précédente 1692. Ajoutez donc à

cette épacte 12, le nombre 11 des mois incluſivement depuis le mois de mars juſqu'au mois propoſé de janvier, & de plus le nombre 15 du jour donné; ôtez 30 de la ſomme 38 : le reſte 8 eſt l'âge de la lune qu'on demande. Ce nombre 8 étant ôté du nombre donné 15, jour du mois, le reſte 7 fait connoître que la lune étoit nouvelle le 7 du mois de janvier de l'année 1693.

Ou bien, pour trouver le jour de la nouvelle lune au mois de janvier de la même année 1693, on ajoutera à l'épacte 12 de l'année précédente 1692, le nombre 11 des mois compris incluſivement entre le mois de mars & le mois de janvier. On ôtera de 30 la ſomme 23. Le reſte 7 fait connoître que la lune étoit nouvelle environ le 7 janvier de l'année 1693. Je dis environ, parce que par les épactes on s'éloigne quelquefois d'un jour de la nouvelle lune, comme il arrive dans cet exemple. Car les tables aſtronomiques font connoître que la lune doit avoir été nouvelle le 6 janvier de l'année 1693. Par conſéquent elle doit avoir été pleine le 20 du même mois, comme on le connoît en ajoutant 14 au nombre trouvé 6 du jour de la nouvelle lune.

PROBLEME XVI.

Connoître s'il y a éclipſe dans une nouvelle ou pleine lune.

QUoique le calcul des éclipſes ſoit très-pénible dans l'aſtronomie, on pourra cependant, ſans qu'il en coûte beaucoup de peine, connoître les éclipſes par le moyen de la pratique ſuivante. Ce que nous allons dire ne ſert que pour le dix-

huitieme ſiecle, c'eſt-à-dire, depuis 1700 juſqu'à 1800.

I.

1°. Pour les nouvelles-lunes, comptez le nombre des lunaiſons complettes, * depuis celle qui commence au 8 janvier 1701, ſuivant le calendrier Gregorien, juſqu'à la nouvelle lune propoſée. Multipliez ce nombre de lunaiſons complettes par 7361. Ajoutez 3890 à ce produit. Diviſez la ſomme par 43200. Sans avoir égard au quotient, ſi ce qui reſte de la diviſion, ou la différence entre ce reſte & le diviſeur, eſt moindre que 4060, il y a éclipſe de ſoleil.

*Voyez le problême XXXI.

Exemple d'une éclipſe de ſoleil dans une nouvelle-lune.

On demande s'il y eut éclipſe de ſoleil le 22 mai 1705, qui fut le jour de la nouvelle-lune. Depuis le 8 de janvier 1701 juſqu'au 22 mai 1705, il y a 54 lunaiſons complettes. Multipliez ce nombre 54 par 7361, & au produit 397494 ajoutez 33890. Diviſez la ſomme 431384 par 43200. Après la diviſion, il reſtera 42584, qui eſt plus grand que 4068. Mais ayant retranché 42584 du diviſeur 43200, il reſte 616, qui eſt un nombre plus petit que 4060. Il y eut donc éclipſe de ſoleil le 22 mai 1705.

II.

2°. Pour les pleines lunes, comptez le nombre des lunaiſons complettes depuis celle qui commence au huitieme de janvier 1701 juſqu'à la conjonction qui précede la pleine lune propoſée. Multipliez ce nombre de lunaiſons complettes par 7361.

Ajoutez à ce produit 37326. Diviſez la ſomme par le nombre 43200. Si ce qui reſte après la diviſion, ou la différence entre le reſte & le diviſeur eſt moindre que 2800, il y a éclipſe de lune.

Exemple d'une éclipſe de lune dans une pleine-lune.

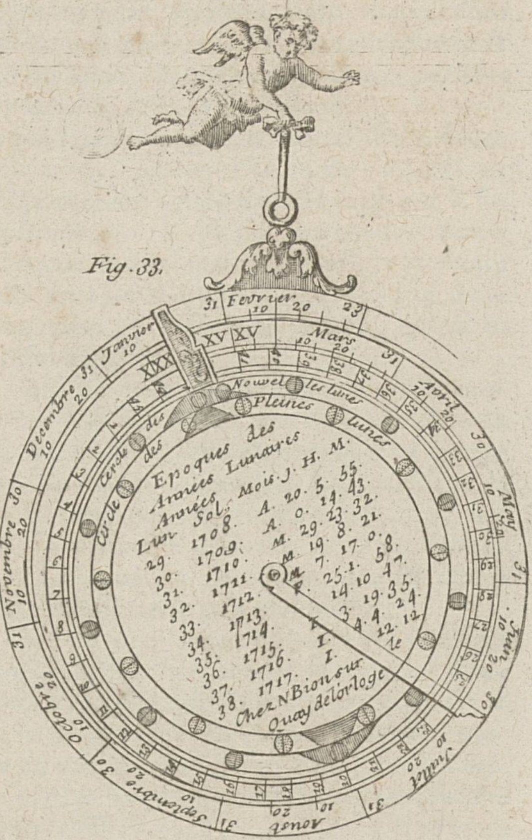
On demande ſi dans la pleine lune qui arriva le 27 avril de l'année 1706, il y eut éclipſe de lune. Depuis le huitieme de janvier 1701 juſqu'à la nouvelle-lune qui précéde immédiatement le 27 avril 1706, il y a 65 lunaiſons complettes. Il faut donc multiplier 65 par 7361, & ajoutant 37326 au produit 478465, on aura la ſomme 515791, qu'il faut enſuite diviſer par 43200. On trouvera que la diviſion étant faite ſans avoir égard au quotient, il reſtera le nombre 40591, qui eſt plus grand que 2800. Mais ayant retranché 40591 du diviſeur 43200, on aura après la ſouſtraction un reſte 2609, plus petit que 2800. D'où l'on conclura qu'il y eut éclipſe de lune dans la pleine lune du 27 avril 1706.

PROBLEME XVII.

Conſtruire une machine qui montre les éclipſes tant du ſoleil que de la lune, les mois, les années lunaires, & les épactes.

Pl. 34, fig. 33. CEtte machine inventée par feu M. de la Hire, eſt composée de trois platines rondes de cuivre ou de carton, & d'une regle ou alidade qui tourne autour d'un centre commun, comme il paroît par la figure.

Fig. 33.



De Berey ſus ſecit

Vers le bord de la platine ſupérieure, qui eſt la plus petite, il y a deux bandes circulaires, dans leſquelles on a fait de petites ouvertures, dont les extérieures marquent les nouvelles lunes & l'image du ſoleil, & les intérieures marquent les pleines lunes & l'image de la lune.

Le bord de cette platine eſt diviſé en douze mois lunaires, qui ſont chacun de 29 jours 12 heures 44 minutes, mais de telle ſorte que la fin du douzieme mois, qui fait le commencement de la ſeconde année lunaire, ſurpaſſe la premiere nouvelle lune de la quantité de 4 des 179 diviſions marquées ſur la ſeconde platine, qui eſt au milieu des deux autres.

Au bord de cette platine il y a un index attaché, dont l'un des côtés, qui en eſt la ligne de foi, fait partie d'une ligne droite qui tend au centre de la machine; cette ligne paſſe auſſi par le milieu de l'une des ouvertures exterieures, qui montre la premiere nouvelle lune de l'année lunaire. Le diametre des ouvertures eſt égal à l'étendue de quatre degrés ou environ.

Le bord de cette ſeconde platine eſt diviſé en 179 parties égales, qui ſervent pour autant d'années lunaires, dont chacune eſt de 354 jours & 9 heures ou environ. La premiere année commence au nombre 179, auquel finit la derniere.

Les années accomplies ſont marquées chacune par leurs chiffres 1, 2, 3, 4, &c. qui vont de quatre en quatre diviſions, & qui font quatre fois le tour pour achever le nombre 179, comme on le voit en la figure de cette platine. Chacune des années lunaires comprend quatre de ces diviſions, de ſorte que dans cette figure elles anticipent l'une ſur l'autre de quatre des 179 diviſions du bord.

Sur cette même platine, au-deſſous des ouvertures de la premiere, il y a aux deux extrêmités d'un même diametre une eſpace coloré de noir, qui répond aux ouvertures extérieures, & qui marque les éclipſes du ſoleil, & un autre eſpace rouge, qui répond aux ouvertures intérieures, & qui marque les éclipſes de la lune. La quantité de chaque couleur qui paroît par les ouvertures, fait voir la grandeur de l'éclipſe. Le milieu des deux couleurs, qui eſt le lieu du nœud de la lune, répond d'un côté à la diviſion marquée 4, & $\frac{2}{3}$ de degrés de plus, & d'autre côté il répond au nombre oppoſé. La figure de l'eſpace coloré ſe voit ſur cette ſeconde platine, & ſon amplitude ou étendue marque les termes des éclipſes.

La troiſieme & la plus grande des platines qui eſt au-deſſous des autres, contient les jours & les mois des années communes. La diviſion commence au premier jour de mars, afin de pouvoir ajouter un jour au mois de février, quand l'année eſt biſſextile. Les jours de l'année ſont décrits en forme de ſpirale, & le mois de février paſſe au-delà du mois de mars, à cauſe que l'année lunaire eſt plus courte que l'année ſolaire. De ſorte que la quinzieme heure du dixieme jour de février répond au commencement du mois de mars. Mais après avoir compté le dernier jour de février, il faut rétrograder avec les deux platines ſupérieures dans l'état où elles ſe trouvent, pour reprendre le premier jour de mars.

Il y a 30 jours marqués au-devant du mois de mars, qui ſervent à trouver les épactes.

Il faut remarquer que les jours, comme nous les prenons ici, ne ſont point accomplis ſuivant

l'uſage des aſtronomes mais comme le vulgaire les compte, commençant à une minuit, & finiſſant à minuit du jour ſuivant. C'eſt pourquoi toutes les fois qu'il s'agit du premier jour d'un mois, ou de tout autre, nous entendons l'eſpace de ce jour marqué dans la diviſion; car nous comptons ici les jours courans ſuivant l'uſage vulgaire, comme nous venons de le dire.

Dans le milieu de la platine ſupérieure, on a décrit des époques qui marquent le commencement des années lunaires par rapport aux années ſolaires, ſelon le calendrier Gregorien, & pour le méridien de Paris. Le commencement de la premiere année, dont la marque doit être 0, & qui répond à la diviſion 179, eſt arrivé à Paris le 29 février à 14 heures & demie de l'année 1680. La fin de la premiere année lunaire, qui eſt le commencement de la ſeconde, répond à la diviſion marquée 1, & elle eſt arrivée à Paris l'an 1681, le 17 février, à 23 heures $\frac{1}{4}$, en comptant, comme nous avons dit, 24 heures de ſuite d'une minuit à l'autre. Et de crainte qu'il n'y eût quelque erreur en rapportant les diviſions du bord de la ſeconde platine avec celles des époques des années lunaires qui leur correſpondent, nous avons mis les mêmes nombres aux unes & aux autres.

Nous avons marqué les époques de ſuite de toutes les années lunaires depuis 1700 juſqu'à l'année 1750, afin que l'uſage de cette machine fût plus facile pour accorder enſemble chacune des années lunaires & ſolaires. Quant aux autres années de notre cycle de 179 ans, il ne ſera pas difficile de le rendre complet, en ajoutant 354

jours 8 heures 48 minutes, & deux tiers pour chaque année lunaire.

La regle ou alidade qui s'étend du centre de l'inſtrument juſqu'au bord de la plus grande platine, ſert à rapporter les diviſions d'une platine avec celle des deux autres. Si l'on applique cette machine à un horloge, on aura un inſtrument parfait & accompli en toutes ſes parties.

La table des époques qui eſt dreſſée pour le méridien de Paris, pourra facilement ſe réduire aux autres méridiens, ſi pour les plus orientaux que Paris on ajoute le tems de la différence des méridiens, & au contraire, ſi on l'ôte pour les lieux plus occidentaux.

Il eſt à propos de mettre la table des époques au milieu de la platine ſupérieure, afin qu'elle puiſſe être vue avec cette machine.

Epoques des années lunaires, rapportées aux années civiles pour le méridien de Paris.

Ann. Lun.	Années Civiles.		Mois.	J.	H.	M.
179.	1680.	B.	Février,	29	14	24
1.	1681.		Février,	17	23	13
2.	1682.		Février,	7	8	1
10.	1689.		Novembre,	12	6	30
20.	1699.		Juillet,	26	22	37
21.	1700.		Juillet,	16	7	26
22.	1701.		Juillet,	5	16	14
23.	1702.		Juin,	25	1	3
24.	1703.		Juin,	14	9	52
25.	1704.	B.	Juin,	2	18	40
26.	1705.		Mai,	23	3	29
27.	1706.		Mai,	12	12	17

Ann. lun.	Années civiles.		Mois.	J.	H.	M.
28.	1707.		Mai,	1	21	6
29.	1708.	B.	Avril,	20	5	55
30.	1709.		Avril,	9	14	43
31.	1710.		Mars,	20	23	32
32.	1711.		Mars,	19	8	21
33.	1712.	B.	Mars,	7	17	9
34.	1713.		Février,	25	1	58
35.	1714.		Février,	14	10	47
36.	1715.		Février,	3	19	35
37.	1716.	B.	Janvier,	24	4	24
38.	1717.		Janvier,	12	13	12
39.	1718.		Janvier,	1	22	1
40.	1718.		Décembre,	22	6	50
41.	1719.		Décembre,	11	15	38
42.	1720.	B.	Novembre,	30	0	27
43.	1721.		Novembre,	19	9	16
44.	1722.		Novembre,	8	18	4
45.	1723.		Octobre,	29	2	53
46.	1724.	B.	Octobre,	17	11	41
47.	1725.		Octobre,	6	20	30
48.	1726.		Septembre,	26	5	19
49.	1727.		Septembre,	15	14	7
50.	1728.	B.	Septembre,	3	22	55
51.	1729.		Août,	24	7	44
52.	1730.		Août,	13	16	32
53.	1731.		Août,	3	1	21
54.	1732.	B.	Juillet,	22	10	9
55.	1733.		Juillet,	11	18	58
56.	1734.		Juillet,	1	3	46
57.	1735.		Juin,	20	12	35
58.	1736.	B.	Juin,	8	21	23
59.	1737.		Mai,	29	6	12

Ann. lun.	Années civiles.		Mois	J.	H.	M.
60.	1738.		Mai,	18	15	1
61.	1739.		Mai,	7	23	49
62.	1740.	B.	Avril,	26	8	38
63.	1741.		Avril,	15	17	27
64.	1742.		Avril,	5	2	15
65.	1743.		Mars,	25	11	4
66.	1744.	B.	Mars,	13	19	53
67.	1745.		Mars,	3	4	41
68.	1746.		Février,	20	13	30
69.	1747.		Février,	9	22	18
70.	1748.	B.	Janvier,	30	7	7
71.	1749.		Janvier,	18	15	56
72.	1750.		Janvier,	8	0	44
80.	1757.		Octobre,	12	23	15
90.	1767.		Juin,	26	15	20
100.	1777.		Mars,	9	7	26
110.	1786.		Novembre,	20	23	33
120.	1796.	B.	Août,	3	15	39
130.	1806.		Avril,	17	7	45
140.	1815.		Décembre,	29	23	52
150.	1825.		Septembre,	11	15	8
160.	1835.		Mai,	26	8	4
170.	1845.		Février,	6	0	11
1.	1854.		Octobre,	20	16	17

Maniere de faire les diviſions ſur les platines.

Le cercle de la plus grande platine eſt diviſé de telle façon que 368 degrés 2 minutes 42 ſecondes comprennent 354 jours 9 heures un peu moins, d'où il ſuit que ce cercle doit contenir 346 jours 15 heures, leſquels on peut prendre ſans erreur

ſenſible pour deux tiers de jour. Or pour diviſer un cercle en 346 parties égales & deux tiers, réduiſez le tout en tiers, qui font en cet exemple 1040 tiers, cherchez enſuite le plus grand nombre multiple de 3, qui ſe puiſſe facilement diviſer par moitié, & qui ſoit contenu en 1040. Ce nombre ſe trouvera dans cette progreſſion géométrique double, dont le premier & moindre terme eſt 3, comme, par exemple, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768.

Le neuvieme nombre de cette progreſſion eſt celui qu'on cherche: il faut donc ſouſtraire 768 de 1040, reſtera 272, & chercher combien ce nombre reſtant fait de degrés, minutes & ſecondes par la regle de trois, en diſant: 1040 tiers: 360 degrés:: 272 tiers: 94 degrés 9 minutes 23 ſecondes.

C'eſt pourquoi retranchez de ce cercle un angle de 94 d. 9 m. 23 ſec. & diviſez le reſte du cercle toujours par moitié, après avoir fait huit ſouſdiviſions, vous parviendrez au nombre 3, qui ſera l'arc d'un jour, par lequel diviſant auſſi l'arc de 94 d. 9 m. 23 ſec. tout le cercle ſe trouvera diviſé en 346 jours & 2 tiers: car y il aura 256 jours dans le plus grand arc, & 90 jours 2 tiers dans l'autre. Chacun de ces eſpaces répond à 1 d. 2 m. 18 ſec. comme on voit en diviſant 360 par 346, 2 tiers; & 10 jours répondent à 10 d. 23 m. Par ce moyen on pourroit faire une table qui ſerviroit à diviſer cette platine.

Ces jours ſeront enſuite diſtribués à chacun des mois de l'année, ſuivant le nombre qui leur convient, en commençant par le mois de mars, & continuant juſqu'à la quinzieme heure du dixieme de février, qui répond au commencement de

mars, & le reſte du mois de février paſſe au-delà & par-deſſus.

Le cercle la ſeconde platine doit être diviſé en 179 parties égales. Pour cet effet cherchez le plus grand nombre qui ſe puiſſe toujours diviſer par moitié juſqu'à l'unité, & qui ſoit contenu en 179, vous trouverez 128; lequel ôté de 179 reſte 51. Cherchez quelle partie de la circonférence du cercle fait ce reſte par la regle de trois, en diſant: 179 parties: 360 degrés :: 51 parties: 102 d. 34 m. 11 ſec.

C'eſt pourquoi ayant retranché du cercle un arc de 102 d. 34 m. 11 ſec. diviſez le reſte du cercle toujours par moitié, & après avoir fait ſept ſousdiviſions, vous parviendrez à l'unité. Ainſi cette partie du cercle ſera diviſée en 128 parties égales; puis avec la même derniere ouverture de compas vous diviſerez l'arc reſtant en 51 parties, & tout le cercle ſe trouvera diviſé en 179 parties égales, dont chacune répond à 2 degrés & 40 ſecondes, comme il eſt aiſé de voir en diviſant 360 par 179. C'eſt un ſecond moyen pour diviſer cette même platine.

Enfin pour diviſer le cercle de la platine ſupérieure, prenez le quart de ſa circonférence, & ajoutez-y une des 179 parties ou diviſions du bord de la platine du milieu: le compas ouvert du quart ainſi augmenté, ayant tourné quatre fois diviſera ce cercle de la maniere qu'il doit être; car en ſouſdiviſant chacun de ces quarts en trois parties égales, on aura 12 eſpaces pour les 12 mois lunaires, de telle ſorte que la fin du douzieme mois, qui fait le commencement de la douzieme année lunaire, ſurpaſſe la premiere nouvelle-lune de 4 des 179 diviſions marquées ſur la platine du milieu.

Uſage de cette machine.

PROBLEME XVIII.

Une année lunaire étant propoſée, trouver les jours de l'année ſolaire qui lui répondent, dans leſquels doivent arriver les nouvelles & pleines lunes & les éclipſes.

SOit propoſée, par exemple, la vingt-quatrieme année lunaire de la table des époques, qui répond à la diviſion de la platine du milieu marquée 24. Arrêtez la ligne de foi de l'index de la platine ſupérieure ſur la diviſion marquée 24 en la platine du milieu, où eſt le commencement de la vingt-cinquieme année lunaire. Et voyant par la table des époques que ce commencement tombe ſur le quatorzieme jour de juin de l'année 1703 à 9 heures 52 minutes, tournez enſemble les deux platines ſupérieures en cet état juſqu'à ce que la ligne de foi de l'index attaché à la platine ſupérieure convienne avec la dixieme heure, ou environ, du quatorzieme de juin, marquée ſur la platine inférieure, auquel tems arrive la premiere nouvelle lune de l'année lunaire propoſée; car la ligne de foi de l'index paſſe par le milieu de l'ouverture de la premiere nouvelle lune de cette année lunaire.

Enſuite, ſans changer la ſituation des trois platines, étendez depuis le centre de l'inſtrument un fil, ou la regle mobile, la faiſant paſſer par le milieu de l'ouverture de la premiere pleine-lune, la ligne de foi de cette regle répondra au commencement du vingt-neuvieme jour du mois de juin à

4 heures $\frac{1}{4}$, qui eſt le tems de cette pleine-lune, laquelle ſera totalement éclipſée comme il paroît par la couleur rouge qui remplit toute l'ouverture de cette pleine lune.

Nous connoîtrons par un ſemblable moyen qu'à la nouvelle lune qui doit arriver environ les trois heures du matin du quatorzieme de juillet, il y aura une éclipſe partiale du ſoleil. Si l'on pourſuit plus avant, on remarquera les éclipſes qui doivent arriver pendant le mois de décembre de la même année 1703, vers le commencement de l'année ſuivante. Mais comme la dixieme nouvelle lune paſſe au-delà du vingt-huitieme jour de février, ayant conduit l'alidade juſqu'au vingt-huitieme jour de février, faites rétrograder les deux platines ſupérieures conjointement avec l'alidade en l'état où elles ſe trouvent juſqu'à ce que la ligne de foi ſe rencontre ſur le commencement de mars, par où nous avons commencé la diviſion de l'année; d'où conduiſant la regle par toutes les ouvertures des nouvelles & pleines lunes, vous connoîtrez ſur la derniere platine le tems qu'elles doivent arriver.

Mais comme la treizieme nouvelle lune eſt la premiere de l'année ſuivante, laquelle répond au nombre 25 des diviſions de la platine du milieu, on laiſſera les deux platines inférieures en l'état où elles ſe trouvent, & on avancera celles de deſſus juſqu'à ce que la ligne de foi de ſon index convienne avec le nombre 25 de la platine du milieu, auquel point elle marquera ſur la derniere & plus grande platine le tour de la premiere nouvelle lune de la vingt-ſixieme année lunaire, ſelon l'ordre de notre époque, laquelle arrivera le

ſecond

ſecond jour de juin à 18 heures 40 minutes de l'an 1704. Enſuite conduiſant la regle mobile ſur le milieu des ouvertures des nouvelles & pleines lunes, elle marquera ſur la derniere platine les jours qu'elles doivent arriver, auſſi-bien que les éclipſes juſqu'à la fin de février; après quoi il faudra faire le même que pour l'année précédente, c'eſt-à-dire qu'après être parvenu à la fin de février, il faudra rétrograder juſqu'au premier jour de mars.

On pourroit ainſi trouver les commentemens de toutes les années lunaires, ſans ſe ſervir de la table des époques: mais d'autant qu'il n'eſt pas poſſible d'ajuſter ſi exactement les platines & l'alidade les unes ſur les autres, qu'il ne ſe gliſſe quelque errreur, qui s'augmente d'année en année, la table des époques ſervira pour rectifier l'uſage de cette machine.

En poſant la ligne de foi de la regle mobile ſur l'âge de la lune entre les jours des mois lunaires marqués ſur le bord de la platine ſupérieure, on verra les jours des mois communs correſpondans, & à peu près les heures ſur le bord de la platine inférieure.

Il eſt à remarquer que les calculs de la table des époques ſont faits pour les tems moyens des nouvelles lunes, qui ſuppoſent les mouvemens du ſoleil & de la lune toujours égaux: c'eſt pourquoi il ſe trouve quelque différence d'avec les tems apparens des nouvelles & pleines lunes, & des éclipſes, telles que nous les voyons de la terre, comme elles ſont marquées dans les éphémérides.

Les mouvemens propres du ſoleil & de la lune, auſſi-bien que ceux des autres planetes, nous

paroiſſent tantôt plus vîtes, tantot plus lents. Cette inégalité apparente vient en partie de ce que leurs orbites ne ſont pas concentriques à la terre, & en partie de ce que les arcs égaux de l'écliptique, qui eſt oblique à l'équateur, ne paſſent pas toujours par le méridien avec des parties égales de l'équateur. Les aſtronomes, pour la facilité de leurs calculs, ont imaginé un mouvement qu'ils appellent moyen ou égal, ſuppoſant que les planetes décrivent en des tems égaux, des arcs égaux de leurs orbites. Le tems qu'ils appellent vrai ou apparent, eſt la meſure du mouvement vrai ou apparent, & le tems moyen eſt la meſure du moyen mouvement. Ils ont auſſi inventé des regles pour réduire les tems moyens en tems vrais ou apparens (ces deux mots ſignifiant en cette occaſion la même choſe) & au contraire pour réduire les tems vrais ou apparens en tems moyens.

Voyez la connoiſſance des tems.

Des Epactes.

Les jours des épactes, qui ſont marquées avant le mois de mars dans la platine ſupérieure, donnent les épactes de chaque année, qu'il faut compter du premier de mars en rétrogradant. Car après avoir fait rétrograder les deux platines ſupérieures depuis le dernier de février juſqu'au premier de mars, comme nous l'avons dit ci-deſſus, cherchez avec la regle mobile le jour des épactes, qui répond à la nouvelle lune qui précede immédiatement le premier de mars. De cette maniere vous trouverez qu'en l'année 1704, au commencement de mars, la nouvelle lune répond à 22 jours $\frac{1}{3}$ de l'épacte.

Conſultez les tables aſtronomiques de M. de la

Hire, & le traité de la conſtruction & des principaux uſages des inſtrumens de mathématique par le ſieur Bion.

PROBLEME XIX.

Trouver la lettre dominicale, & le cycle ſolaire d'une année propoſée.

ON appelle *cycle ſolaire* une révolution perpétuelle de 28 années. Pour bien entendre la nature & l'origine de ce cycle, il faut faire les remarques ſuivantes.

1. On a diſpoſé dans le calendrier les ſept premieres lettres de l'alphabet ABCDEFG, en ſorte que A réponde au premier janvier, B au 2, C au 3, D au 4, E au 5, F au 6, G au 7, A au 8, B au 9, & ainſi de ſuite par pluſieurs révolutions de ſept. Les ſept jours de la ſemaine, qu'on nomme auſſi féries, ſont repréſentés par ces ſept premieres lettres.

2. Parce que dans une année de 365 jours il y a 52 ſemaines & un jour, & que ce jour de reſte eſt le premier d'une 53e révolution, une année commune de 365 jours doit commencer & finir par un même jour de la ſemaine.

3. Dans cette diſpoſition, une même lettre de l'alphabet répond toujours à une même férie de la ſemaine pendant le cours d'une année commune de 365 jours.

4. Ces lettres ſervant toutes alternativement à marquer le dimanche dans une ſuite de pluſieurs années, ſont pour cela appellées *lettres dominicales*.

5. Il ſuit de-là que ſi une année commence par un dimanche, elle finira auſſi par un dimanche;

ainſi le premier Janvier de l'année ſuivante ſera un lundi, qui répondra à la lettre A, & le ſeptieme ſera un dimanche, qui répondra à la lettre G. Cette lettre G ſera la lettre dominicale de cette année-là. Par la même raiſon l'année d'après aura F pour lettre dominicale. Celle qui ſuivra aura E, & ainſi de ſuite, en circulant dans un ordre rétrograde de celui de l'alphabet. C'eſt de cette circulation des lettres qu'eſt venu le nom de *cycle ſolaire*, parce que le dimanche chez les payens étoit appellé *dies ſolis*, jour du ſoleil.

6. S'il n'y avoit point d'années biſſextiles à ajouter, tous les différens changemens de lettres dominicales ſe feroient dans l'eſpace de 7 ans. Mais cet ordre eſt interrompu par les années biſſextiles, dans leſquelles le 24 février répond à deux différentes féries de la ſemaine. Ainſi la lettre F, qui auroit marqué un ſamedi dans une année commune, marquera un ſamedi & un dimanche dans une année biſſextile: ou ſi elle eût marqué un dimanche dans une année commune, elle marqueroit un dimanche & un lundi dans une année biſſextile, &c. D'où il ſuit que la lettre dominicale change dans cette année, & que celle qui marquoit un dimanche dans le commencement de l'année, marquera un lundi après l'addition du biſſextile. On voit par-là la raiſon pour quoi on donne deux lettres dominicales à chaque année biſſextile, l'une qui ſert depuis le premier janvier juſqu'au 24 février, & l'autre depuis le 24 février juſqu'à la fin de l'année. De ſorte que la deuxieme lettre dominicale ſeroit naturellement celle de l'année ſuivante, ſi on n'y avoit point ajouté de biſſextile.

7. Enfin toutes les variétés poſſibles qui arri-

vent aux lettres dominicales, tant dans les années communes que dans les biſſextiles, ſe font dans l'eſpace de 4 fois 7, qui font 28 ans. Car après ſept biſſextes, le même ordre des lettres dominicales revient & circule comme auparavant. C'eſt cette révolution de 28 ans qu'on appelle *cycle ſolaire*, ou *cycle de la lettre dominicale*.

Ce cycle a été inventé pour connoître facilement les dimanches d'une année propoſée, en connoiſſant la lettre dominicale de cette année.

I.

Pour trouver la *lettre dominicale* d'une année propoſée depuis Jeſus-Chriſt, ſelon le calendrier nouveau, ajoutez au nombre de l'année propoſée ſa quatrieme partie, ou ſa plus prochainement moindre, ſi ce nombre ne ſe peut exactement diviſer par 4. Otez 5 de la ſomme pour le ſiecle 1600, 6 pour le ſiecle ſuivant 1700, 7 pour le ſiecle 1800, & 8 pour les ſiecles 1900, 2000, parce que les années 1700, 1800, 1900, ne ſeront point biſſextiles; 9 pour le ſiecle 2100, 10 pour le ſiecle 2200, & 11 pour les ſiecles 2300 & 2400, parce que les trois années 2100, 2200, 2300, ne ſeront point biſſextiles; & ainſi de ſuite. Diviſez le reſte par 7; & ſans avoir égard au quotient, le reſte de la diviſion vous fera connoître la lettre dominicale qu'on cherche, en la comptant depuis la derniere G vers la premiere A. De ſorte que s'il ne reſte rien, la lettre dominicale ſera A; s'il reſte 1, la lettre dominicale ſera G; s'il reſte 2, la lettre dominicale ſera F, & ainſi des autres.

Ainſi pour trouver la lettre dominicale de l'année 1693, ajoutez à ce nombre 1693 ſa quatrieme partie 423. Après avoir ôté 5 de la ſomme 2116,

diviſez le reſte 211 par 7. Puis ſans avoir égard au quotient 301, le reſte 4 fait connoître qu'en l'année 1693 on eut D pour lettre dominicale, puiſqu'elle eſt la quatrieme, en commençant à compter depuis la derniere lettre G, par un ordre rétrogade. Voyez la table qui eſt ſur la fin du problême XXII. Elle ſervira à trouver avec facilité la lettre dominicale pour quelque année que ce ſoit depuis Jeſus-Chriſt, ſans aucun calcul.

Obſervez que pour avoir ſûrement par cette pratique la lettre dominicale d'une année biſſextile, il faut d'abord trouver la lettre dominicale de l'année qui la précede, puis prendre la lettre précédente, qui ſervira juſqu'au 24 février de l'année biſſextile, enſuite la lettre qui précede, pour la faire ſervir le reſte de l'année.

Si je veux trouver la lettre dominicale de 1724, je cherche d'abord celle de 1723, en lui ajoutant ſa quatrieme partie prochainement moindre 430, ôtant 6 de leur ſomme 2153, & diviſant le reſte 2147 par 7. Sans avoir égard au quotient, le reſte 5 après la diviſion me fait voir que la lettre dominicale de cette année 1723 eſt C, qui eſt la cinquieme des 7 premieres lettres de l'alphabet, en les comptant par ordre rétrograde. Connoiſſant que C eſt la lettre dominicale de 1723, il ſera aiſé de connoître que B doit être la lettre dominicale de l'année ſuivante 1724. Mais comme 1724 eſt biſſextile, B ne ſervira que juſqu'au 24 février, & on prendra A qui précede B, pour le faire ſervir depuis le 24 février juſqu'à la fin de l'année. D'où l'on voit que B & A ſont les deux lettres dominicales de l'année biſſextile 1724.

II.

Pour trouver le *cycle ſolaire* d'une année propoſée, ajoutez 9 à l'année propoſée, & diviſez la ſomme par 28; s'il ne reſte rien, 28 eſt le nombre du cycle ſolaire; s'il reſte quelque choſe, ce reſte eſt le nombre qu'on cherche. Si on demande, par exemple, quel étoit le cycle ſolaire de 1693, ajoutez 9 à 1693. Diviſez la ſomme 1702 par 28; & ſans avoir égard au quotient 60, le reſte de la diviſion vous fera connoître que le cycle ſolaire pour cette année 1693 eſt 22.

REMARQUES.

I.

Il eſt évident que quand on a une fois connu le nombre du cycle ſolaire pour une année depuis Jeſus-Chriſt, on a, en ajoutant 1 à ce nombre, le cycle ſolaire de l'année ſuivante, & qu'en ôtant 1 du même nombre, on a le cycle ſolaire de l'année précédente. Ainſi ayant trouvé 22 pour le cycle ſolaire de l'année 1693, ajoutant 1 à 22, on a 23 pour le cycle ſolaire de l'année ſuivante 1694, & ôtant 1 du même nombre 22, on a 21 pour le cycle ſolaire de l'année précédente 1692.

II.

Il eſt évident auſſi que quand on a une fois la lettre dominicale d'une année depuis Jeſus-Chriſt, on a facilement la lettre dominicale pour l'année ſuivante, ou pour la précédente. On prendra pour cette lettre dominicale la lettre qui ſuit dans l'ordre de l'alphabet, pour l'année précédente; & réciproquement pour l'année ſuivante,

on prendra la lettre précédente qui ſervira pour toute l'année, ſi cette année n'eſt pas biſſextile; mais ſi elle eſt biſſextile, cette lettre ne ſervira que juſqu'au 24 de février; & la lettre qui précédera en l'ordre de l'alphabet, ſervira pour le reſte de l'année, parce que l'année biſſextile ayant un jour de plus que la commune, a deux lettres dominicales.

Ainſi ayant connu que la lettre dominicale de l'année 1693 eſt D, on connoîtra que la lettre dominicale de l'année ſuivante 1694 eſt C, & que l'année précédente 1692, qui étoit biſſextile, avoit ces deux lettres dominicales F, E, dont la premiere F ayant ſervi juſqu'au 24 de février, l'autre lettre E a ſervi le reſte de l'année.

III.

On peut ſans diviſion trouver immédiatement le cycle ſolaire d'une année propoſée depuis Jeſus-Chriſt, par le moyen de la table ſuivante, qui eſt compoſée de deux colonnes, dont celle qui eſt à gauche contient les années de Jeſus-Chriſt depuis 1 juſqu'à 10, & depuis 10 juſqu'à 100, de dixaine en dixaine; depuis 100 juſqu'à 1000, de centaine en centaine; depuis 1000 juſqu'à 9000, de mille en mille. Il eſt facile de la continuer à l'infini, ſi l'on ſçait la maniere de mettre dans la colonne qui eſt à droite, vis-à-vis de ces années, les nombres du cycle ſolaire; ce qui ſe fait ainſi.

Ayant mis vis-à-vis des dix premieres années, les mêmes nombres pour les cycles ſolaires de ces mêmes années, & auſſi 20 pour le cycle ſolaire de la 20e année, au lieu de mettre 30 pour le cycle ſolaire de la 30e année, mettez ſeulement 2, qui eſt l'excès de 30 ſur 28, ou ſur la période

du cyle ſolaire : pour la 40ᵉ année, qui eſt la ſomme des années 10 & 30, mettez la ſomme 12

1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	10
20	20
30	2
40	12
50	22
60	4
70	14
80	24
90	6

100	16
200	4
300	20
400	8
500	24
600	12
700	0
800	16
900	4
1000	20
2000	12
3000	4
4000	24
5000	16
6000	8
7000	0
8000	20
9000	12

des cycles ſolaires 10 & 2, qui conviennent à ces années, & ainſi des autres, en ôtant toujours 28 de la ſomme des cycles ſolaires, quand elle ſera plus grande. Voilà pour la conſtruction de la table ; venons maintenant à ſon uſage.

IV.

Premierement, ſi l'année propoſée, dont on cherche le cycle ſolaire, ſe trouve dans la table précédente, on aura ce cycle ſolaire, en ajoutant 9 au nombre qui lui répond dans la colonne qui eſt à

droite. Ainſi ajoutant 9 au nombre 12, qui répond à l'année 2000 dans la table précédente, on a 21 pour cycle ſolaire de l'année propoſée.

V.

Mais ſi l'année donnée ne ſe trouve pas exactement dans la table précédente, on la diviſera en pluſieurs années qui s'y puiſſent trouver. On ajoutera enſemble tous les nombres qui ſe trouveront dans la colonne à droite vis-à-vis de ces années qui ſont à gauche. La ſomme de tous ces nombres étant augmentée de 9 donnera le cycle ſolaire de l'année propoſée, pourvu qu'on ôte 28 de cette ſomme autant de fois qu'il ſera poſſible, quand elle ſera plus grande.

Comme pour trouver le cycle ſolaire de l'année 1693, on réduira ce nombre d'années 1693 en ces autres quatre 1000, 600, 90, 3, auſquels répondent dans la table précédente ces quatre nombres 20, 12, 6, 3, dont la ſomme 41 étant augmentée de 9, donne cette ſeconde ſomme 50; d'où ôtant 28, il reſtera 22 pour le nombre du cycle ſolaire de l'année 1693.

VI.

On ajoute 9 à la ſomme de tous ces nombres, parce que le cycle ſolaire avant la premiere année de Jeſus-Chriſt étoit 9. Par conſéquent ce cycle avoit commencé dix ans avant la naiſſance de Jeſus-Chriſt; ce qu'on peut connoître en cette ſorte.

Sçachant par tradition, ou autrement, le cycle ſolaire d'une année, par exemple, que 22 eſt le cycle ſolaire de l'année 1693, ôtez 22 de 1693. Diviſez le reſte 1671 par 28. Enfin ôtez de 28 le

reſte 19 de la diviſion. Le nombre reſtant 9 eſt le cycle ſolaire avant la premiere année de Jeſus-Chriſt.

VII.

On pourra de la même façon conſtruire une table propre pour connoître le nombre d'or d'une année propoſée, avec cette différence, qu'au lieu d'ôter 28, il faut ôter 19, parce que la période de ce cycle eſt 19; & qu'au lieu d'ajouter 9, il faut ajouter ſeulement 1, parce que le nombre d'or avant la premiere année de Jeſus-Chriſt étoit 1. Par conſéquent ce cycle avoit commencé deux ans avant la naiſſance de Jeſus-Chriſt, c'eſt-à-dire, que la premiere année de Jeſus-Chriſt avoit 2 de nombre d'or, &c.

VIII.

On peut encore trouver la lettre dominicale d'une année propoſée d'une autre maniere que celle que nous venons de donner. Cette lettre dominicale étant trouvée ſervira à faire connoître la lettre qui convient à chaque jour de la même année, comme vous allez voir.

Diviſez le nombre des jours qui ſe ſont écoulés incluſivement depuis le premier de janvier jusqu'au jour propoſé, qui doit être un dimanche, quand on veut trouver la lettre dominicale de l'année: autrement on trouvera ſeulement la lettre qui convient au jour propoſé. Diviſez, dis-je, ce nombre de jours par 7; s'il ne reſte rien de la diviſion, la lettre qu'on cherche ſera G; s'il reſte quelque choſe, ce nombre reſtant fera connoître le nombre de la lettre qu'on demande, en la comptant ſelon l'ordre de l'alphabet depuis la premiere lettre A.

Ainſi pour connoître la lettre qui convient au 26 d'avril de l'année 1693, en diviſant par 7 le nombre 116 des jours compris incluſivement entre le 1 de janvier & le 26 d'avril, le reſte de la diviſion eſt 4, qui fait connoître que la quatrieme lettre D convient au jour propoſé, lequel étant un dimanche, on conclut que la lettre dominicale de l'année 1693 eſt D.

PROBLEME XX.

Trouver à quel jour de la ſemaine tombe un jour donné d'une année propoſée.

NOus avons déja dit que les jours de la ſemaine ſont appellés *féries*, & nous dirons ici que la premier férie eſt le dimanche, que la ſeconde férie eſt le lundi, que la troiſieme eſt le mardi, & ainſi de ſuite juſqu'au ſamedi, qui eſt la ſeptieme férie, & qui a été appellé *ſamedi*, ou *jour du ſabat*, c'eſt à-dire, jour du repos, parce que c'eſt ce jour-là que Dieu ſe repoſa dans la création du monde.

Pour trouver en quelle férie tombe un jour propoſé de quelque année depuis Jeſus-Chriſt, ajoutez au nombre donné des années ſa quatrieme partie, ou ſa plus proche, qui ſoit moindre, quand il n'en a pas une juſte. Ajoutez encore à la ſomme le nombre des jours compris incluſivement entre le 1 de février & le jour propoſé. Vous aurez une ſeconde ſomme, de laquelle il faut ôter 12, & diviſer le reſte par 7. Le nombre qui reſtera après la diviſion, ſera le nombre de la férie qu'on cherche, ſçavoir, dimanche, s'il reſte 1; lundi, s'il reſte 2; mardi, s'il reſte 3,

& ainſi de ſuite; s'il ne reſte rien, le jour propoſé ſera un ſamedi.

Ainſi pour ſçavoir à quel jour de la ſemaine tomboit, par exemple, le 27 d'avril de l'année 1693, ajoutez à 1693 ſa quatrieme partie 423, & de plus 117, nombre des jours qui ſe ſont écoulés depuis le premier de janvier juſqu'au 27 d'avril incluſivement. Ayant ôté 12 de la ſomme 2233, diviſez le reſte 2221 par 7, & ſans avoir égard au quotient 317, le reſte 2 après la diviſion fait connoître que le 27 d'avril de l'année 1693 étoit la ſeconde férie, c'eſt-à-dire un lundi.

REMARQUES.

I.

Cette méthode ſuppoſe que l'on ſuit le calendrier nouveau; car en ſuivant le calendrier julien, au lieu d'ôter 12 de la ſomme, il ne faut ôter que 2, ſçavoir, 10 de moins, à cauſe des dix jours qui ont été retranchés en 1582. Ainſi avant cette année 1582, il ne faut ôter que 2 de la ſomme, & achever le reſte, comme il a été dit. Mais il faut ôter 13 de la même ſomme, à préſent que nous ſommes dans le dix-huitieme ſiecle, parce qu'en l'année 1700 on a omis un jour en ne la faiſant point biſſextile, comme elle auroit dû l'être ſelon le calendrier julien. Voyez le probl. XXII.

II.

Nous remarquerons que les noms des jours de la ſemaine viennent des idolâtres, qui ont marqué chaque jour de la ſemaine par le nom particulier d'une planete. Néanmoins au lieu de dire *jour du ſoleil*, nous diſons *dimanche*, mot qui

vient du latin *dies dominica*, c'eſt-à-dire, *jour du ſeigneur*, parce que Jeſus-Chriſt voulut reſſuſciter un tel jour ; & au lieu de dire *jour de Saturne*, nous diſons *ſamedi*, c'eſt-à-dire, *jour du ſabat*, ou *jour du repos*, parce que, comme nous avons déja dit auparavant, Dieu ſe repoſa le ſeptieme jour dans la création du monde.

PROBLEME XXI.

Trouver la fête de pâques, & les autres fêtes mobiles en une année propoſée.

I.

NOus avons remarqué au problême XIV que la pâque ſe peut célébrer depuis le 22 de mars, lorſque la lune étant nouvelle le 8 mars, ſon 14e jour tombe au 21 de mars, & que ce jour eſt un ſamedi, juſqu'au 25 d'avril incluſivement, lorſque la lune étant nouvelle le 5 d'avril, le 14e jour tombe au 18 de ce mois, & que ce jour eſt un dimanche. Car dans ce cas, on remet à célébrer la pâque au dimanche ſuivant, c'eſt-à-dire, ſept jours après, pour ne la pas célébrer avec les Juifs. Cela ayant été ainſi arrêté par les conciles, & ſur-tout par celui de Nicée, qui a été tenu au commencement du quatrieme ſiecle en la préſence du grand Conſtantin. Ainſi vous voyez que le commencement de la lune paſchale eſt entre le huitieme de mars & le cinquieme d'avril incluſivement.

II.

Nous avons dit auſſi au même probl. XIV, qu'on appelle *épactes* les 11 jours par leſquels l'année

ſolaire ſurpaſſe l'année lunaire. Ce qui a fait donner le même nom d'épactes à ces trente nombres qui ſont placés vis-à-vis des jours de chaque mois dans le calendrier nouveau, par un ordre rétrograde. Les épactes qui ſont depuis XIX juſqu'à XXIX incluſivement, ſont appellées *épactes emboliſmiques*, parce qu'en leur ajoutant XI, qui eſt la véritable épacte, la ſomme ſurpaſſe une lune complette, c'eſt-à-dire 30, & qu'ainſi il y a treize lunes pleines dans les années où ces épactes emboliſmiques ſervent d'épactes.

Ces trente épactes ainſi diſpoſées dans le calendrier gregorien, ſervent à faire connoître les jours auſquels la lune ſe trouve nouvelle dans toute une année. Ainſi l'épacte 23 de l'année 1693 répondant dans le calendrier gregorien au 8 de janvier, au 6 de février, au 8 de mars, au 6 d'avril, au 6 de mai, au 4 de juin, au 4 de juillet, au 2 d'août, au 1 & au 30 de ſeptembre, au 30 d'octobre, au 28 de novembre, & au 28 de décembre, fait connoître que les nouvelles lunes eccléſiaſtiques arrivent ces mêmes jours.

III.

Cela étant ſuppoſé, connoiſſant la lettre dominicale & l'épacte d'une année, on trouvera le jour de pâques de cette maniere. Cherchez dans un calendrier, par le moyen de l'épacte, le jour de la nouvelle lune paſchale. Comptez 14 jours incluſivement depuis cette nouvelle lune. La fête de pâques arrivera immédiatement le dimanche d'après le quatorzieme de la lune. Ce dimanche ſera facile à trouver par le moyen de la lettre dominicale.

Si vous voulez connoître par le calendrier nouveau le jour auquel on doit célébrer pâques en une année propoſée, par exemple, en l'année 1693, dont l'épacte eſt 23, cherchez cette épacte 23 dans le calendrier, entre le 8 de mars & le 5 avril incluſivement. Vous trouverez qu'elle répond au 8 de mars, qui fut par conſéquent le premier jour de la lune paſchale. Si vous comptez enſuite 14 jours, en commençant à compter 1 ſur 8, 2 ſur 9, & ainſi de ſuite, vous tomberez au 21 du même mois, qui ſera par conſéquent le jour de la pleine lune paſchale. Et comme ce jour étoit un ſamedi, le dimanche ſuivant, ſçavoir le 22 de mars, fut le jour de pâques en l'année 1693.

Pareillement pour connoître par le moyen du même calendrier le jour auquel on célébra la fête de pâques en l'année 1666, dont l'épacte eſt 24, cherchez cette épacte 24 dans le calendrier grégorien entre le 8 de mars & le 5 d'avril incluſivement. Ayant trouvé qu'elle répond au 5 d'avril, qui fut par conſéquent le premier jour de la lune paſchale, comptez 14 jours depuis ce 5, en commençant à compter 1 ſur 5, & vous arriverez au 18 d'avril, qui ſe rencontrant un dimanche, comme on le voit par le problême XX, le dimanche ſuivant, ſçavoir le 25 d'avril, fut le jour de pâques en l'année 1666. Ainſi des autres.

IV.

On peut prendre pour regle dans cette recherche ces deux vers latins.

Poſt martis nonas ubi ſit nova luna require:
Tertia lux domini proxima paſcha dabit.

On

Ou bien ces deux vers françois :

De mars après le 7 cherchez lune nouvelle,
Trois dimanches comptez, le 3 pâques s'appelle.

C'eſt-à dire, qu'il faut chercher dans le calendrier en quel jour tombe le premier jour de la nouvelle-lune d'après le 7 de mars, & compter depuis ce jour-là incluſivement trois dimanches, le troiſieme dimanche ſera le jour de pâques. Je dis incluſivement, parce que ſi cette nouvelle-lune tomboit en un jour de dimanche, la fête de pâques arriveroit le troiſieme dimanche incluſivement, c'eſt-à-dire, y compris celui où tomberoit la nouvelle-lune paſcale.

V.

Mais comme l'on n'a pas toujours un calendrier entre les mains, on pourra ſe ſervir de la table ſuivante, qui eſt compoſée de 9 colonnes de haut en bas. La premiere vers la gauche contient les ſept lettres dominicales ſuivant l'ordre de l'alphabet. La derniere à droite comprend les mois & les jours des mêmes mois, auſquels ſe doit célébrer la pâque aux années qui ont les mêmes lettres dominicales que l'on voit écrites dans la premiere colonne, & les mêmes épactes que l'on voit marquées par ordre dans les ſept autres colonnes d'entre-deux.

Ainſi vous voyez que pour connoître par le moyen de cette table le jour auquel on doit célébrer la fête de pâques en une année propoſée depuis Jeſus-Chriſt, on doit ſçavoir l'épacte de cette année par le problême XIV, & auſſi la lettre dominicale par le problême XIX. Car vis-à-vis de cette lettre dominicale, & de cette épacte,

Table pour trouver la Fête de Pâques.

	23	22	21	20	19			26 Mars.
	18	17	16	15	14	13	12	2 Avril.
A	11	10	9	8	7	6	5	9 Avril.
	4	3	2	1	*	29	8	16 Avril.
	27	26	25	24				23 Avril.
	23	22	21	20	19	18		27 Mars.
	17	16	15	14	13	12	11	3 Avril.
B	10	9	8	7	6	5	4	10 Avril.
	3	2	1	*	29	28	27	17 Avril.
	26	25	24					24 Avril.
	23	22	21	20	19	18	17	28 Mars.
	16	15	14	13	12	11	10	4 Avril.
C	9	8	7	6	5	4	3	11 Avril.
	2	1*	29	28	27	26	25	18 Avril.
	25	24						25 Avril.
	23							22 Mars.
	22	21	20	19	18	17	16	29 Mars.
D	15	14	13	12	11	10	9	5 Avril.
	8	7	6	5	4	3	2	12 Avril.
	1*	29	28	27	26	25	24	19 Avril.
	23	22						23 Mars.
	21	20	19	18	17	16	15	30 Mars.
E	14	13	12	11	10	9	8	6 Avril.
	7	6	5	4	3	2	1	13 Avril.
	*	29	28	27	26	25	24	20 Avril.
	23	22	21					24 Mars.
	20	19	18	17	16	15	14	31 Mars.
F	13	12	11	10	9	8	7	7 Avril.
	6	5	4	3	2	1	*	14 Avril.
	29	28	27	26	25	24		21 Avril.
	23	22	21	20				25 Mars.
	19	18	17	16	15	14	13	1 Avril.
G	12	11	10	9	8	7	6	8 Avril.
	5	4	3	2	1	*	9	15 Avril.
	28	27	26	25	24			22 Avril.

on trouvera dans la derniere colonne le jour de la fête de pâques, qui regle toutes les autres fêtes mobiles. Comme pour connoître le jour de pâques en l'année *1693*, dont la lettre dominicale étoit D, & l'épacte 23, on trouvera vis-à-vis de cette épacte 23, & de cette lettre dominicale D, que le jour de pâques fut le 22 mars. Pareillement pour connoître le jour de pâques en l'année *1666*, dont la lettre dominicale étoit C, & l'épacte 24, on trouvera vis-à-vis de l'épacte 24, & de la lettre dominicale C, le 25 d'avril pour le jour de pâques qu'on cherche.

VI.

Le jour de la pleine lune paſcale, qu'on nomme *terme de pâques*, étant connu, le jour de pâques eſt aiſé à connoître, comme vous avez vu. Mais on le peut trouver encore autrement ſans table & ſans calendrier, en cherchant le terme de pâques, en cette ſorte.

Si l'épacte nouvelle de l'année propoſée n'excede pas 23, ôtez-la de 44. Le reſte donnera le jour de mars pour le terme de pâques, ſi ce reſte ne ſurpaſſe pas 31; car s'il excede 31, le ſurplus donnera le jour d'avril pour le terme de pâques. Mais ſi l'épacte courante eſt plus grande que 23, ôtez-la de 43, ou ſeulement de 42 quand elle ſera 24 ou 25, le reſte donnera le jour d'avril pour le terme de pâques.

Ainſi pour avoir le terme de pâques en l'année 1693, dont l'épacte étoit 23, ôtez 23 de 44; le reſte donne le 21 de mars pour le terme de pâques. De même pour trouver le terme de pâques en l'année *1666*, dont l'épacte étoit 24, ôtant 24 de 24, on aura le 18 d'avril pour le terme de pâques. Ainſi des autres.

VII.

Puiſque la fête de pâques regle toutes les autres fêtes mobiles, il ſera facile de connoître les jours auſquels ces fêtes ſe doivent célébrer, ayant une fois connu le jour de pâques. Car le lundi après le cinquieme dimanche, c'eſt-à-dire, 35 jours après pâques, viennent les *rogations*, après leſquelles, ſçavoir, le jeudi ſuivant, ſuit immédiatement l'*aſcenſion* de notre Seigneur Jeſus-Chriſt, le 40e jour après pâques. Dix jours après, ou le 50e jour après pâques, on célebre la fête de la *pentecôte*. Le dimanche ſuivant, ſçavoir, 56 jours après pâques, on célebre la fête de la *ſainte-trinité*. Et le jeudi ſuivant, ou 11 jours après la pentecôte, c'eſt-à-dire, 60 jours après pâques, arrive la *fête-Dieu*.

Le neuvieme dimanche avant pâques eſt la *ſeptuageſime*, qui eſt éloignée de pâques de 63 jours. Le dimanche ſuivant, ou le huitieme dimanche avant pâques, eſt la *ſexageſime*, qui eſt éloignée de pâques de 56 jours. Le dimanche ſuivant, ou le ſeptieme dimanche avant pâques, eſt la *quinquageſime*, qui eſt éloignée de pâques de 49 jours. Enfin le mercredi ſuivant, qui eſt éloigné de pâques de 46 jours, eſt le *jour des cendres*.

Pour le dimanche de l'*avent*, qui ne dépend point de pâques, c'eſt celui qui arrive ou le 30 de novembre, fête de ſaint André, ou le dimanche qui eſt le plus proche de cette fête; ce qui eſt facile à connoître par la lettre dominicale.

L'égliſe appelle *quadrageſime* le premier dimanche du carême: *reminiſcere* le ſecond dimanche du carême: *oculi* le troiſieme dimanche du carême: *lœtare* le quatrieme dimanche du

carême: *judica* le dimanche de la paſſion, qui eſt le cinquieme dimanche du carême: & *hoſanna* le dimanche des rameaux, qui eſt le ſixieme dimanche de carême, ou le premier dimanche avant pâques.

Elle appelle *quaſimodo* le premier dimanche après pâques: *miſericordia* le ſecond dimanche après pâques: *jubilate* le troiſieme dimanche après pâques: *cantate* le quatrieme dimanche après pâques: & *vocem jucunditatis* le cinquieme dimanche après pâques, ou le dimanche avant les rogations.

VIII.

On pourra trouver le nombre des dimanches entre la pentecôte & le premier dimanche de l'avent par cette méthode. Comptez combien de fois la lettre dominicale ſe trouve entre les deux termes excluſivement. E, par exemple, qui ſera la lettre dominicale de l'année 1727, eſt contenu 27 fois entre le 11 mai, jour de la pentecôte, & le 30 novembre, jour du premier dimanche de l'avent. Ce qui montre qu'il y aura 27 dimanches entre la pentecôte & le premier dimanche de l'avent. Il ne peut y en avoir plus de 28, ni moins de 23. Il n'y a dans le breviaire des offices que pour 24 dimanches après la pentecôte.

IX.

On pourra auſſi trouver combien il y aura de dimanches entre l'épiphanie & la ſeptuageſime, en comptant combien de fois la lettre dominicale ſe trouve entre le 14 janvier, qui eſt l'octave de l'épiphanie, & la ſeptuageſime. Il ne peut y en avoir plus de ſix; mais il peut y en avoir moins.

Il y a des offices dans le breviaire pour ſix dimanches après l'épiphanie.

X.

Enfin les *quatre-tems* ſe trouvent par le moyen de ce petit vers :

Poſt Pent. Cru. Luc. Cin. ſunt tempora quatuor anni.

dont le ſens eſt tel. Les quatre-tems arrivent le mercredi d'après la pentecôte, le mercredi d'après l'exaltation de la ſainte croix en ſeptembre, le mercredi d'après la fête de ſainte Luce en décembre, & le mercredi d'après les cendres.

REMARQUES.

Nous avons dit que le breviaire ne contenoit des offices que pour 24 dimanches après la pentecôte, & cependant on a vu qu'il pouvoit y avoir 28 dimanches entre la pentecôte & l'avent. Il s'agit donc de trouver l'office qu'on doit faire dans les dimanches qui ſont au-deſſous ou au-deſſus des 24 après la pentecôte. C'eſt ce que nous allons enſeigner dans les remarques ſuivantes.

L'égliſe s'eſt fait une loi dans les rubriques de faire toujours tomber l'office du vingt-quatrieme dimanche ſur le dernier d'après la pentecôte, afin que l'année eccléſiaſtique commençât & finît par un même évangile. C'eſt pour cela que

1°. Si le dernier dimanche étoit le vingt-troiſieme après la pentecôte, il faudroit, pour ſatisfaire à la rubrique, anticiper l'office du vingt-troiſieme dimanche dès le ſamedi précédent, ou quelqu'autre jour qui ne ſeroit point empêché

dans la même ſemaine, ou du moins en faire mémoire, ſi tous les jours de la ſemaine étoient remplis de fêtes, afin que l'office du vingt-quatrieme dimanche tombât ſur le dernier d'après la pentecôte.

2°. S'il y avoit plus de 24 dimanches entre la pentecôte & le premier dimanche de l'avent, il faudroit encore tranſporter l'office du vingt-quatrieme au dernier dimanche. Pour ce qui eſt des autres dimanches qui ſont entre le 23 & le dernier, comme ils n'ont point d'office affecté dans le breviaire, la rubrique de l'égliſe demande qu'on faſſe alors l'office des dimanches qui ſont reſtés après l'épiphanie, c'eſt-à-dire, que lorſqu'il n'y a pas ſix dimanches entre l'octave des rois & la ſeptuageſime, ceux dont on n'a pas fait l'office entre les rois & la ſeptuageſime, ſont remis pour en faire l'office entre le 23 & le dernier dimanche après la pentecôte.

L'année 1727, par exemple, qui aura 27 dimanches après la pentecôte, n'en aura point entre l'octave des rois, qui eſt le 14 janvier, & la ſeptuageſime, qui arrive le 20 du même mois. Il y a donc 5 offices de dimanches, qu'on ne peut célébrer en leurs jours. Ainſi il faudroit les tranſporter entre le 23 & le dernier dimanche après la pentecôte, s'il y avoit place. Mais comme il n'y a que 3 dimanches entre le 23 & le 27 d'après la pentecôte, on n'y peut tranſporter que les 3 derniers dimanches d'après les rois. Les offices des deux autres dimanches ſe font l'un le ſamedi de devant l'octave des rois, l'autre dans la premiere férie d'après l'octave.

PROBLEME XXII.

Trouver par quel jour de la ſemaine commence chaque mois de l'année.

I.

CE problême ſe peut aiſément réſoudre par le moyen de la table ſuivante, en cherchant à la tête la lettre dominicale de l'année propoſée, par exemple D, pour l'année 1693. Car au-deſſous de cette lettre D, on trouve que janvier

Table pour trouver le commencement de

	A	B	C	D	E	E	G
Janvier	Dim.	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi
Février	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Samedi	Vendr.	Jeudi
Mars	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Samedi	Vendr.	Jeudi
Avril	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.
Mai	Lundi	Dim.	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi
Juin	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Samedi	Vendr.
Juillet	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.
Août	Mardi	Lundi	Dim.	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.
Septembre	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Samedi
Octobre	Dim.	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Luudi
Novembre	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Samedi	Vendr.	Jeudi
Décembre	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Samedi

commence par un jeudi, février par un dimanche, mars auſſi par un dimanche, avril par un mercredi, mai par un vendredi, juin par un lundi, juillet par un mercredi, août par un ſamedi, ſeptembre par un mardi, octobre par un

jeudi, novembre par un dimanche, & décembre par un mardi.

Lorſque l'année eſt biſſextile, on fait uſage de ſes deux lettres dominicales. On ſe ſert de la premiere pour les deux premiers mois, janvier, février ; & de la ſeconde pour les dix autres mois.

II.

Mais quand on connoît * la lettre dominicale d'une année propoſée, il eſt aiſé de trouver par quel jour de la ſemaine commence tel mois qu'on propoſera de cette année, ſans avoir la peine de recourir au calendrier ou à la table précédente. Ces deux vers françois ſerviront de regle :

*Probl. XIX.

1 2 3 4 5 6
Au Dieu De Gloire Bien Eſpere
7 8 9 10 11 12.
Grand Cœur, Faveur Aime De Faire.

Les ſix mots du premier vers répondent aux ſix premiers mois de l'année, ſçavoir janvier, février, mars, avril, mai, juin. Les ſix autres mois ; ſçavoir, juillet, août, ſeptembre, octobre, novembre, décembre, répondent aux ſix mots du ſecond vers. Chaque lettre capitale de ces 12 mots eſt celle du premier jour de chaque mois. Je veux dire que A capitale du premier mot, marque le premier jour de janvier ; D capitale du ſecond mot, marque le premier jour de février ; D capitale du troiſieme mot, marque le premier jour de mars, & ainſi des autres.

Si donc je ſçais qu'en une année propoſée, comme en 1723, la lettre dominicale eſt C, & que je veuille ſçavoir par quel jour de la ſemaine le mois

de mars commencera; je conſidere que le mois de mars eſt le troiſieme mois de l'année qui répond au mot *De*. D'où je conclus que le D, qui marque le premier de mars, étant la ſeconde lettre après C, ſuivant l'ordre de l'alphabet, le premier de mars de l'année 1723 ſera un lundi.

De même ſi dans la même année je veux ſçavoir par quel jour de la ſemaine commencera le mois de mai, je conſidere que mai étant le cinquieme mois, répond au mot *bien*, dont la premiere lettre B marque le premier jour de mai; & comme B précede la lettre C, dominicale de 1723, je dis que le mois de mai commencera par un ſamedi en l'année 1723.

Obſervez que la lettre du premier jour de chaque mois ſe trouve auſſi les 8, 15, 22 & 29 du même mois. Au lieu des vers françois on peut prendre pour regle les deux vers latins qui ſuivent:

Aſtra Dabit Dominus, Gratiſque Beabit Egenos,
Grata Criſticolæ Feret Aurea Dona Fideli.

PROPOSITION XXIII.

Trouver à quel jour du mois arrive un jour donné de la ſemaine en une année propoſée.

CE problême ſe peut auſſi aiſément réſoudre par le moyen de la table ſuivante, qui montre les jours du mois auſquels ſe rencontre chaque jour de la ſemaine, lorſque le commencement du mois arrive un certain jour de la ſemaine. Ce qu'on peut connoître par le problême précédent; après quoi on achevera le reſte en cette ſorte.

Table pour trouver à quel jour du mois arrive un jour propoſé d'une ſemaine.

DIMANCHE.					
Dimanc.	1	8	15	22	29
Lundi	2	9	16	23	30
Mardi	3	10	17	24	31
Mercredi	4	11	18	25	
Jeudi	5	12	19	26	
Vendredi	6	13	20	27	
Samedi	7	14	21	28	

MERCREDI.					
Mercredi	1	8	15	22	29
Jeudi	2	9	16	23	30
Vendredi	3	10	17	24	31
Samedi	4	11	18	25	
Dimanc.	5	12	19	26	
Lundi	6	13	20	27	
Mardi	7	14	21	28	

LUNDI.					
Lundi	1	8	15	22	29
Mardi	2	9	16	23	30
Mercredi	3	10	17	24	31
Jeudi	4	11	18	25	
Vendredi	5	12	19	26	
Samedi	6	13	20	27	
Dimanc.	7	14	21	28	

JEUDI.					
Jeudi	1	8	15	22	29
Vendredi	2	9	16	23	30
Samedi	3	10	17	24	31
Dimanc.	4	11	18	25	
Lundi	5	12	19	26	
Mardi	6	13	20	27	
Mercredi	7	14	21	28	

MARDI.					
Mardi	1	8	15	22	29
Mercredi	2	9	16	23	30
Jeudi	3	10	17	24	31
Vendredi	4	11	18	25	
Samedi	5	12	19	26	
Dimanc.	6	13	20	27	
Lundi	7	14	21	28	

VENDREDI.					
Vendredi	1	8	15	22	29
Samedi	2	9	16	23	30
Dimanc.	3	10	17	24	31
Lundi	4	11	18	25	
Mardi	5	12	19	26	
Mercredi	6	13	20	27	
Jeudi	7	14	21	28	

SAMEDI					
Samedi	1	8	15	22	29
Dim.	2	9	16	23	30
Lundi	3	10	17	24	31
Mardi	4	11	18	25	
Mercredi	5	12	19	26	
Jeudi	6	13	20	27	
Vendredi	7	14	21	28	

Pour ſçavoir, par exemple, quel quantieme du mois de mai de l'année 1693 arriva le lundi; ayant trouvé par le problême précédent, que le mois de mai commença en cette année 1693 par un vendredi, je cherche dans la table précédente le lundi à la colonne de la main gauche ſous le vendredi qui eſt écrit en lettres capitales. Je trouve vis-à-vis à la droite ces quatre nombres 4, 11, 18, 25, qui ſignifient que le lundi arriva en l'année 1693 le 4, 11, 18 & 25 jour du mois de mai. On connoîtra de la même façon que le dimanche arrive le 3, 10, 17, 24 & 31 jour du mois de mai de la même année 1693. Ainſi des autres.

Pareillement pour ſçavoir quels quantiemes du mois d'avril de l'année 1692 arriva le lundi, ſçachant par le problême précédent que le mois d'avril commença un mardi en l'année 1692, je cherche dans la table précédente ſous mardi, qui eſt écrit en lettres capitales, le lundi à la gauche. Je trouve vis-à-vis à la droite ces quatre nombres 7,

14, 21, 28, qui font connoître qu'en l'année 1692 le lundi arriva le 7, 14, 21 & 28 jour du mois d'avril. On connoîtra de la même façon, que le jeudi arriva le 3, 10, 17 & 24, en laiſſant 31, parce que le mois d'avril n'a que 30 jours.

REMARQUES.

I.

On peut auſſi, par le moyen de la table précédente, & du problême précédent, réſoudre le problême XX, c'eſt-à-dire, trouver à quelle férie, ou à quel jour de la ſemaine tombe un jour propoſé de quelque mois que ce ſoit, & pour quelque année que ce ſoit depuis Jeſus-Chriſt, comme vous allez voir.

Le château de Namur ſe rendit au roi le 30 juin 1692, & l'on veut ſçavoir à quel jour de la ſemaine cela arriva. Ayant connu par le problême précédent que le mois de juin commença par un dimanche, je cherche le nombre 30 dans la table précédente ſous dimanche en lettres capitales, & je trouve dans la premiere colonne vers la gauche, que le 30 de juin répond à un lundi, & qu'ainſi c'eſt un lundi que le château de Namur capitula.

II.

Puiſque nous avons donné une table pour trouver à quel jour du mois arrive un jour propoſé de la ſemaine, ou réciproquement à quel jour de la ſemaine tombe un jour propoſé du mois, & une autre table pour connoître à quel jour de la ſemaine commence chaque mois d'une année propo-

ſée depuis Jeſus-Chriſt, & que cela dépend de la lettre dominicale, dont nous avons enſeigné l'invention au problême XIX, nous donnerons auſſi une table pour trouver autrement & plus facilement la même lettre dominicale à perpétuité, ſelon le calendrier nouveau.

Cette table, que vous avez dans les deux pages ſuivantes, a été diviſée, pour une plus grande commodité, en deux parties. La premiere ſert à connoître la lettre dominicale, ſelon le calendrier grégorien, depuis la naiſſance de Notre-Seigneur juſqu'à la fin de ce ſiecle 1600. L'autre partie ſert à connoître la même lettre dominicale pour les ſiecles qui ſuivent, 1700, 1800, 1900, & ainſi de ſuite juſqu'au ſiecle qui ſuit 2700. Il eſt facile de continuer cette table à l'infini.

Cette ſéparation a été faite pour la diſtinction des dernieres années des ſiecles qui ne ſont pas biſſextiles ſelon le calendrier grégorien; ſçavoir, 1700, 1800, 1900, 2100, 2200, 2300, 2500, 2600, 2700, comme elles le devroient être, ſelon le calendrier julien. Ce qui fait qu'à ces années on n'a pas ajouté en deſſous une double lettre dominicale, comme nous avons fait aux années 1600, 2000, 2400, qui ſont biſſextiles; & pareillement aux années 1628, 1656, 1684; ſçavoir, les deux lettres BA, parce que ces années ſont auſſi biſſextiles, & pareillement les deux lettres FG aux années biſſextiles, 1732 1760, 1788, &c.

Table des lettres dominicales pour chaque année, depuis la naiſſance de Notre-Seigneur juſqu'à l'année 1700.

				0 700 1400	100 800 1500	200 900 1600	300 1000	400 1100	500 1200	600 1300
0	28	56	84	G F	A G	B A	C B	D C	E D	F E
1	29	57	85	E	F	G	A	B	C	D
2	30	58	86	D	E	F	G	A	B	C
3	31	59	87	C	D	E	F	G	A	B
4	32	60	88	B A	C B	D C	E D	F E	G F	A G
5	33	61	89	G	A	B	C	D	E	F
6	34	62	90	F	G	A	B	C	D	E
7	35	63	91	E	F	G	A	B	C	D
8	36	64	92	D C	E D	F E	G F	A G	B A	C B
9	37	65	93	B	C	D	E	F	G	A
10	38	66	94	A	B	C	D	E	F	G
11	39	67	95	G	A	B	C	D	E	F
12	40	68	96	F E	G F	A G	B A	C B	D C	E D
13	41	69	97	D	E	F	G	A	B	C
14	42	70	98	C	D	E	F	G	A	B
15	43	71	99	B	C	D	E	F	G	A
16	44	72		A G	B A	C B	D C	E D	F E	G F
17	45	73		F	G	A	B	C	D	E
18	46	74		E	F	G	A	B	C	D
19	47	75		D	E	F	G	A	B	C
20	48	76		C B	D C	E D	F E	G F	A G	B A
21	49	77		A	B	C	D	E	F	G
22	50	78		G	A	B	C	D	E	F
23	51	79		F	G	A	B	C	D	E
24	52	80		E D	F E	G F	A G	B A	C B	D C
25	53	81		G	D	E	F	G	A	B
26	54	82		B	C	D	E	F	G	A
27	55	83		A	B	C	D	E	F	G

Suite de la Table des lettres dominicales juſqu'à l'année 1800.

				1600 2000 2400	1700 2100 2500	1800 2200 2600	1900 2300 2700
0	28	56	84	B A	C	E	G
1	29	57	85	G	B	D	F
2	30	58	86	F	A	C	E
3	31	59	87	E	G	B	D
4	32	60	88	D C	F E	A G	C B
5	33	61	89	B	D	F	A
6	34	62	90	A	C	E	G
7	35	63	91	G	B	D	F
8	36	64	92	F E	A G	C B	E D
9	37	65	93	D	F	A	C
10	38	66	94	C	E	G	B
11	39	67	95	B	D	F	A
12	40	68	96	A G	C B	E D	G F
13	41	69	97	F	A	C	E
14	42	70	98	E	G	B	D
15	43	71	99	D	F	A	C
16	44	72		C B	E D	G F	B A
17	45	73		A	C	E	G
18	46	74		G	B	D	F
19	47	75		F	A	C	E
20	48	76		E D	G F	B A	D C
21	49	77		C	E	G	B
22	50	78		B	D	F	A
23	51	79		A	C	E	G
24	52	80		G F	B A	D C	F E
25	53	81		E	G	B	D
26	54	82		D	F	A	C
27	55	83		C	E	G	B

Pour

Pour connoître par le moyen de cette table la lettre dominicale d'une année propoſée depuis Jeſus-Chriſt, par exemple, de l'année 1693, cherchez dans la table l'année 1600, & à côté vers la gauche le reſte des années, 93 ; vis-à-vis des deux vous trouverez D pour la lettre dominicale de l'année 1693. Ainſi des autres.

PROBLEME XXIV.

Trouver le nombre de l'indiction romaine pour une année propoſée.

LEs Grecs comptoient autrefois leurs années par *olympiades*, qui eſt une révolution de quatre années, au bout de laquelle ils célébroient des jeux qu'ils appelloient *olympiques*, parce qu'ils furent autrefois inſtitués par Hercule proche la ville d'Olympe en Arcadie. Mais depuis que Rome eut ſoumis la Grece à ſa domination, on ne compta plus par olympiade, mais par *indiction*, qui contient trois luſtres, ou quinze années.

Ainſi l'indiction eſt un eſpace de quinze années, au bout duquel on commence de nouveau à compter, par une circulation continuelle. Cette période de quinze années a été appellée *indiction*, parce que, ſelon quelques auteurs, elle ſervoit aux Romains à indiquer l'année qu'il falloit payer la taille ou le tribut à la république ; ce qui lui fit donner le nom d'*indiction romaine*; on l'appelle auſſi *indiction pontificale*, pour les raiſons que nous allons dire.

La cour de Rome compte encore par indiction; elle s'en ſert dans ſes bulles & dans toutes ſes ex-

péditions. Cette période a une origine fort auguſte parmi les chrétiens, puiſqu'elle a pour époque la paix & le triomphe de l'égliſe. L'empereur Conſtantin s'étant rendu le protecteur de la religion chrétienne, fit publier un édit l'an 312 de l'ere commune, par lequel il permettoit aux chrétiens de faire profeſſion ouverte de leur foi; il fit même arborer la croix de Jeſus-Chriſt, comme la défenſe du peuple romain & de tout l'empire. Ce prince fit aſſembler à Nicée en Bitinie le premier concile général l'an 325, où l'héréſie d'Arius fut condamnée. Ce concile dura trois ans, & fut terminé en 328; de ſorte que vers la fin de l'année 312 de Jeſus-Chriſt, l'égliſe ſe vit à l'abri de la perſécution, & quinze ans après, ſçavoir au commencement de l'année 328, elle ſe vit victorieuſe de l'héréſie d'Arius, ennemie de la divinité de Jeſus-Chriſt.

Les chrétiens regarderent cette durée de 15 années comme un tems précieux, & conſacré en faveur de la religion. Pour conſerver à la poſtérité la mémoire de ce tems favorable où l'égliſe triompha de la perſécution & de l'héréſie, ils voulurent que dans la ſuite on meſurât le tems par des périodes de 15 années, que l'on a appellées cycles d'indiction. L'égliſe romaine a mis l'époque de la premiere année des cycles d'indiction au commencement du mois de janvier, la 313e année de l'ere commune, afin de commencer l'année d'indiction avec l'année ſolaire, quoique, ſelon l'inſtitution de Conſtantin, confirmée par ſes ſucceſſeurs, l'époque de ce cycle eût été fixée d'abord au mois de ſeptembre de l'année 312 de Jeſus-Chriſt.

Ce fut l'empereur Juſtinien qui rendit tout-à-

fait public cet uſage de compter par indiction, lorſqu'il ordonna par un édit qu'on inſéreroit les années d'indiction dans les actes publics.

L'indiction pontificale ayant été fixée en l'année 313, il ſuit que l'an 312 avoit 15 d'indiction, & diviſant 312 par 15, il reſte 12. Ce reſte fait connoître que la douzieme année de Jeſus-Chriſt avoit 15 d'indiction. Par conſéquent ce cycle commenceroit trois ans avant la naiſſance de Jeſus-Chriſt, ou avant l'ere commune.

C'eſt pourquoi pour trouver le nombre de l'indiction romaine, ou pontificale, qui répond à une année propoſée, ajoutez 3 à l'année propoſée. Diviſez la ſomme par 15; ce qui reſtera après la diviſion, ſans avoir égard au quotient, ſera le nombre de l'indiction cherchée.

Qu'il ſoit propoſé, par exemple, de trouver le nombre de l'indiction romaine qui répond à l'année 1693, ajoutez 3 à 1693, & diviſez la ſomme 1696 par 15; le reſte 1 eſt le nombre de l'indiction de l'année 1693. De même, pour trouver l'indiction de l'année 1700, on ajoutera 3 à 1700, on diviſera la ſomme 1703 par 15; le reſte de la diviſion donnera 8 pour le nombre de l'indiction que l'on cherche. Ainſi des autres.

PROBLEME XXV.

Trouver le nombre de la période julienne pour une année propoſée.

QUoique l'indiction romaine n'ait aucune connexion avec les mouvemens céleſtes, néammoins on ne laiſſe pas de comparer cette révolution de 17 années avec la période du cycle lunaire de 28 années, & la période du nombre d'or de 19 années; en multipliant enſemble ces

trois cycles 15, 28, 19, pour avoir en leur produit ſolide cette fameuſe période de 7980 ans, On l'appelle *période julienne*, parce que c'eſt *Jules Scaliger* qui en a parlé le premier. Les chronologiſtes modernes l'ont introduite, pour y rapporter toute la différence des tems qui ſont marqués par quelque événement dans les hiſtoires. Car ce mombre 7980 contient toutes les combinaiſons des trois cycles précédens; de ſorte que les mêmes nombres de chaque cycle, qui pris enſemblent ſe rencontrent dans une même année, ne peuvent plus ſe rencontrer enſemble dans une autre année pendant l'eſpace de 7980 ans. Je m'explique par un exemple tiré de l'année 1693, où l'on eut 1 d'indiction, 22 de cycle ſolaire, & 3 de cycle lunaire, & je dis que dans aucune autre année de la période julienne, l'on n'a point eu, & l'on n'aura pas 1 d'indiction, 22 de cycle ſolaire, & trois de cycle lunaire.

Il ſera facile de trouver le nombre de cette période de 7980 ans pour une année propoſée depuis Jeſus-Chriſt, ſi l'on ſçait une fois ſon commencement, c'eſt-à-dire, le tems qu'elle doit avoir commencé avant la premiere année de Jeſus-Chriſt, & même avant la création du monde; car, comme cette période eſt grande, ſa premiere année, ou le nombre de chacun des 3 cycles dont elle eſt compoſée, qui auroit été 1, devance de pluſieurs années, nonſeulement l'époque des chrétiens, mais encore le terme que l'écriture ſainte attribue à la création du monde. Voici donc la maniere de trouver le commencement de cette grande période.

Premiere Méthode.

1°. Parce qu'en la premiere année de Jeſus-Chriſt

on eut 4 d'indiction, 10 de cycle ſolaire, & 1 de cycle lunaire, ou de nombre d'or, multipliez

6916	4845	4200
Indiction 4.	*Cycle ſol.* 10.	*Cycle lun.* 2.
27664	48450	8400
		48450
4714		27664
1692		
6406		84514 (10
		7980
		4714

le nombre 4 de l'indiction par *6916*, le nombre 10 du cycle ſolaire par 4845, & le nombre 2 du cycle lunaire par 4200. Ajoutez enſemble les trois produits 27664, 48450, 8400. Diviſez leur ſomme 84514 par 7980, qui eſt la période julienne; & négligeant le quotient 10, le reſte 4714 de la diviſion, fait connoître que le commencement de la période julienne eſt de 4714 années avant la naiſſance de Jeſus-Chriſt.

Voyez la quatrieme remarque du prob. ſuivant.

2°. Sçachant donc que le commencement de la période julienne eſt de 4714 ans avant la naiſſance de notre Sauveur, ſi l'on veut ſçavoir le nombre de cette période pour une année propoſée depuis Jeſus-Chriſt, par exemple, pour l'année 1693, ajoutez au nombre 4714 des années du commencement de la période julienne le nombre 1692 des années qui ſe ſont écoulées depuis la naiſſance de Notre-Seigneur juſqu'à l'année 1693, & la ſomme

6406 ſera l'année julienne qu'on cherche.

Seconde Méthode.

Ou bien, vous ſervant de la méthode indiquée dans le premier article précédent, multipliez le nombre 1 de l'indiction pour l'année 1693 par 6916, le nombre 22 du cycle ſolaire par 4845, & le nombre 3 du cycle lunaire par 4200.

6916	4845	4200
Indiction 1.	*Cycle ſol.* 22.	*Cycle lun.* 3.
6916	9690	12600
	9690	106590
		6916
	106590	
		126106 (15
		7980
		46306
		9980
		6406

Ajoutez enſemble les 3 produits 6916, 106590, 12600 : diviſez leur ſomme 126106 par 7980, & ſans vous mettre en peine du quotient 15, le reſte de la diviſion donnera 6406, comme auparavant, pour l'année julienne qu'on cherche. Voyez le problême ſuivant.

D'où l'on voit que la regle générale eſt de multiplier le nombrede l'indiction de l'année propoſée par 6916, le nombre du cycle ſolaire par 4845, & le nombre du cycle lunaire par 2400; d'ajouter

enſemble les 3 produits, & de diviſer la ſomme par la période julienne. La diviſion faite, on néglige le quotient, & le reſte donne l'année qu'on cherche.

REMARQUES.

I.

Comme la période julienne n'a été inventée que pour arriver à l'origine des tems, & qu'elle n'a que deux cycles naturels & aſtronomiques; ſçavoir, le cycle ſolaire, & le cycle lunaire (le cycle de l'indiction étant arbitraire & politique), il ſemble qu'au lieu de ce troiſieme cycle on devroit plutôt prendre le nombre 30 du cycle naturel des épactes. La période qui ſe formeroit par la multiplication continuelle de ces trois cycles 28, 19, 30, ſçavoir, 15960, ſeroit plus propre pour la chronologie, non ſeulement parce qu'elle eſt compoſée de trois cycles naturels, qu'il eſt bon de ne point ſéparer, mais encore parce qu'elle eſt plus étendue que la période julienne, qui n'en eſt que la moitié.

Cette période de 15960 années a été appellée par ſon auteur Jean Louis d'Amiens Capucin, *période de Louis le Grand*, parce qu'il l'a imaginée ſous le regne de Louis le Grand. Nous ne parlerons pas davantage de cette période; car quoiqu'elle ſoit excellente, les chronologiſtes ont pourtant donné la préférence à la période julienne, parce qu'elle a paru la premiere.

II.

La ſeconde méthode ſuppoſant que l'on connoiſſe le cycle ſolaire, le cycle lunaire, & l'indiction de l'année propoſée, il ne ſera peut-être

pas inutile de rechercher quelle eſt l'année de la période julienne dont les cycles ſont connus; de *trouver*, par exemple, *l'année de la période julienne, dont le cycle ſolaire eſt* 12, *le cycle lunaire eſt* 3, *& l'indiction eſt* 1.

Cette queſtion étant aſſez difficile à réſoudre, on s'eſt déterminé à en donner la ſolution par algebre : ce n'eſt qu'une application de ce qui a été dit dans les problêmes d'arithmétique, tome 1, pag. 194 & ſuivantes. Cette queſtion dépouillée de ce qu'elle a de chronologique, ſe réduit à trouver un nombre tel qu'étant diviſé par 18, il reſte 22 : étant diviſé par 19, il reſte 3; & étant diviſé par 15, il reſte 1. On ſuivra la méthode de M. *de Lagny*, dans ſes nouveaux Elémens d'arithmétique & d'algebre, page 430. Conſultez encore ce qu'il en a inſéré dans les mémoires de l'académie royale des ſciences, de l'année 1720.

Soit nommée x l'année cherchée : x doit être un nombre tel qu'étant diviſé par 28, il reſte 22; étant diviſé par 19 il reſte 3; & étant diviſé par 15, il reſte 1. Voici les expreſſions où ſe réduiront ces trois rapports 1°. $\frac{x-22}{28}=p$. 2°. $\frac{x-3}{19}=m$. 3°. $\frac{x-1}{15}=n$ Des deux premieres égalités je tire cette quatriéme $x=28p+22=19m+3$. Donc $p=\frac{19m-19}{28}$ Cette équation trouvée, je fais ce raiſonnement, ſuivant M. *de Lagny* : puiſque $19m-19$ doit être exactement diviſible par 28, toutes les différences de $19m-19$ à 28 ou à $28m$, ſeront auſſi diviſibles par 28. J'ôte donc $19m-19$ de $28m$, autant de fois que je le puis, & j'ai pour premier reſte $9m+19$, qui doit être diviſible par 28. C'eſt pourquoi j'ôte $27m+57$ triple de ce premier

reſte, de $28m$, & il reſte m 57 diviſible par 28; mais en ſuivant toujours le même raiſonnement, il faut ôter 28 de 57, autant de fois qu'on le peut, & l'ayant fait il reſtera $\frac{m-1}{28}$, où m ſe trouve ſeul ſans coëfficient, & c'eſt à quoi on doit faire attention dans cette méthode.

Pour trouver la valeur de m je puis faire $\frac{m-1}{28} = 0 = 1 = 2 = 3$, &c. & eſſayer laquelle de toutes ces valeurs conviendra dans la troiſieme expreſſion $\frac{x-1}{15} = n$. Mais pour abréger, je fais $\frac{m-1}{28} = f$; ce qui me donne $m = 28f + 1$. Je ſubſtitue cette valeur d'm dans la quatrieme égalité $x = 19m = 3$, & j'ai une cinquieme expreſſion $x = 532f + 21$. Je ſubſtitue cette derniere valeur d'x dans la troiſieme expreſſion $\frac{x-1}{15} = n$, & l'on a $\frac{531f \quad 21}{15} = n$; le numérateur $532f + 21$ doit être exactement diviſible par 15, pour avoir un nombre entier n. Ainſi en ſuivant toujours le même raiſonnement, il faut ôter 15 de $532f + 21$ autant de fois que l'on pourra. Le premier reſte ſera $7f + 6$, diviſible par 15. J'ôte donc encore $14f + 12$ de $15f$, & j'ai pour ſecond reſte $f - 12$ diviſible par 15; f étant ici ſeule, je fais d'abord $\frac{f-12}{15} = 0$, d'où il vient $f = 12$. Je ſubſtitue cette valeur d'f dans la cinquieme expreſſion $x = 532f + 21$, & l'on a 6406, qui eſt l'année de la période julienne cherchée.

III.

Si au lieu de faire $\frac{f\ 12}{15} = 0$, on avoit fait $\frac{f\ 12}{15} = 1$, on auroit eu $f + 27$, qui auroit encore ſatisfait à la queſtion. Mais alors le nombre trouvé ſeroit dans une autre période julienne. Il en ſereit

de même de toutes les valeurs qu'on peut trouver d'f, en ſuppoſant $\frac{f-12}{15}=0=1=2=3=4$, &c.

IV.

Lorſque l'année propoſée eſt une des 28 premieres de la période julienne, il ne ſera pas beſoin de ſe jetter dans aucun calcul. Voici quelques remarques qui la feront reconnoître. 1°. Si le nombre donné des trois cycles eſt le même pour chacun, l'année demandée eſt dans les 15 premieres années. 2°. Si le nombre du cycle ſolaire eſt le même que celui du cycle lunaire, celui de l'indiction étant différent, l'année demandée ſe trouve entre la quinzieme & la vingtieme. 3°. Si le cycle lunaire & l'indiction ſont différens, & que le cycle ſolaire ſoit entre 19 & 29, l'année demandée eſt au-deſſus de la dix-neuvieme, & au-deſſous de la vingt-neuvieme. Dans ces trois cas, on prendra toujours le nombre donné du cycle ſolaire pour l'année cherchée.

V.

L'année 6406 de la période julienne ayant été trouvée, ſi on en ôte 4713, qui ſont les années de la période julienne avant l'ere commune, on aura 1693 pour l'année de l'ere commune qu'on cherchoit.

PROBLEME XXVI.

Trouver le nombre de la période dioniſienne pour une année propoſée.

SI l'on multiplie ſeulement la période 28 du cycle ſolaire par la période 19 du cycle lunaire, il ſe formera une période de 532 ans, qu'on appelle *période dioniſienne*, du nom de ſon inventeur. Elle ſert à connoître toutes les différences & tous les changemens qui ſe peuvent rencontrer entre les nouvelles lunes & les lettres dominicales dans le cours de 532 ans, après leſquelles les combinaiſons des uns & des autres retournent dans le même ordre, & continuent dans la même ſuite.

Pour trouver le nombre de cette période de 532 ans, pour une année propoſée depuis Jeſus-Chriſt, par exemple, pour l'année 1693, qui eut 22 de

Cycle ſol 22.	*Cycle lun.* 3.	2682.
57	476	532 (5
154	1428	22
110	1254	
1254	2682	

cycle ſolaire & 3 de cycle lunaire, multipliez le nombre 22 du cycle ſolaire par 57, & le nombre 3 du cycle lunaire par 476. Ajoutez enſemble les deux produits 1254, 1428. Diviſez leur ſomme 2682 par 532, c'eſt à-dire, par la période dioniſienne, & ſans vous mettre en peine du quo-

tient 5, arrêtez-vous au reſte de la diviſion, qui donnera 22 pour le nombre de la période dioniſienne en l'année 1693.

REMARQUES.

I.

Le nombre 57, par lequel on a multiplié le nombre 22 du cycle ſolaire, eſt tel qu'étant diviſé par la période 28 du cycle ſolaire, il reſte 1, & qu'étant diviſé par la période 19 du cycle lunaire, il ne reſte rien. Réciproquement le nombre 476, par lequel on a multiplié le nombre 3 du cycle lunaite, eſt tel qu'étant diviſé par la période 19 du cycle lunaire, il reſte 1, & qu'étant diviſé par la période 28 du cycle ſolaire, il ne reſte rien. Ainſi le premier nombre 57 fait connoître l'année dioniſienne à laquelle on a 0, ou 19 de nombre d'or, & 1 de cycle ſolaire : & le ſecond nombre 476 fait connoître l'année dioniſienne à laquelle on a 0 ou 28 de cycle ſolaire, & 1 de nombre d'or.

II.

Pour trouver le premier nombre 57, qui doit être multiple de 19, afin qu'étant diviſé par 19, il ne reſte rien, ſi l'on met, par exemple, le double de 19, ſçavoir 38 pour le nombre qu'on cherche, ce nombre 38 étant diviſé par 28, il reſte 10, au lieu de reſter 1, comme porte la queſtion. Et comme ce reſte 10 eſt moindre que le diviſeur 28 de 18, il eſt évident que ſi l'on ajoute 18 à 38, on aura 56, qui étant diviſé par 28, ne laiſſera aucun reſte. C'eſt pourquoi, ſi au lieu d'ajouter 18 à 38, on ajoute 19, on aura 57, qui ſera le

nombre qu'on cherche, parce qu'il ſe rencontre multiple de 19, ſçavoir, le triple.

Si de la période dioniſienne 632 on ôte ce premier nombre trouvé 57, & qu'au reſte 475 on ajoute 1, on aura le ſecond nombre 476, que l'on peut auſſi trouver immédiatement par un raiſonnement ſemblable au précédent, excepté qu'il y a plus de tentative à faire, comme vous allez voir.

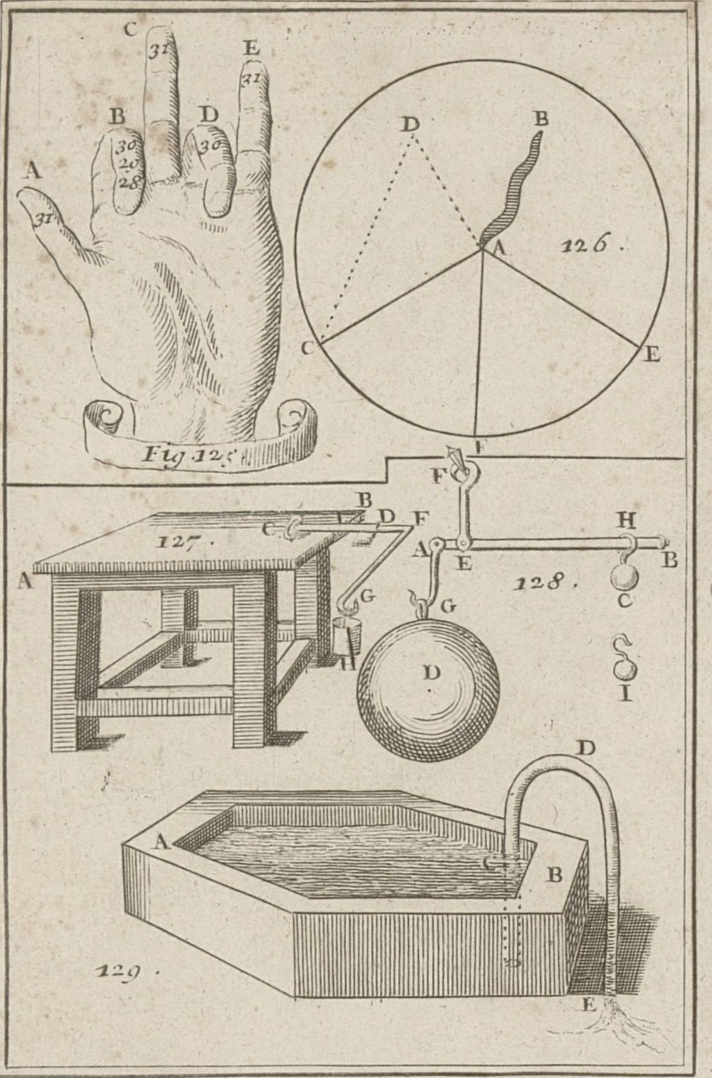
III.

Pour trouver le ſecond nombre 476, qui doit être multiple de 28, afin qu'étant diviſé par 28, il ne reſte rien; ſi l'on met, par exemple, le double de 28, ſçavoir 56: étant diviſé par 19, il reſte 18, au lieu qu'il devroit reſter 1, comme porte la queſtion. Et comme ce reſte 18 eſt moindre que le diviſeur 19 de 1, il eſt évident que ſi l'on ajoute 1 à 56, on aura 57, qui étant diviſé par 19, ne laiſſera aucun reſte. C'eſt pourquoi, ſi au lieu d'ajouter 1 à 56, ou ajoute 2, on aura 58, lequel étant diviſé par 19, il reſtera 1. Mais comme ce nombre 58 ne ſe rencontre pas multiple de 28, il n'eſt pas le nombre qu'on cherche. Ainſi l'on en cherchera un autre de la même façon, en multipliant 28 par 3, par 4, par 5, & ainſi de ſuite juſqu'à ce qu'on rencontre un multiple de 28 qui étant diviſé par 19, donne pour reſte 1. Ce qui arrivera ici en multipliant 28 par 17. Le produit 476 ſera le nombre qu'on cherche. Ce nombre étant ôté de la période dioniſienne 532, & le reſte 56 étant augmenté de l'unité, on aura 57 pour le premier nombre.

IV.

Pareillement le nombre 6916, par lequel on a multiplié dans le problême précédent le nombre de l'indiction, eſt tel qu'étant diviſé par la période 15 de l'indiction, il reſte 1, & qu'étant diviſé par la période 28 du cycle ſolaire, & par la période 19 du cycle lunaire, ou ce qui eſt la même choſe, par le produit 532 de ces deux périodes, il ne reſte rien. Le nombre 4845, par lequel on a multiplié dans le problême précédent le nombre du cycle ſolaire, eſt tel qu'étant diviſé par la période 28 du cycle ſolaire, il reſte 1, & qu'étant diviſé par la période 19 du cycle lunaire, & par la période 15 de l'indiction, ou ce qui eſt la même choſe, par le produit 285 de ces deux périodes, il ne reſte rien. Enfin le nombre 4200, par lequel on a multiplié dans le problême précédent le nombre du cycle lunaire, eſt tel qu'étant diviſé par la période 19 du cycle lunaire, il reſte 1, & qu'étant diviſé par la période 15 de l'indiction, & par la période 28 du cycle ſolaire, ou ce qui eſt la même choſe, par 420, produit de ces deux périodes, il ne reſte rien.

Le premier nombre 6916 fait connoître l'année julienne qui a 1 d'indiction & o de nombre d'or & de cycle ſolaire, ou o de période dioniſienne. Le ſecond nombre 4845 fait connoître l'année julienne qui a 1 de cycle ſolaire, & o de nombre d'or & d'indiction. Le troiſieme nombre 4200 fait connoître l'année julienne qui a 1 de nombre d'or, & o de cycle ſolaire, & d'indiction. Ces trois nombres ont été trouvés comme les deux précédens.



Berey fecit To. II. Pl. 35

N°.

PROBLEME XXVII.

Connoître les mois de l'année qui ont 31 jours, & ceux qui n'en ont que 30.

ELevez le pouce A, le doigt du milieu C, & l'auriculaire E, ou petit doigt de la main gauche. Abaiſſez les deux autres, ſçavoir l'index B, qui ſuit le pouce, & l'annulaire D, qui eſt entre le doigt du milieu & l'auriculaire. Après cela commencez à compter mars ſur le pouce A, avril ſur l'index B, mai ſur le doigt du milieu C, juin ſur l'annulaire D, juillet ſur l'auriculaire E. Continuez à compter août ſur le pouce, ſeptembre ſur l'index, octobre ſur le doigt du milieu, novembre ſur l'annulaire, décembre ſur l'auriculaire. Enfin en recommençant continuez à compter janvier ſur le pouce, & Février ſur l'index. Alors tous les mois qui tomberont ſur les doigts elevés A, C, E, auront 31 jours, & ceux qui tomberont ſur les doigts abaiſſés B, D, n'en auront que 30, excepté le mois de février, qui a 28 jours dans les années communes, & 29 dans les biſſextiles. Planc. 35. fig. 125.

PROBLEME XXVIII.

Trouver le jour de chaque mois, auquel le ſoleil entre dans un zodiaque.

LE ſoleil entre dans chaque ſigne du zodiaque vers le 20 de chaque mois de l'année; ſçavoir, au premier degré de ♈ vers le 20 mars, au premier degré de ♉ vers le 20 avril, & ainſi de

ſuite. Pour ſçavoir ce jour un peu plus exactement, ſervez vous de ces deux vers artificiels,

Inclita Laus Juſtis Impenditur, Hæreſis Horret,
Grandia Geſta Gerens Felici Gaudet Honore.

dont voici l'uſage.

Diſtribuez les douze mots de ces deux vers aux douze mois de l'année, en commençant par mars, que vous attribuerez à *Inclita*; & en finiſſant par février, qui répondra à *Honore*. Conſidérez quel eſt le nombre de la premiere lettre de chaque mot dans l'alphabet, car ſi de 30 vous ôtez ce nombre, le reſte donnera le jour du mois qu'on cherche.

Par exemple, *Inclita* répond au mois de mars, & au ſigne du bélier : ſa premiere lettre I eſt la 9e lettre de l'alphabet; ſi l'on ôte 9 de 30, le reſte 21 fait connoître que le 21 de mars le ſoleil entre dans aries. Pareillement *Gaudet* répond au mois de janvier & au ſigne du verſeau : ſa premiere lettre G eſt la 7e dans l'ordre alphabétique; en ôtant 7 de 30, le reſte 23 fait connoître que le 23 janvier le ſoleil entre au verſeau. Il en eſt ainſi des autres.

PROBLEME XXIX.

Trouver le degré du ſigne où le ſoleil ſe rencontre en un jour propoſé de l'année.

I.

POur ſçavoir le lieu du ſoleil dans le zodiaque, c'eſt-à-dire, en quel degré d'un ſigne le ſoleil eſt à chaque jour de quelque mois que ce ſoit

ſoit, par exemple, aujourd'hui 18 mai, auquel répond dans les deux vers du problême précédent ce mot *juſtis*, dont la premiere lettre I eſt la 9e de l'alphabet, ajoutez ce nombre 9 au nombre 18 du jour propoſé. La ſomme 27 fera connoître que le 18 de mai eſt dans le 27e degré du taureau, qui répond au mot précédent *laus*, le premier *inclita* répondant au bélier, comme nous avons dit au problême précédent.

I I.

Cela ſe pratique ainſi lorſque la ſomme eſt moindre que 30, comme ici: car quand elle ſera plus grande que 30, on prend le ſigne qui répond au mot latin du mois propoſé, & l'on ôtera 30 de cette ſomme pour avoir au reſte le degré de ce ſigne.

Comme pour ſçavoir le degré du ſigne courant du ſoleil, le 25 du mois d'août, auquel répond dans le premier des deux vers précédens, le mot latin *horret*, qui appartient au ſigne de la vierge, & dont la premiere lettre H eſt la 8e de l'alphabet; ajoutez 8 à 25, & ôtez 30 de la ſomme 33. Le reſte fait connoître que le ſoleil eſt au 3e degré de la vierge le 25 du mois d'août.

REMARQUES.

Dans ce problême, & dans le précédent, nous avons ſuppoſé que l'on ſçait l'ordre des douze ſignes du zodiaque, & les mois qui leur répondent; ce que peu de perſonnes ignorent: néanmoins nous avons ici ajouté ces deux vers latins en faveur de ceux qui ne le ſçavent pas.

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Piſces.

Le premier ſigne *aries* répond au mois de mars; le ſecond *taurus*, au mois d'avril, & ainſi de ſuite juſqu'au dernier *piſces*, qui répond au mois de février.

Voici les caracteres ou figures dont les aſtronomes & les aſtrologues ſe ſervent pour exprimer les douze ſignes.

♈ marque le bélier.
♉ marque le taureau.
♊ marque les gémeaux.
♋ marque l'écreviſſe, ou le cancer.
♌ marque le lion.
♍ marque la vierge.
♎ marque la balance.
♏ marque le ſcorpion.
♐ marque le ſagittaire.
♑ marque le capricorne.
♒ marque le verſeur d'eau.
♓ marque les poiſſons.

PROBLEME XXX.

Trouver le lieu de la lune dans le zodiaque en un jour propoſé de l'année.

On trouvera premierement le lieu du ſoleil dans le zodiaque, comme il a été enſeigné au problême précédent, & enſuite la diſtance de la lune au ſoleil, ou l'arc de l'écliptique com-

pris entre le ſoleil & la lune, comme nous allons enſeigner.

Ayant trouvé par le problême XV l'âge de la lune, & l'ayant multiplié par 12, diviſez le produit par 30. Le quotient donnera le nombre des ſignes, & le reſte de la diviſion donnera le nombre des degrés de la diſtance de la lune au ſoleil. C'eſt pourquoi ſi, ſelon l'ordre des ſignes, on compte cette diſtance, dans le zodiaque, en commençant depuis le lieu du ſoleil, on aura le lieu de la lune qu'on cherche.

Comme ſi l'on veut ſçavoir le lieu où étoit la lune le 8 mai 1693, le ſoleil étant au 27e degré du taureau, & l'âge de la lune étant 14, multipliez 14 par 12, & diviſez le produit 168 par 30. Le quotient 5, & le reſte 18 de la diviſion, font connoître que la lune eſt éloignée du ſoleil de 5 ſignes & de 18 degrés Si donc on compte 5 ſignes & 18 degrés dans le zodiaque depuis le 27e degré du taureau, qui eſt le lieu du ſoleil, on tombera ſur le 15e degré du ſcorpion, qui eſt le lieu de la lune.

PROBLEME XXXI.

Trouver à quel mois de l'année appartient une lunaiſon.

DAns l'uſage du calendrier romain, chaque lunaiſon eſt eſtimée appartenir au mois où elle ſe termine, ſuivant cette ancienne maxime des computiſtes:

In quo completur, menſi lunatio detur.

C'eſt pourquoi, pour ſçavoir ſi une lunaiſon ap-

partient à un mois propoſé de quelque année que ce ſoit, par exemple au mois de mai 1693, ayant trouvé par le problême XV que l'âge de la lune au dernier jour de mai eſt 27. Cet âge 27 fait connoître que la lune finit au mois ſuivant, c'eſt-à-dire, au mois de juin, & que par conſéquent elle appartient à ce mois. Il fait auſſi connoître que la lunaiſon précédente a fini au mois de mai, & que par conſéquent elle appartient à ce mois. Il en eſt ainſi des autres.

PROBLEME XXXII.

Connoître les années lunaires qui ſont communes, & celles qui ſont emboliſmiques.

CE problême eſt aiſé à réſoudre par le moyen du précédent, par lequel on connoît facilement qu'un même mois ſolaire peut avoir deux lunaiſons. Car il ſe peut faire que deux lunes finiſſent en un même mois, qui aura 30 ou 31 jours, comme novembre, qui a 30 jours, où une lune peut finir le premier de ce mois, & la ſuivante le dernier ou le 30 du même mois. Alors cette année aura treize lunes, & ſera par conſéquent emboliſmique. En voici un exemple.

En l'année 1712 la premiere lune de janvier étant finie au huitieme de ce mois, la deuxieme de février au ſixieme, la troiſieme de mars au huitieme, la quatrieme d'avril au ſixieme, la cinquieme de mai auſſi au ſixieme, la ſixieme de juin au quatrieme, la ſeptieme de juillet auſſi au quatrieme. la huitieme d'août au deuxieme, la neuvieme de ſeptembre au premier, la dixieme d'octobre auſſi au premier, l'onzieme auſſi d'octobre

au trentieme du même mois, la douzieme de novembre au vingt-neuvieme, & la treizieme de décembre au vingt-huitieme ; on connoît que cette année ayant treize lunes, fut emboliſmique.

On connoît que toutes les années civiles lunaires du calendrier nouveau, qui ont leur commencement au premier de janvier ſont emboliſmiques, quand elles ont pour épacte * 29, 28, 27, 26, 25, 24, 23, 22, 21, 19, & auſſi 18, quand le nombre d'or eſt 19.

Ainſi l'on connoît qu'en l'année 1693, dont l'épacte étoit 3, l'année lunaire civile fut emboliſmique, c'eſt-à-dire, qu'elle eut treize lunes : ce qui arriva à cauſe que le mois d'août eut deux lunaiſons, une lunaiſon étant finie le premier de ce mois, & la ſuivante étant finie le trentieme du même mois.

PROBLEME XXXIII.

Trouver combien de tems la lune doit éclairer pendant une nuit propoſée.

AYant trouvé par le problême XV l'age de la lune, & l'ayant augmenté d'une unité, multipliez la ſomme par 4, ſi cette ſomme ne paſſe pas 15 ; car ſi elle paſſe 15, il la faut ôter de 30 & multiplier le reſte par 4. Après quoi diviſez le produit par 5. Le quotient donnera autant de douziemes parties de la nuit, pendant leſquelles la lune luit. Ces douziemes parties ſont appellées *heures inégales.* Il faut les compter après le coucher du ſoleil lorſque la lune croît, & avant le lever du ſoleil lorſque la lune décroît.

Si l'on veut ſçavoir le tems que la lune éclaire

pendant la nuit du 21 mai 1693, où l'âge de la lune étoit 17; ajoutez 1 à 17, & ôtez la ſomme 18 de 30: il reſtera 12, lequel étant multiplié par 4, & le produit 48 étant diviſé par 5, le quotient donnera 9 heures inégales, & $\frac{3}{5}$, pour le tems pendant lequel la lune éclaira la nuit avant le lever du ſoleil.

Si je veux ſçavoir combien de tems la lune éclaira pendant la nuit du 14 au 15 de février de l'année 1730, je trouve d'abord que l'âge de la lune du 14 février eſt 26, auquel ayant ajouté 1, la ſomme ſera 27. Je retranche cette ſomme 27 de 30, il reſte 3, que je multiplie par 4. Je diviſe le produit 12 par 5, le quotient eſt $2\frac{2}{5}$, qui font des heures inégales, c'eſt-à-dire, huit douziemes parties de l'arc nocturne, qu'on réduira en heures égales & aſtronomiques par la remarque ſuivante.

REMARQUE.

Il eſt aiſé de réduire les heures inégales en heures égales ou aſtronomiques, qui ſont la 24e partie d'un jour naturel, comprenant le jour & la nuit, lorſque l'on ſçait la longueur de la nuit au jour propoſé. Comme dans ce premier exemple, ſçachant qu'à Paris la nuit du 21 mai eſt de 8 heures 34 minutes, en diviſant ces 8 heures & 34 minutes par 12, on aura 42 minutes & 50 ſecondes pour la valeur d'une heure inégale, laquelle étant multipliée par $9\frac{3}{5}$, qui eſt le nombre des heures inégales, pendant leſquelles la lune éclaire depuis ſon lever juſqu'au lever du ſoleil, on aura 6 heures égales, & environ 51 minutes

pour le tems compris entre le lever de la lune & le lever du ſoleil.

COROLLAIRE.

Par-là on peut *trouver l'heure du lever de la lune*, lorſqu'on ſçait l'heure du lever du ſoleil; car ſi à l'heure du lever du ſoleil, qui eſt 4 heures & 27 minutes, on ajoute 12 heures; & que de la ſomme 16 heures & 17 minutes, on ôte 6 heures & 51 minutes, qui eſt le tems compris entre le lever de la lune & le lever du ſoleil: on aura au reſte 9 heures & 26 minutes pour l'heure du lever de la lune.

PROBLEME XXXIV.

Trouver la hauteur du ſoleil, & tracer la ligne méridienne.

LOrſque dans le problême III nous avons enſeigné la maniere de trouver la latitude d'un lieu propoſé de la terre, nous avons ſuppoſé que l'on ſçavoit connoître la hauteur du ſoleil, & la ligne méridienne, puiſque nous nous ſommes ſervis de la hauteur méridienne. Ainſi on trouvera bon que nous ajoutions ici en peu de mots le moyen de connoître la hauteur du ſoleil en tout tems, & la maniere de tracer la ligne méridienne.

I.

Premierement, pour trouver la hauteur du ſoleil à quelque heure du jour, élevez à angles droits ſur un plan horiſontal le ſtile AB d'une longueur priſe à volonté. Marquez un point, comme C, à l'extrêmité de l'ombre du ſtile AB, dans le tems Pl. 55. fig. 126.

Pl. 35, fig. 126. que vous voudrez connoître l'élevation du ſoleil ſur l'horiſon. Après cela tirez par le pied du ſtile A, & par le point d'ombre C, la ligne AC, qui repréſentera le vertical du ſoleil. Tirez à AC par le même pied du ſtile A, la perpendiculaire AD égale au ſtile AB. Enfin menez par le point D, & par le point d'ombre C, la droite CD, qui repréſentera le rayon du ſoleil, tiré de ſon centre par l'extrêmité B du ſtile AB, & qui fera au point C, avec le vertical du ſoleil AC, l'angle ACD. Cet angle ACD étant meſuré avec un rapporteur, ou autrement, donnera les degrés de la hauteur du ſoleil qu'on cherche.

II.

Secondement, pour trouver la ligne méridienne, marquez ſur quelque plan horiſontal, environ deux ou trois heures avant midi, le point d'ombre C, comme il vient d'être dit. Décrivez du pied du ſtile A, qui repréſente le zenith, par ce point d'ombre C, la circonference de cercle CFE, qui repréſentera l'almicantarath du ſoleil. Après cela marquez après midi un ſecond point d'ombre, comme E, lorſque l'extrêmité de l'ombre du ſtile AB ſera retournée ſur la circonférence CFE. Ayant diviſé l'arc CE en deux également au point F, tirez par ce point de milieu F, & par le pied du ſtile A, la droite AF, qui ſera la ligne méridienne qu'on cherche. Voyez ce qu'on a dit au problême 1 de la gnomonique, tom. II, p. 1; & au problême 7 de la coſmographie, tom. II, p. 159 touchant la ligne méridienne de la France, qui paſſe par l'obſervatoire de Paris.

PROBLEME XXXV.

Connoître facilement les calendes, les nones & les ides de chaque mois de l'année.

I.

Les calendes, les nones & les ides, qui étoient autrefois en uſage parmi les Romains, ſe peuvent connoître facilement par le moyen de ces trois vers latins :

Principium menſis cujusque vocato kalendas,
Sex maius nonas, *october, julius & mars,*
Quatuor at reliqui: dabit idus *cuilibet octo.*

dont le premier montre que les *calendes* ſont le premier jour de chaque mois, ce premier jour étant chez les Romains le premier jour de l'apparition de la lune ſur le ſoir, auquel ils avoient coutume d'appeller à la ville le peuple de la campagne, pour apprendre ce qu'il avoit à faire pendant le reſte du mois.

Le ſecond vers fait connoître que les *nones* ſont les ſeptiemes jours des quatre mois, mars, mai, juillet & octobre, & les cinquiemes jours des autres mois; & l'on connoît par le troiſieme vers, que les *ides* ſont huit jours après les nones, ſçavoir, les quinziemes jours de mars, mai, juillet & octobre, & les treiziemes jours des autres mois.

II.

On peut encore prendre pour regle ces vers françois :

A mars, juillet, octobre & mai
Six nones *les gens ont donné:*
Aux autres mois quatre gardé,
Huit ides *à tous accordées.*

Ces quatres vers ont le même ſens & la même explication que les deux derniers vers latins.

REMARQUES.

Les Romains comptoient les autres jours à rebours, allant toujours en diminuant; & ils donnoient le nom de nones d'un mois aux jours qui ſont entre les calendes & les nones de ce mois; le nom des ides d'un mois aux jours qui ſont entre les nones & les ides de ce mois, & le nom des calendes d'un mois aux jours qui reſtent depuis les ides juſqu'à la fin du mois précédent.

Ainſi dans les quatre mois, par exemple, mars, mai, juillet & octobre, où les nones ont ſix jours, le deuxieme jour du mois s'appelle VI° *nonas*, c'eſt-à-dire, le ſixieme jour avant les nones, la prépoſition *ante* étant ſous-entendue. De même le troiſieme jour ſe nomme V° *nonas*, pour dire le cinquieme jour des nones, ou avant les nones; & ainſi des autres. Mais au lieu d'appeller le ſixieme jour du mois II° *nonas*, on dit, *pridie nonas*, c'eſt-à-dire, la veille des nones. On dit auſſi *poſtridie calendas*, le jour d'après les calendes; *poſtridie nonas*, le jour d'après les nones; *poſtridie idus*, le jour d'après les ides.

PROBLEME XXXVI.

Connoître quel quantieme des calendes des nones & des ides répond à un certain quantieme d'un mois donné.

Il faut faire attention à la remarque qu'on vient de faire, qui eſt que tous les jours qui ſont entre les calendes & les nones, appartiennent aux nones; les jours qui ſont entre les nones & les ides portent le nom des ides, & que ceux qui ſont entre les ides & les calendes du mois ſuivant, portent le nom des calendes de ce même mois. Cela ſuppoſé;

1°. Si le quantieme du mois appartient aux calendes, ajoutez 2 au nombre des jours du mois, & de la ſomme retranchez le nombre donné. Le reſte ſera le quantieme des calendes.

Si vous voulez ſçavoir, par exemple, à quel quantieme des calendes le 25 mai répond: ce jour appartient aux calendes, puiſqu'il eſt entre les ides de mai & les calendes de juin. Le mois de mai a 31 jours; auquel nombre ajoutez 2. De la ſomme 33 retranchez 25, il reſtera 8, qui marque que le 25 de mai répond au 8e des calendes de juin, c'eſt-à-dire, que le 25 mai étoit appellé chez les Romains VIII° *calendas junii.*

2°. Si le quantieme du mois appartenoit aux ides ou aux nones, ajoutez 1 au nombre des jours écoulés depuis le premier du mois juſqu'aux ides ou aux nones incluſivement. De cette ſomme retranchez le nombre donné, qui eſt le quantieme du mois. Le reſte ſera préciſément le quantieme des nones & des ides.

Je ſuppoſe, par exemple, que le quantieme du mois ſoit le 9 mai ; ce jour appartient aux ides parce qu'il ſe trouve entre le ſeptieme jour des nones & le quinzieme jour des ides. Si on ajoute 1 à 15, & que de la ſomme 16 on retranche 9, le reſte 7 marque que le 9e de mai répond au 7e des ides de ce mois ; c'eſt-à-dire, que le 9e du mois de mai étoit appellé chez les Latins VII° *idus maii.*

De même ſi le quantieme du mois étoit le cinquieme mai, ce jour appartient aux nones, parce qu'il eſt entre le 1 & le 7. Ajoutant donc 1 à 7, & de la ſomme 8 ôtant 5, qui eſt le quantieme du mois, le reſte 3 montre que le cinquieme mai répond au 3e des nones, c'eſt-à-dire, que ce jour-là étoit appellé chez les Romains III° *nonas maii.*

PROBLEME XXXVII.

Le quantieme des calendes, des ides, ou des nones, étant donné, trouver quel quantieme du mois doit y répondre.

ON ſatisfera à cette queſtion par une méthode toute ſemblable à celle qu'on vient de donner dans le problême précédent. Il y a néanmoins cette différence, qu'au lieu de ſouſtraire le quantieme du mois pour avoir le quantieme des calendes, &c. on ſouſtrait le quantieme des calendes, pour avoir celui du mois.

Je cherche, par exemple, à quel quantieme du mois doit répondre VI° *calendas junii*, le 6 des calendes de juin. Puiſque les calendes ſe comptent en rétrogradant depuis le 1 juin vers les ides de mai, il eſt clair que le 6 des calendes

de juin répond à un des jours du mois de mai. Et comme ce mois a 31 jours, j'ajoute 2 à 31. De la ſomme 33, je retranche 6, qui eſt le quantieme des calendes. Il reſte 27, qui marque que le 6 des calendes de juin répond au 27 mai.

On fera la même choſe à l'égard des nones & des ides.

REMARQUE.

Il ſera facile de ſatisfaire aux deux queſtions précédentes, ſi on a un calendrier où les jours des calendes, des nones & des ides ſoient marqués vis-à-vis les quantiemes des mois, comme on les voit dans le calendrier eccléſiaſtique.

PROBLEME XXXVIII.

Trouver la ſituation d'un port.

POur bien entendre ce que c'eſt que la ſituation d'un port, il faut remarquer: 1° que la pleine mer n'arrive pas ſur toutes les côtes en même tems, mais chaque lieu a un tems particulier pour ſes marées.

2°. Que le tems des marées n'eſt pas attaché aux heures du ſoleil, mais à celles de la lune. De ſorte que les heures de la lune retardant tous les jours de 48′ ou $\frac{4}{5}$ d'heure, les marées retardent pareillement de $\frac{4}{5}$ d'heure.

3°. Les marées ne ſont rien autre choſe que le flux & le reflux de la mer, dont les eaux s'élevent & s'abaiſſent deux fois chaque jour lunaire. Elles montent pendant ſix heures, & deſcendent pendant le même eſpace de tems. Le mouvement des

eaux s'appelle en montant *flux de mer*, ou *flot*; & en deſcendant, *reflux de la mer, ebe*, ou *juſan*. On dit qu'il eſt *pleine mer*, lorſque la mer étant montée à ſon plus haut point, eſt prête à ſe retirer, & *baſſe mer*, après qu'elle eſt retirée.

3°. La ſituation d'un port eſt proprement l'heure de la lune, à laquelle la pleine mer arrive dans ce port. Les pilotes marquent les heures de la lune par les airs du vent, dont chacun vaut $\frac{3}{4}$ d'heure.

Pour trouver la ſituation d'un port, il ſuffit d'obſerver une fois à quelle heure de la lune la pleine mer arrive dans le port.

Lors, par exemple, que la pleine mer arrive dans un port, je trouve que l'ombre de la lune monte trois heures ſur un cadran qui marque les heures par un axe, comme ſont les horiſontaux. D'où je conclus que la ſituation de ce port eſt 3 heures que les pilotes marqueroient par NE & SO; c'eſt-à-dire, nord-eſt & ſud-oueſt, parce que chaque air de vent vaut $\frac{3}{4}$ d'heure, & que NE & SO ſont éloignés de 4 points du méridien; qui valent 4 fois $\frac{3}{4}$ d'heures, ou trois heures.

PROBLEME XXXIX.

Ayant la ſituation d'un port & l'âge de la lune, trouver l'heure de la pleine mer.

L'Heure de la nouvelle lune ne ſe peut connoître que par les rayons du ſoleil, puiſque lui étant conjointe, ſi elle envoyoit quelques rayons, ils ſe confondroient avec ceux du ſoleil. Mais lorſque la lune eſt pleine, & qu'elle eſt ſur notre horiſon, elle ſe trouve dans le point de l'é-

cliptique où le ſoleil ſe trouvoit douze heures auparavant. Ainſi la nouvelle & la pleine lune ramenent les marées aux heures du ſoleil : c'eſt-à-dire que la pleine mer arrivera le jour de la nouvelle ou de la pleine lune, à l'heure qui aura été obſervée pour connoître la ſituation du port.

Il ne s'agit donc que de connoître l'heure de la pleine mer dans les autres jours de lune. Mais ces jours peuvent être conſiderés ou devant la pleine-lune ou après.

Si l'âge de la lune eſt au-deſſous de 15, multipliez cet âge par $\frac{4}{5}$, & vous aurez les heures du retardement. Ayant gardé le quotient, multipliez ce qui reſtera par 12, pour avoir les minutes. Ajoutez le tout à la ſituation du port, & vous aurez l'heure de la pleine mer.

Si l'âge de la lune eſt au-deſſus de 15, ôtez 15 de cet âge, & opérez ſur le reſte de la même maniere qu'on vient d'enſeigner.

La ſituation du port étant 3 heures, & l'âge de la lune ayant été trouvé 18, ôtez 15 de 18, multipliez le reſte 3 par $\frac{4}{5}$: il viendra au quotient 2 heures, & il reſtera 2, que vous multiplierez par 12; le produit donnera 24 minutes. Ajoutant 2 heures 24 minutes à 3 heures qui ſont la ſituation du port, vous trouverez 5 heures 24 minutes pour la pleine mer de ce jour-là.

PROBLEME XL.

Repréſenter le globe terreſtre en plan.

LA carte qui repréſente toute la ſurface du globe terreſtre ſur une ſurface plate, ſe nomme *planiſphere, mappemonde, & carte générale du globe terreſtre.*

On repréſente ordinairement cette carte en deux hémiſpheres, parce que le globe artificiel du globe terreſtre, ne pouvant être vu d'un ſeul aſpect, on eſt contraint de le repréſenter en plan en deux moitiés, dont chacune eſt appellée hémiſphere. Il y a trois manieres de le décrire ainſi.

La premiere eſt de le repréſenter diviſé par l'équateur en hémiſphere ſeptentrional, & en hémiſphere méridional.

La ſeconde eſt de le faire voir diviſé par l'horiſon en hémiſphere ſupérieur & en hémiſphere inférieur, par rapport à chaque poſition.

La troiſieme eſt de le décrire diviſé par le prémier & le 180e méridien, en hémiſphere oriental & en hémiſphere occidental.

On peut ſe ſervir de deux méthodes pour repréſenter ces ſortes d'hémiſpheres.

La premiere ſuppoſe le globe vu par le dehors & en convexe, & tel qu'il paroît à le voir d'une diſtance infinie.

La ſeconde conſidere le globe vu en creux par le concave, & ſuppoſe que l'œil de celui qui décrit la carte eſt à la convexité & ſurface du globe, d'où il regarde tous les lieux terreſtres par leur baſe.

I.

I.

Lorſqu'on repréſente le globe vu en convexe, diviſé par l'équateur en hémiſphere ſeptentrional & méridional, on ſuppoſe dans la deſcription du ſeptentrional, arctique ou boréal, l'œil vis-à-vis du zenit ou du pole arctique, à diſtance infinie du plan de projection. Tous les méridiens deviennent alors des lignes droites qui s'entrecoupent au pole arctique, & les paralleles deviennent des cercles également diſtans entre eux, mais beaucoup plus ſerrés vers l'horiſon que vers le pole arctique. De même, lorſque l'on décrit le méridional, ou plutôt l'antarctique & auſtral, on ſuppoſe l'œil vis-à-vis du pole antarctique. Tous les méridiens & les paralleles ſont comme dans l'hémiſphere ſeptentrional.

Au contraire, lorſqu'on repréſente en creux, on ſuppoſe que l'œil de celui qui décrit l'hémiſphere ſeptentrional, eſt au pole méridional ou auſtral à la convexité & ſurface du globe terreſtre, d'où il regarde tous les lieux terreſtres par leur baſe à travers l'équateur, qui ſert de plan. Tous les méridiens y ſont repréſentés de même que dans la précédente, par des lignes droites, & les paralleles par des cercles également diſtans entr'eux, mais dont les eſpaces ſont plus petits vers le pole ſeptentrional ou boréal, que vers l'équateur, parce qu'ils ſont plus éloignés de celui qui regarde ou décrit la figure; & pour lors toutes les parties qui ont paru à droite dans la précédente carte, paroîtront à gauche.

Pour y remédier, & rendre cet hémiſphere ſemblable à ce qui ſe voit par la forme convexe, il faut retourner la figure, ce qu'une contr'épreuve fait

aiſément, offrant à la vue des parties telles qu'elles ſe voient dans le convexe ; & pour lors, celui qui regarde la carte, ſe doit mettre vis-à-vis du pole oppoſé, & à une diſtance égale au demi-diametre de la figure.

Cette maniere de repréſenter le globe terreſtre, n'a d'autre défaut que de couper les parties des continents, & peut paſſer pour une des meilleures.

II.

Lorſque par la premiere méthode on repréſente le globe en convexe, diviſé par l'horiſon en hémiſphere ſupérieur & en hémiſphere inférieur, par rapport à quelque poſition, comme à Paris, on ſuppoſe d'abord l'œil vis-à-vis du zenith de l'hémiſphere ſupérieur, & à diſtance infinie du plan de projection. Enſuite on le ſuppoſe vis-à-vis du zenith de l'hémiſphere inférieur de l'antipode de Paris, & pour lors tous les méridiens & les paralleles ſont repréſentés par des ellipſes, excepté le méridien qui paſſe par le midi & le minuit du lieu propoſé. Toutes les parties de ces hémiſpheres ſont repréſentées plus ſerrées à proportion qu'elles s'approchent de l'horiſon.

Mais lorſqu'on les repréſente en creux, on ſuppoſe que l'œil de celui qui décrit l'hémiſphere ſupérieur de Paris, eſt au nadir, à la concavité du globe, d'où il regarde tous les lieux terreſtres par leur baſe, à travers le cercle de l'horiſon, qui ſert de plan. De même l'œil de celui qui décrit l'hémiſphere inférieur, eſt à la convexité du globe au nadir, qui eſt le zenith de Paris, & le point oppoſé d'où il regarde de même tous les lieux terreſtres à travers le cercle de l'horiſon. Tous les méridiens & les paralleles y ſont repréſen-

tés par des portions de cercle, excepté le méridien du lieu propoſé, mais dont les eſpaces augmentent en grandeur à proportion qu'ils s'approchent de l'horiſon, & pour lors toutes les parties qui ont paru à droite dans les précédentes cartes, paroiſſent à gauche.

On peut rendre cet hémiſphere ſemblable à l'autre par une contr'épreuve, qui fera voir les parties du même côté.

III.

Lorſqu'on repréſente le globe en convexe, diviſé par le premier & le 180e méridien en hémiſphere oriental & occidental; pour l'oriental, on ſuppoſe l'œil à une diſtance infinie du plan de projection vis-à-vis la ſection du 90e méridien & de l'équateur. Pour l'occidental, on ſuppoſe l'œil vis-à-vis la ſection du 270e méridien & de l'équateur, d'où il regarde tous les lieux terreſtres par leur baſe à travers le premier & le 180e méridien, qui ſervent de tableau & de plan. Alors les méridiens deviennent des ellipſes, excepté le 90e méridien, & le 270e qui ſont des lignes droites. Le premier méridien & le 180e ſont repréſentés par des demi-cercles, & les paralleles le ſont par des lignes droites. Les parties des terres ſont repréſentées plus étendues vers le milieu, & plus ſerrées vers les extrêmités, ſelon les regles de l'optique.

Il arrive le contraire lorſqu'on repréſente ces hémiſpheres par la ſeconde méthode, c'eſt-à-dire, en creux. On ſuppoſe que l'œil de celui qui décrit l'hémiſphere oriental eſt à la convexité & ſurface du globe vis-à-vis la ſection du 270e méridien & de l'équateur, & qu'il eſt à celle du 90e

méridien & de l'équateur, pour décrire l'hémiſphere occidental, d'où il regarde tous les lieux de la terre ſur le plan du premier & du 180ᵉ méridien, qui ſervent de tableau, & voit l'Europe à ſa droite, & l'Aſie à ſa gauche, mettant le nord en haut : ainſi les parties paroiſſent tout autrement que vues par le dehors. Les méridiens & les paralleles ſont marqués par des cercles & par des portions de cercles, excepté l'équateur, le 90 & le 270ᵉ méridien, qui ſont des lignes droites. Les parties de la terre ſont plus ſerrées vers le milieu de la carte, que vers les extrêmités, étant les plus éloignées de l'œil.

Pour y remédier, & rendre ces hémiſpheres ſemblables à ce qui ſe voit par la forme convexe, il faut tourner la carte, ce qu'une contr'épreuve fait aiſément, offrant à la vue les parties telles qu'elles ſe voient dans le convexe; & pour lors celui qui regarde la carte, doit ſe mettre vis-à-vis l'interſection du 90ᵉ méridien & de l'équateur pour l'hémiſphere oriental, & vis-à-vis l'interſection du 270ᵉ méridien & de l'équateur pour l'occidental, & à une diſtance égale au demi-diametre de l'équateur de la carte.

AVERTISSEMENT.

Ce qu'on a dit dans ce problême eſt extrait de l'introduction à la géographie, par M. *Moulart-Sanſon*. On y verra les différentes projections rapportées ci-deſſus, & d'autres manieres de décrire & de repréſenter le globe terreſtre.

Principes de géographie touchant la maniere dont le ſoleil éclaire la terre, par le R. P. Deſchales.

PROBLEME XLI.

Trouver la durée du plus grand jour dans une latitude moindre que 66 degrés 30 minutes.

La ſcience de la ſphere nous apprend qu'en quelque latitude que ce ſoit, c'eſt le tropique du côté du pole apparent, qui eſt comme la regle du plus grand jour de l'année; & au contraire le tropique du côté du pole caché, qui eſt la meſure du plus court jour. Cela étant, le plus long jour en ce pays-ci, ſitué au ſeptentrion, eſt le 22 juin, & depuis ce terme le jour décroît juſqu'au 23 décembre, & de-là le ſoleil remontant vers juin, aggrandit les jours. Nous ſçavons auſſi que plus la latitude eſt grande, plus les tropiques ſont coupés inégalement; c'eſt-là la raiſon pourquoi le jour eſt plus long, & la nuit plus courte dans une grande latitude; & réciproquement la nuit plus grande & le jour plus court dans une petite latitude. De-là vient auſſi qu'on prend le plus grand jour comme la meſure de l'accroiſſement & décroiſſement des jours & des nuits; car étant donnée la durée du plus long jour dans une certaine latitude, on ſçaura aiſément par les méthodes que nous donnerons ci-après, la durée de quelque jour que ce ſoit; comme auſſi la durée du plus long jour dans chaque latitude: ce que l'on éprouvera, ſi ayant diſpoſé le globe ſelon la latitude du pays, on compte les degrés du tropique

voiſin du pole apparent, qui ſont ſur l'horiſon, ce nombre ſera la durée du plus long jour.

Ou autrement, en tranſportant le premier degré de cancer ſur l'horiſon oriental, & marquant le point de l'équateur qui ſe leve en même tems : ſoit enſuite tourné le globe juſqu'à ce que ce premier degré de cancer ſoit à l'horiſon occidental, & ſoit marqué derechef le point de l'équateur, qui eſt à l'horiſon oriental. Le nombre des degrés de l'équateur compris entre ces deux points, vous donnera l'arc diurne, & s'il eſt diviſé par 15, vous aurez la quantité des heures.

Vous connoîtrez la même choſe par les mappemondes, en appliquant l'horiſon ou regle mobile ſur la latitude propoſée, & marquant combien de degrés du tropique ſont compris entre cette regle & le méridien. Ces degrés contiennent l'arc ſémi-diurne, & étant doublés, ils donneront l'arc diurne entier; & ſi l'on veut avoir les minutes pour agir avec plus de préciſion, il faut ſe ſervir de la trigonométrie en cette ſorte.

Soit, par exemple, ABCD le cercle méridien, les poles A & C, l'horiſon BD, l'élevation du pole AD, l'équateur EF, GH le tropique coupant l'horiſon en I, & AIC un cercle horaire.

Pl. 36. fig. 35.

Comme dans l'équinoxe le ſoleil ſe leve à 6 heures, le cercle AOC ſera le cercle de 6 heures, & l'arc OK montrera de combien le ſoleil, étant en cancer, ſe leve devant 6 heures; c'eſt pourquoi il faut connoître la valeur du triangle OIK, dans lequel trois choſes ſont données : ſçavoir, l'angle IOK, dont la meſure eſt DF, complément de la hauteur du pole AD, l'angle K eſt auſſi connu, étant droit, & la declinaiſon du ſoleil

Pag. 279

Figure . 35

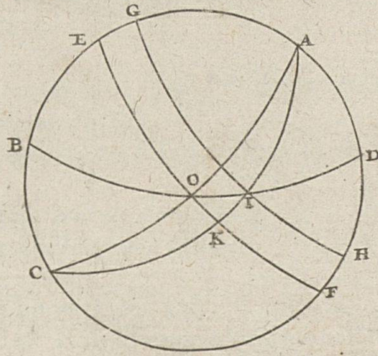


Figure . 36.

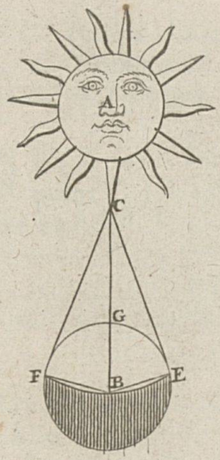
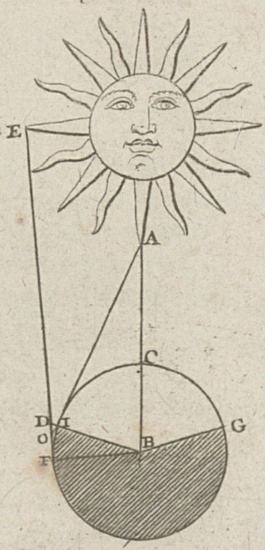


Figure . 37



N°.

parcourant le tropique, qui eſt l'arc IK. Soit donc fait cette analogie.

Comme la tangente de l'arc FD du complément de l'élevation du pole,
A la tangente de l'arc KI de déclinaiſon de 23 d. 30′.
Ainſi le ſinus total de l'arc OF,
Au ſinus total de l'arc OK.

& de la ſorte on aura cet arc.

L'arc OK eſt la différence aſcenſionnelle : & l'on a des tables des différences aſcenſionnelles.

THÉOREME I.

Le ſoleil éclaire moins que la moitié de la terre par une illumination centrale, & il en éclaire la moitié ſenſiblement.

QUe le ſoleil ſoit A, la terre B, & que le point C ſoit celui qui ſert de pole ou de centre au ſoleil. Je dis que ce point éclaire moins de la moitié de la terre. Tirez les tangentes CF, GE, & la ligne CB, qui paſſe par le centre de la terre. Menez auſſi les lignes BF, BE. Pl. 36. fig. 36.

Démonſtration.

Dans le triangle CBE, l'angle E eſt droit (par la 18 du 3 d'Euclide): donc l'angle CBE ſera aigu; donc l'arc GE eſt plus petit qu'un quart de cercle, & FGE moindre qu'un demi-cercle; & comme on peut appliquer la même démonſtration à tous les plans qu'on peut imaginer, le ſoleil éclairera moins de la moitié de la terre. Ce-

pendant parce que le ſoleil eſt ſi éloigné que BE, demi-diametre de la terre, n'eſt que la 7000e partie de cette diſtance BE, ces deux lignes CB, CE, ſont auſſi phyſiquement paralleles que le ſeroient deux lignes éloignées entre elles d'un pied, leſquelles concourroient ſeulement à la diſtance de 7000 pieds.

THEOREME II.

Le ſoleil éclaire 15 minutes plus que la moitié de la terre d'une illumination imparfaite.

Pl. 36. fig 37. LE ſoleil A éclaire d'une illumination centrale l'hémiſphere de la terre GI. Qu'on tire la tangente AO, l'arc CI ſera ſenſiblement un quart de cercle, par le théorême précédent. Qu'on tire auſſi du bord du ſoleil la tangente EF, à laquelle on menera la perpendiculaire FB par le point d'attouchement F. Je dis que l'arc FI ſera de 15 minutes, & qu'il ne ſera pas éclairé du centre du ſoleil. Donc un arc de 15 minutes eſt éclairé d'une illumination imparfaite.

Démonſtration.

Les triangles DBF, DOI, ont les angles F & I droits, par 18, 3; & l'angle BDF eſt commun. Donc les angles FOE, DBF, ſont égaux, & l'angle EOA étant de 15 minutes, ou de la moitié de la grandeur apparente du ſoleil, l'angle DBF ou l'arc FI eſt de 15 minutes.

Figure . 38 .

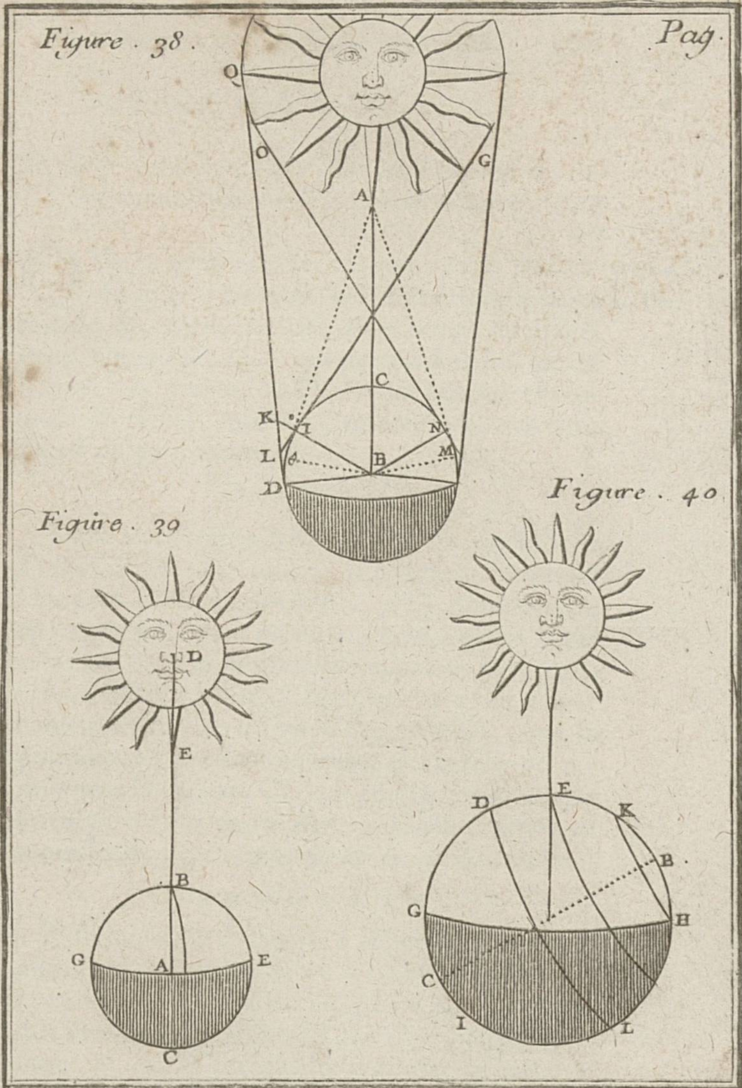


Figure . 39

Figure . 40

THEOREME III.

Le ſoleil éclaire par une illumination parfaite 15 minutes moins que la moitié de la terre.

QUe le point A ſoit un point de la ſurface du ſoleil, ou bien ſon centre. Que la terre ſoit B; & qu'on tire des deux bords du ſoleil deux lignes GI, QD, qui touchent la ſurface de la terre aux points I & D. Je dis que CI eſt un quart de cercle, moins 15 minutes, & que l'arc DI eſt de 30 minutes. Pl. 37. fig. 38.

Démonſtration.

Dans les triangles KBD, KLI, les angles I & D ſont droits (par 18, 3) & l'angle K commun. Donc les autres angles DBK, KLI, ſont égaux; & l'angle KLI étant de 30 minutes, comme étant celui qui meſure le diametre apparent du ſoleil, l'angle DBI, qui lui eſt égal, ou l'arc DI, eſt par conſéquent de 30 minutes. Or l'arc DC, par la précédente, contient un quart de cercle & 15 minutes. Donc l'arc CI, qui contient tout ce que le ſoleil éclaire de ce côté-là parfaitement, eſt moindre de 15 minutes qu'un quart de cercle.

COROLLAIRE.

L'illumination de la terre n'eſt pas préciſe, mais elle a une pénombre de 30 minutes; car nous venons de voir que le ſoleil éclaire 15 minutes moins que la moitié de la terre d'une illumination parfaite, & par la précédente il éclaire imparfaitement 15 minutes plus que la moitié de la terre. Le ſoleil éclaire donc ſur la terre d'une illumina-

Plan. 37 fig. 38. tion parfaite un hémiſphere moins une zone de 15 minutes ; la pénombre occupe un demi-degré, la moitié de laquelle, ſçavoir, celle qui fait partie de l'hémiſphere éclairé, tient plus de la lumiere que des ténebres ; & l'autre moitié, qui fait partie de l'hémiſphere ombré, a plus de ténebres que de lumiere. Ainſi partageant le différend, nous parlerons dorénavant comme ſi le ſoleil éclairoit la moitié de la terre, & que le bord de ce qui eſt éclairé fût un grand cercle.

REMARQUES.

Dans l'hémiſphere CM, c'eſt-à-dire, dans tout ce qui eſt éclairé ſur la terre d'une illumination centrale, il n'y a d'éclairé parfaitement que la partie ICN, laquelle eſt éclairée des deux bords & du centre du ſoleil, c'eſt-à-dire de tout le diametre apparent du ſoleil ; & tout ce qui n'eſt pas éclairé de cette façon, ne l'eſt qu'imparfaitement Ainſi nous diſons que la partie θCN, éclairée du centre A, & terminée par le rayon ON, ne pouvant être toute éclairée du bord G, comme elle l'eſt du bord O, ne ſera pas toute éclairée parfaitement (le rayon GI étant une tangente, le petit arc Iθ, qui eſt au-delà du point d'attouchement I, ne peut pas en être éclairé.)

Pareillement dans l'arc MCI, terminé par le rayon IG, il ſe trouve une portion MN, qui ne peut pas être vue du bord oppoſé O : & comme elle eſt égale à la portion θI elle ſera privée comme elle d'un nouveau degré de lumiere. Donc le ſeul eſpace ICN, qui peut être éclairé du centre & des deux bords du ſoleil, ſera celui qui ſera éclairé parfaitement.

DI pénombre dont l'étendue de 30′ eſt égale au diametre apparent du ſoleil.

θI moitié de la pénombre déclinante en lumiere.

θD l'autre moitié de la pénombre déclinante en ténebres, c'eſt cette zone de 15′ que le ſoleil éclaire, outre la moitié de la terre, mais imparfaitement.

θCM arc de l'illumination centrale, qui eſt ſenſiblement un demi-cercle ou un hémiſphere, dont le bord θBM peut être pris pour un grand cercle déterminant la moitié de la terre.

THEOREME IV.

Le ſoleil parcourant l'équateur, éclaire les deux poles d'une illumination centrale.

QUe le cercle BC ſoit l'équateur de la terre A, dans le plan duquel le ſoleil ſe trouve, & que la ligne DA, tirée du centre du ſoleil à celui de la terre, paſſe par l'équateur au point B. Je dis que les deux poles F & G ſeront éclairés par une illumination centrale, c'eſt à dire, que les deux poles verront le centre du ſoleil. Pl. 37. fig. 39.

Démonſtration.

Le ſoleil éclaire de tous côtés un quart de cercle de la terre. Donc BF, BG ſont chacun un quart de cercle, qui eſt la diſtance qu'il y a depuis l'équateur juſques aux poles; par conſéquent les points F & G, auſquels ſe termine l'illumination, ſont les poles; & puiſque tout ce jour-là le ſoleil demeure à peu près dans le plan de l'équateur (ſes révolutions étant ſenſiblement des cercles) le bord de l'illumination paſſera toujours par les poles.

COROLLAIRE.

Quand le ſoleil eſt dans l'équateur, le cercle qui borne l'illumination eſt un méridien, ou cercle horaire qui paſſe par les poles.

THEOREME V.

Un des poles eſt autant dans l'hémiſphere éclairé, & l'autre autant dans la nuit que le ſoleil a de déclinaiſon.

Pl. 37. fig. 40. QUe les points B & C ſoient les poles de la terre BDC, DL l'équateur, l'arc DE la déclinaiſon du ſoleil, par exemple, de 20 degrés. Je dis que le pole C eſt à 20 degrés dans la nuit, c'eſt-à-dire, dans l'hémiſphere qui n'eſt pas éclairé, & que le pole B eſt d'autant de degés dans l'illumination ; de ſorte que les arcs BH, CG, ſont de 20 degrés.

Démonſtration.

L'équateur DL eſt éloigné des poles B & C d'un quart de cercle. Donc les arcs DB, DC, ſont des quarts de cercle. Pareillement depuis le point E, qui eſt le milieu de l'illumination juſques à ſon bord, il y a un quart de cercle : donc les arcs EH, EG, ſont auſſi des quarts de cercle égaux aux arcs DB, DC : & ôtant l'arc EB, qui leur eſt commun, reſtent les arcs égaux DE, BH, de 20 degrés chacun. Je démontrerai de la même maniere que les arcs DE, GC, ſont égaux.

COROLLAIRE I.

Parce que le ſoleil a ſenſiblement la même dé-

clinaiſon pendant tout un jour, le bord de l'illumination demeure tout ce jour-là également éloigné des poles, & parcourt le parallele HK, lequel comprend tous les pays qui voient le ſoleil pendant tout le jour. Pareillement le parallele GI vers l'autre pole C, contient tous les pays qui ne le voient point. On appelle celui-ci un parallele de nuit continue, & le premier un parallele de jour continu. Pl. 37. fig. 40.

COROLLAIRE II.

Les paralleles autant éloignés des poles que le ſoleil a de déclinaiſon, ſont ceux de la nuit & du jour continu.

COROLLAIRE III.

Depuis le jour de l'équinoxe juſqu'aux ſolſtices, le bord de l'illumination parcourt les paralleles de jour & de nuit continus, leſquels vont croiſſant à meſure que la déclinaiſon du ſoleil augmente ; car nous avons démontré qu'elle eſt toujours égale à la diſtance du bord de l'illumination aux poles. Il s'enſuit donc qu'au jour du ſolſtice, qui eſt celui de la plus grande déclinaiſon, l'illumination parcourt le plus grand de ces paralleles, éloigné du pole de 23 d. 30′, & le même que le cercle polaire.

PROBLEME XLII.

L'heure étant donnée, montrer ſur le globe ou ſur la carte le pays auquel le ſoleil eſt perpendiculaire.

POur mieux concevoir comment le ſoleil éclaire la terre, il le faut montrer ſur le globe,

ou ſur la mappemonde; & pour cet effet il eſt néceſſaire de trouver en quelque temps que ce ſoit le point de la terre, au zenith duquel le ſoleil ſe trouve. Cherchez le parallele que le ſoleil décrit ce jour-là, ſous lequel ſont tous les pays auſquels le ſoleil ſera perpendiculaire tout ce jour-là. Cherchez auſſi le méridien dans lequel il ſe rencontre à l'heure propoſée, car le concours de ce méridien & de ce parallele eſt le lieu que vous cherchez. Par exemple, pour ſçavoir, étant à Paris, le pays auquel le ſoleil eſt perpendiculaire le 22 juin à 6 heures du ſoir, comptez 6 heures depuis le méridien de Paris vers le couchant, & regardez où ce méridien coupe le tropique que le ſoleil parcourt ce jour-là. Vous trouverez la partie occidentale de l'iſle de Cuba.

PROBLEME XLIII.

Montrer ſur le globe tous les pays que le ſoleil éclaire, & qui ont le jour, comme auſſi ceux auxquels il eſt nuit pour une heure donnée.

CHerchez ſur le globe le pays auquel le ſoleil eſt perpendiculaire, & mettez-le au zenith, c'eſt-à-dire, diſpoſez le globe ſelon la latitude de ce lieu, lequel vous mettrez ſous le méridien. Je dis que l'horiſon ſera pour lors le bord de l'hémiſphere éclairé.

Démonſtration.

Il y a de tous côtés 90 degrés depuis le zenith juſqu'à l'horiſon. Il y en a autant depuis le point auquel le ſoleil eſt perpendiculaire, que nous avons mis au zenith, juſqu'au bord de l'hémiſ-

phere éclairé. Donc l'horiſon & le bord de l'illumination ſont le même cercle.

COROLLAIRE I.

Dans cette diſpoſition, le ſoleil faiſant le midi de ce pays, & de ceux qui ſont ſous le même méridien, ſe leve à l'égard des pays qui ſont dans la partie occidentale de l'horiſon, & ſe couche à l'égard de ceux qui ſont dans la partie orientale : ceux qui ſont ſur l'horiſon ont le jour, & ceux qui ſont au deſſous ont la nuit.

COROLLAIRE II.

Vous pourrez auſſi remarquer les pays qui ont le ſoleil tout le jour, ſans aucune nuit ; car un des poles ſera toujours ſur l'horiſon, & l'autre deſſous, excepté le jour de l'équinoxe, par le théorême V. Tous ceux qui ſont autour du pole élevé, verront toujours le ſoleil ; & au contraire, vers l'autre pole, les pays qui ne monteront point ſur l'horiſon, quand on fait tourner le globe, auront une nuit continuelle. Enfin on peut dire en général que ſi on éleve ſur l'horiſon un des poles d'autant de degrés que le ſoleil a de déclinaiſon, & ſi on met le pays au méridien, & l'aiguille ſur l'heure de midi, on aura la diſpoſition de l'illumination pour chaque heure, en faiſant tourner le globe juſqu'à ce que l'aiguille la marque.

THEOREME VI.

Quand le ſoleil eſt dans le plan d'un grand cercle, le bord de l'hémiſphere éclairé paſſe par ſon pole; & le ſoleil étant au pole d'un grand cercle, le bord de l'hémiſphere éclairé eſt la circonférence de ce grand cercle.

Pl. 38. fig. 41. QUe le ſoleil ſoit dans le plan d'un grand cercle de la terre, par exemple, de l'horiſon, c'eſt-à-dire, que la ligne tirée du centre du ſoleil à celui de la terre, coupe l'horiſon AC, au point B, & que les points D & E ſoient les poles ou zeniths de cette horiſon : je dis que les points D & E ſeront éclairés.

Démonſtration.

Il y a de tous côtés un quart de cercle depuis le point B, qui eſt celui auquel le ſoleil répond perpendiculairement, juſqu'au bord de l'hémiſphere éclairé EFD. Il y en a autant depuis un grand cercle juſqu'à ſon pole. Donc le bord de l'illumination paſſe par les poles D & E. Pareillement le point B étant celui auquel le ſoleil répond perpendiculairement, il eſt évident que le bord de l'hémiſphere éclairé ſera un grand cercle que l'on décriroit du point B comme pole.

COROLLAIRE I.

Le ſoleil étant dans le plan de l'horiſon, le bord de l'hémiſphere éclairé ſera un cercle vertical diſtant de 90 degrés du point auquel cet aſtre répond.

COROL.

Figure . 41 . *Pag . 289*

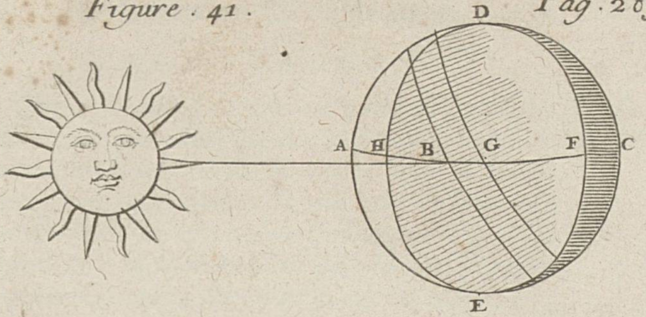


Figure . 42 .

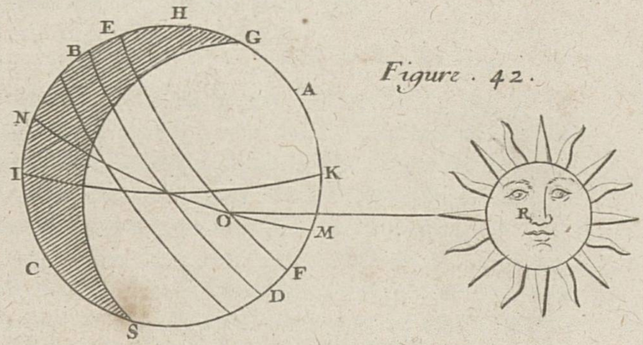
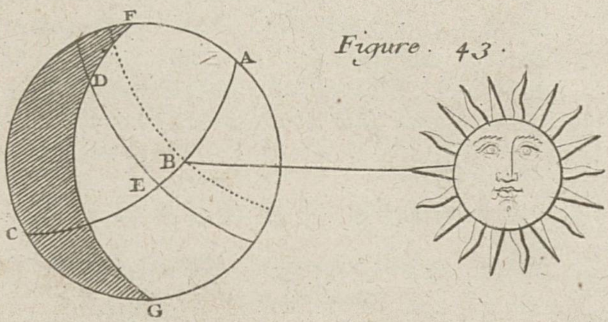


Figure . 43 .



COROLLAIRE II.

Quand le ſoleil ſe leve au premier vertical, c'eſt-à-dire, au point du vrai orient, le bord de l'hémiſphere éclairé eſt le même que le méridien, parce que le point du vrai orient eſt le pole du méridien : ce qui arrive ſeulement le jour de l'équinoxe; & pour lors le ſoleil ſe leve à l'égard de tous ceux qui ſont dans le même méridien, c'eſt-à-dire à 6 heures pour tous. Pl. 38, fig. 41.

COROLLAIRE III.

Quand le ſoleil ſe leve, le vertical, qui eſt le bord de l'hémiſphere éclairé, décline autant du méridien, qu'il y a d'amplitude ortive en ce jour-là. Par exemple, ſi le ſoleil ſe leve en B, & que l'amplitude ortive ſoit BG, c'eſt-à-dire, la diſtance depuis le point d'interſection B du parallele du ſoleil avec l'horiſon, juſques au point G du vrai orient. Il eſt évident que le cercle vertical DFE déclinera du méridien DCE d'autant de degrés qu'il y en a dans l'arc BG, car BF eſt un quart de cercle, l'arc GC compris depuis le point G de l'orient juſques au vrai méridien eſt auſſi un quart de cercle; ainſi les arcs BF, GC ſont égaux, & ôtant l'arc commun GF, les arcs BG, FC reſteront égaux.

PROBLEME XLIV.

Déterminer la grandeur de quelque jour que ce ſoit pour chaque latitude.

QUe le pole du globe terreſtre ſoit autant élevé ſur l'horiſon que le ſoleil a de déclinaiſon, c'eſt-à-dire, que le parallele que le ſoleil

parcourt un certain jour déterminé, paſſe par le zenith. Imaginez vous que le ſoleil répond à ce point, & qu'il eſt immobile ſelon l'hypotheſe de Copernic. Cela poſé, choiſiſſez quelque cercle de latitude ou pays que ce ſoit, dont vous voudriez ſçavoir la grandeur de ce jour, comptez combien il y a de degrés de ce cercle ſur l'horiſon. Si vous diviſez ce nombre par 15, vous aurez celui des heures que durera ce jour-là dans la latitude propoſée. Par exemple ayant élevé le pole ſeptentrional de 23 degrés $\frac{1}{2}$ ſur l'horiſon, qui eſt la déclinaiſon du ſoleil au tropique, ſi vous voulez ſçavoir la grandeur du jour ſous la latitude de 49 degrés, comptez les degrés de ce cercle de latitude, qui ſont ſur l'horiſon, & vous trouverez 240, leſquels étant diviſés par 15, vous donneront pour quotient 16, qui ſera le nombre des heures pour ce jour-là.

Démonſtration.

Tranſportez la ville de Paris, qui eſt dans ce cercle de latitude, ou tel autre point qu'il vous plaira, dans la partie occidentale de l'horiſon, ce ſera la diſpoſition qu'a le globe quand le ſoleil ſe leve à Paris, & pour lors l'horiſon eſt le bord de l'hémiſphere éclairé. Qu'on tourne le globe d'occident en orient, juſqu'à ce que Paris vienne en la partie orientale de l'horiſon, c'eſt-à-dire, juſqu'à ce que le ſoleil ſe couche à Paris. Il eſt certain que la durée du jour eſt depuis le lever du ſoleil juſqu'à ſon coucher, c'eſt-à-dire, l'eſpace de tems que la ville de Paris emploie à aller de la partie occidentale de l'horiſon, c'eſt-à-dire, du bord de l'illumination, en l'orientale. Ce tems

eſt encore meſuré par l'arc de ce cercle de latitude qu'a décrit la ville de Paris par le mouvement diurne de la terre, qui eſt compris entre la partie occidentale & la partie orientale de l'horiſon. Donc la pratique propoſée donne la grandeur du jour.

REMARQUES.

I.

Pour rendre cette pratique plus facile, le globe étant diſpoſé de ſorte que le pole ſoit élevé d'autant de degrés que le ſoleil a de déclinaiſon, tranſportez la ville de Paris au méridien, & l'aiguille à l'heure de midi. Faites rouler le globe juſqu'à ce que Paris vienne s'arrêter en la partie orientale de l'horiſon, vous aurez l'heure du lever; & tranſportant la même ville en la partie occidentale, vous aurez l'heure du coucher. Ou bien mettez Paris ſur l'horiſon oriental, & l'aiguille à midi. Faites tourner le globe, en ſorte que Paris s'arrête au méridien; l'aiguille marquera le nombre des heures du demi jour, lequel étant doublé, vous aurez le jour entier.

II.

Vous connoîtrez de même la grandeur du jour par la mappemonde. Elevez le pole ſur la regle horiſontale d'autant de degrés que le ſoleil a de déclinaiſon. Alors la regle horiſontale repréſente le bord de l'hémiſphere éclairé. Voyez combien de degrés de chaque parallele ſont compris entre la regle & le méridien, & vous aurez l'arc ſemi-diurne, c'eſt-à-dire, le tems qu'emploie quelque point d'un cercle de latitude depuis qu'il eſt au bord de l'illumination, & qu'il commence

à voir le ſoleil juſqu'à midi. Cette pratique fait bien entendre l'illumination de la terre, ſuivant l'opinion de Copernic; & elle a cette commodité, qu'on peut voir à la fois la grandeur du jour pour toutes les latitudes, & connoître la raiſon pourquoi les cercles de latitude plus proches du pole ont le jour plus grand, chaque point ayant à parcourir une plus grande partie de ces cercles pour venir depuis la partie occidentale de l'horiſon juſques en l'orientale.

III.

Cette propoſition peut auſſi ſervir pour entendre cet horloge univerſel qu'on nomme analemme rectiligne, dans lequel les rayons des ſignes repréſentent le bord de l'illumination pour différens tems.

THEOREME VII.

Les pays ſous un même méridien, qui ont une plus grande latitude du côté du pole apparent, ſont plutôt éclairés en été.

Pl. 38, fig. 42. QUe les points A & C ſoient les poles de la terre ABC, & BD l'équateur. Que le ſoleil parcoure EF un parallele d'été. Que H & G ſoient deux pays ſitués ſous le même méridien, & que leurs horiſons ſoient IK & NM. Suppoſons que le ſoleil eſt en R, & qu'il répond perpendiculairement au point O de l'horiſon NM, qui appartient au point G, c'eſt-à-dire, qui eſt l'horiſon du zenith G.

Démonſtration.

L'illumination ſera GS, & le point H eſt encore

dans l'ombre. Donc le pays, dont la latitude eſt G, verra plûtôt lever le ſoleil que celui qui eſt ſitué en H, & par conſéquent le pays qui a une plus grande latitude ſera plutôt éclairé en été. Le contraire arrivera quand le ſoleil parcourera les paralleles d'hyver.

THEOREME VIII.

Quand le ſoleil eſt dans le plan d'un cercle horaire, le bord de l'illumination paſſe par un point de l'équateur, qui en eſt éloigné de 6 heures.

QUe le ſoleil réponde au point B du cercle horaire ABC; je dis que FG, qui eſt le bord de l'illumination, coupe l'équateur ED dans le point D, éloigné de 6 heures du point E; de ſorte que l'arc ED eſt de 6 heures, ou de 90 degrés. Pl. 38, fig. 43.

Démonſtration.

Quand le ſoleil eſt dans le plan d'un grand cercle, l'illumination parvient juſqu'à ſon pole. Or eſt-il que le pole du cercle horaire ABC eſt dans l'équateur; car puiſqu'il paſſe par les poles A & C de l'équateur, l'équateur paſſera auſſi par les ſiens, ſelon ce qu'a démontré Théodoſe; & puiſque le pole eſt éloigné de 90 degrés du grand cercle, duquel il eſt pole, ce ne peut être un autre point que D. Donc le bord de l'illumination paſſe par le point D.

THEOREME IX.

La différence des heures marquées par le bord de l'illumination dans l'équateur, & dans un cercle de latitude, montre combien le ſoleil ſe leve dans cette latitude devant ou après 6 heures.

Pl. 39, fig. 44. QU'on propoſe deux pays, l'un dans l'équateur qui ſoit A, & l'autre dans un cercle de latitude, qui ſoit B, & tous deux dans le même méridien. Que le ſoleil étant en C, le bord de l'illumination BFD coupe le cercle de latitude au point B, & l'équateur au point F en deux divers cercles horaires ABE, EFH; de ſorte que la diſtance de ces cercles horaires ſoit l'arc AF. Je dis qu'elle eſt égale à l'arc IK, qui montre combien le ſoleil ſe leve devant 6 heures dans le cercle de latitude BG: ſuppoſé que le point C eſt un point de l'horiſon duquel B eſt le zenith.

Démonſtration.

Le ſoleil étant dans le point C de l'horiſon, ſon pole ou zenith B ſera éclairé; & parce que nous ſuppoſons que le ſoleil a quelque déclinaiſon, le bord de l'illumination déclinera du méridien, par théorême 6. Que le cercle HIE ſoit celui de 6 heures, l'arc IA ſera un quart de cercle & l'arc KF ſera auſſi par la précédente un quart de cercle, & ôtant l'arc IF, qui leur eſt commun, il reſtera les arcs IK & FA égaux; ce qui confirme la propoſition où nous avons trouvé la grandeur du jour dans chaque cercle de latitude.

THEOREME X.

Si l'on diviſe un cercle de latitude en 24 parties égales, en commençant à quelque pays, le bord de l'illumination du lever y montrera les heures babyloniennes pour le même pays, & celui du coucher les italiennes.

QU'on popoſe le cercle de latitude AB, & qu'on le diviſe en 24 parties égales, à commencer du point A, qui repréſente le pays qu'on aura déterminé, auquel on pourra donner le chiffre 0, ou 24, & au point ſuivant vers le couchant, on marquera 1, puis 2, 3, 4, &c. Si l'on met le lieu du ſoleil au zenith du globe, de ſorte que l'horiſon ſoit le cercle de l'illumination, je dis que ſa partie occidentale (laquelle je devrois nommer du lever, puiſqu'elle marque les pays à l'égard deſquels le ſoleil ſe leve) montrera l'heure babylonienne, & ſa partie orientale montrera l'heure italienne à l'egard du lieu A. Pl. 39, fig. 45.

Démonſtration.

Le globe étant diſpoſé ſelon la déclinaiſon du ſoleil, quand le point A ſe trouve en la partie occidentale de l'horiſon, c'eſt-à-dire, du bord de l'illumination, le ſoleil ſe leve à l'égard de ce même point A: donc il eſt 24 heures babyloniennes au pays A. Et parce que le bord de l'illumination parcourt uniformément ce parallele, de ſorte qu'il retourne au même point dans 24 heures, il ſe retirera d'une vingt-quatrieme partie. Donc ſi nous pouvions voir comment la terre eſt éclairée, le bord de l'illumination montreroit vé-

ritablement les heures babyloniennes, & s'éloigneroit du point A de 15 degrés à chaque heure. J'en dis de même du bord du coucher; car le ſoleil ſe couche à l'egard du point A, quand ce point A arrive au point oriental de l'illumination, & il eſt pour lors 24 heures, ſelon la maniere de compter les heures en Italie. Et parce que le même bord parcourt uniformément le parallele, ils s'éloignera pareillement de 15 degrés par heure.

Nous devons à M. de R** ces principes de géographie.

DES ETOILES.

On diſtingue deux ſortes d'étoiles : les étoiles fixes & les planetes. Les étoiles fixes ſont celles qui gardent toujours entr'elles la même ſituation & la même diſtance, quoiqu'elles nous paroiſſent chaque jour tourner autour de la terre d'orient en occident. Les planetes ſont des étoiles qui changent à tout moment de ſituation & de diſtance, tant à l'égard d'elles-mêmes, qu'à l'égard des étoiles fixes.

DES PLANETES.

On a toujours compté ſept planetes, ſçavoir, la lune, venus, mercure, le ſoleil, mars, jupiter & ſaturne. On leur a donné cet ordre, parce que la lune étant la plus proche de la terre, venus vient après, mercure enſuite, & ainſi des autres, juſqu'à ſaturne, qui eſt le plus éloigné.

La plupart des nouveaux philoſophes ne reconnoiſſent point ce même nombre des planetes. Ils prennent le ſoleil pour une étoile fixe, qui eſt au centre de ce qu'ils appellent *tourbillon* du

ſoleil, & autour duquel tournent les autres planetes. Ils placent mercure auprès du ſoleil, enſuite venus, puis la terre, mars, jupiter & ſaturne. Pour ce qui eſt de la lune, ils la mettent au nombre de ce qu'ils ont nommé *ſatellites*. Par le nom de ſatellite, ils entendent une étoile qui tourne autour d'une planete. Les lunettes de longue vue en ont fait découvrir quatre qui accompagnent jupiter, & cinq qui accompagnent ſaturne. On a encore découvert un anneau autour de ſaturne.

Les planetes font leur mouvement dans le zodiaque, elles s'écartent de l'écliptique, les unes plus, les autres moins, tantôt vers le midi, tantôt vers le ſeptentrion. Il n'y a que le ſoleil, ou plûtôt la terre, qui prenne invariablement ſa route ſur l'écliptique.

DU SOLEIL.

Le ſoleil paroît beaucoup plus grand que les autres étoiles, ſa chaleur eſt très-ſenſible, principalement lorſqu'il donne à plomb ſur quelque lieu, comme il eſt évident dans cette partie ſeptentrionale du monde, où le ſoleil ſe fait beaucoup plus ſentir en été, quand il eſt vers le tropique de l'écreviſſe, qu'en hyver, quand il eſt vers le tropique du capricorne. Cependant le ſoleil en été eſt bien plus éloigné de la terre, qu'en hyver. On prétend que le ſoleil au commencement de l'hyver eſt plus proche de la terre qu'en été, de 748 demi-diametres terreſtres; ce qui feroit plus d'un million de lieues communes de France. Et ſi ſa chaleur eſt plus forte en été, c'eſt qu'elle donne plus à plomb, & que l'atmoſphere détourne moins de rayons.

La lumiere du ſoleil eſt fort vive : de-là on pourroit conjécturer qu'il eſt compoſé d'un liquide qui eſt dans un mouvement continuel, & que ce liquide fournit une matiere qui n'eſt autre choſe que la lumiere même, qui ſe répand inceſſamment dans l'univers. Voyez la diſſertation de M. de Mairan ſur les phoſphores, & ce qui en a été dit ſur la fin de l'optique, tom. I, pag. 457.

*Dominique. M. * Caſſini a découvert en 1683 autour du ſoleil une lumiere qui ne paroît que dans le tems des crépuſcules, & qui l'accompagne apparemment toujours. On voit un mois avant & après l'équinoxe de mars, lorſque le ſoleil eſt couché, & le crépuſcule fini, une certaine lumiere blanchâtre, qui reſſemble à une queue de comete. On la voit avant le lever du ſoleil, & après le crépuſcule vers l'équinoxe de ſeptembre ; & vers le ſolſtice d'hyver, on la voit ſoir & matin : hors de ces tems-là on ne l'apperçoit point.

Les éclipſes de ſoleil ne font plus ſur les eſprits les impreſſions funeſtes qu'elles faiſoient autrefois. On ſçait à préſent que l'éclipſe du ſoleil n'eſt autre choſe que l'ombre de la lune, qui paſſant entre le ſoleil & la terre, nous cache la lumiere du ſoleil. Il arrive ſouvent que le ſoleil n'eſt éclipſé qu'en partie ; il eſt rare qu'il le ſoit tout entier ; quand l'éclipſe même eſt totale, ce n'eſt que pour une partie de la terre. L'éclipſe eſt plus ou moins grande dans les différens lieux, & on ne la voit pas à la même heure dans les endroits qui ne ſont pas ſous le même méridien. Quoique l'éclipſe paroiſſe en quelques endroits de la terre, il y en a d'autres où elle ne paroît pas.

Pendant la plus grande obſcurité de l'éclipſe, lorſqu'elle eſt conſidérable, on diſtingue à la vue,

quoïque foiblement, la planete de mercure, & l'on apperçoit celle de venus qui paroît très-claire, non-ſeulement dans le fort de l'éclipſe, mais encore quelque tems avant & après la plus grande obſcurité.

Au tems de la plus grande obſcurité, lorſque l'éclipſe eſt totale, on voit autour du ſoleil entierement éclipſé un cercle lumineux de couleur d'argent, large de la douzieme partie du diametre de ſon diſque apparent: ce cercle s'efface dès que la plus petite partie du ſoleil recommence à briller; il paroît plus vif vers les bords de la lune, & va toujours en diminuant de vivacité. On eſt d'abord porté à croire que ce cercle lumineux eſt cette lumiere que M. Caſſini a obſervé le premier ſur le zodiaque avant le crépuſcule du matin, & après celui du ſoir. On pourroit auſſi conjecturer qu'il eſt cauſé par une atmoſphere de la lune, qui rompant une partie des rayons du ſoleil, les envoie vers la terre. Enfin on peut dire que quoiqu'il n'y ait point d'atmoſphere autour du globe de la lune, les rayons de lumiere ſont néanmoins *fléchis* & modifiés de la même maniere que s'il y en avoit une: car il eſt conſtant que les rayons lumineux, qui ne paroiſſent capables que de réflexion ou de réfraction, le ſont encore d'une troiſieme ſorte qu'on peut appeller *infraction* ou *diffraction*. Si, par exemple, un rayon eſt tangent d'un globe opaque, comme de bois ou de métal, autour duquel on ne peut ſuppoſer d'atmoſphere, ce rayon après l'attouchement, ne continue point ſa route en ligne droite; mais il ſe détourne, & parvient juſqu'à l'œil, que l'on ſuppoſe être placé de l'autre côté du globe opaque, & vis-à-vis de ſon centre apparent. Cette

infraction ſeroit peut-être encore plus ſenſible, ſi le globe opaque n'étoit point poli. Voyez les mémoires de l'académie royale des ſciences, année 1715.

Pendant l'éclipſe totale, l'obſcurité eſt ſi grande qu'on voit les étoiles, comme dans une pleine nuit: on ne peut lire ſans bougie, on ne ſe reconnoît pas même à quelques pas: les oiſeaux, & les chauve-ſouris cherchent leurs retraites comme au commencement de la nuit; les animaux qui ſont à la campagne paroiſſent épouvantés; les fleurs ſe reſſerrent; la roſée tombe, la chaleur diminue, & l'on ſent de la fraîcheur. Quelques-uns de ces phénomenes arrivent lors même que l'éclipſe n'eſt point entierement totale.

PROBLEME XLV.

Obſerver un éclipſe de ſoleil.

QUand on veut obſerver l'éclipſe, on peut ſe ſervir commodément d'une lunette de ſept, de huit, ou de neuf pieds de longueur; on attache à la lunette du côté de l'oculaire un ſupport, qui porte une planchette, qu'on met à la diſtance d'environ deux pieds de l'oculaire. * Cette planchette doit être perpendiculaire à l'axe de la lunette, & l'on colle deſſus un papier blanc qui regarde l'oculaire. On ſe place dans une chambre obſcure, où l'on a laiſſé une ouverture pour placer l'objectif de la lunette. On fait paſſer au travers de la lunette l'image du ſoleil, qui va ſe peindre ſur le papier blanc de la planchette. On

* Cette diſtance eſt plus ou moins grande; mais l'image du ſoleil y doit être repréſentée ſuffiſamment grande, bien éclairée, & nettement terminée en ſa circonférence.

diviſe l'image du ſoleil en douze cercles concentriques, placés à égale diſtance l'un de l'autre: le cercle extérieur doit comprendre exactement l'image du ſoleil, & les intérieurs, diviſant le diametre du grand cercle en 24 parties égales, ſervent à marquer les doigts & demi-doigts. Il eſt bon d'ajuſter un micrometre à cette lunette ou à une autre: ce micrometre ſert à obſerver immédiatement la quantité de la partie du ſoleil éclipſée.

Avec ces précautions, il faut encore en avoir une autre, qui eſt de régler une pendule la veille & le jour même de l'éclipſe par les hauteurs du ſoleil, ou de quelque étoile. Toutes ces préparations etant faites, on remarque l'inſtant où l'éclipſe commence, & où elle finit: on obſerve par ce moyen ſa durée & ſes différens degrés.

Sans taut d'apprêt on peut ſe ſervir d'un verre noirci à la fumée de la chandelle, avec lequel on regarde l'éclipſe. Il eſt à propos que le verre ſoit également noirci dans ſa ſurface: on peut le faire double, enfermant la ſurface noircie entre les deux verres, qu'on attachera avec une petite bande de papier collée ſur les bords entre les deux verres. On colera ces morceaux de verre avec un maſtic fait de mine de plomb rouge, broyé avec de l'huile de lin. Ce maſtic ſeche en peu de tems.

Des taches du ſoleil.

Les teleſcopes ont fait découvrir aux aſtronomes des phénomenes ſolaires inconnus aux anciens. Scheiner fit le premier cette obſervation en 1611. Depuis ce tems-là divers aſtronomes on fait pluſieurs obſervations. Voici à peu près ce qu'ils ont dit de plus curieux ſur cette matiere. Ces taches, qui paroiſſent être for-

mées de vapeurs qui ſortent du ſoleil, comme les nuées ſont formées des vapeurs qui s'exhalent de la terre, ſont vraiſemblablement ſur le diſque même du ſoleil, ou fort près de ſa ſuperficie. Leur denſité eſt fort inégale; car il y en a qui ſont plus compactes que les autres, & la figure des unes eſt fort irréguliere, & ſujette à un changement ſubit; les autres ſemblent avoir plus de ſolidité; elles paroiſſent noires & ſe conſervent plus long-tems; quelques-unes tournent autour du ſoleil; & après les avoir vu diſparoître de l'hémiſphere viſible, elles commencent à reparoître du côté oppoſé à celui auquel on les avoit perdu de vue. Celles-ci, qui paroiſſent être d'une ſubſtance aſſez rare, & n'avoir aucune ſolidité, durent quelquefois autant que les plus ſolides, & font le tour du ſoleil. On remarque qu'une tache ſe diviſe en pluſieurs autres qui ne s'écartent pas beaucoup les unes des autres, & dont quelques-unes ſe réuniſſent pour n'en compoſer qu'une ſeule. Il en paroît d'autres, qui n'ayant point été remarquées auparavant, ſemblent naître de la ſubſtance du ſoleil; elles s'évanouiſſent peu après, & ſe replongent, pour ainſi dire, dans le diſque du ſoleil. Il arrive quelquefois qu'on remarque des taches pendant pluſieurs jours de ſuite, tantôt en grand nombre, tantôt en petit nombre. Il arrive auſſi qu'on eſt un tems conſidérable ſans en obſerver. Leur plus longue durée ne va pas cependant à quarante jours.

Pour obſerver les taches du ſoleil, on ferme exactement tous les volets d'une chambre. On fait à celui qui eſt le plus expoſé au ſoleil, une ouverture de la grandeur d'un écu, où l'on met un verre convexe, & vis-à-vis un carton blanc; de ſorte

que les rayons du ſoleil paſſent à travers le verre, peignent ſon image ſur le carton. Alors on remarque les taches, s'il y en a.

Le mouvement des taches a fait connoître que le ſoleil tournoit ſur l'axe de ſon équateur de la partie orientale du diſque du ſoleil vers la partie occidentale; qu'il avoit un écliptique, dont les poles tournoient autour des poles d'un équateur. On a même eu la hardieſſe de déterminer l'angle que fait l'équateur du ſoleil ſur ſon écliptique, que l'on aſſure être de ſept dégres & demi. Les taches du ſoleil ne paroiſſent point ſur toute ſa ſurface; elles ſuivent ſon équateur; elles ſont preſque toutes dans ſa partie méridionale: & il eſt très-rare d'en voir dans ſa partie ſeptentrionale.

Le ſoleil, qui réellement tourne ſur ſon centre en 25 jours, ne paroît cependant tourner qu'en 27 jours & demi; ſon diametre eſt cent fois plus grand que celui de la terre; ſon globe eſt un million de fois plus gros que la terre. Le ſoleil dans ſon apogée, c'eſt-à-dire, dans ſa plus grande diſtance de la terre, eſt éloigné de la terre de 11187 diametres terreſtres, & ſon diametre eſt vu alors ſous un angle de 31′ 38″. Dans ſon périgée, c'eſt-à-dire dans ſa moindre diſtance, il en eſt éloigné de 10813 de ces mêmes diametres, & ſon diametre eſt vu pour lors ſous un angle de 32′ 44″. Enfin dans ſa moyenne diſtance, il en eſt éloigné de 11000 des mêmes diametres, * & alors ſon diametre eſt vu ſous un angle de 32′ 11″.

* M. de la Hire, dans les tables aſtronomiques, p. 6, dit que le ſoleil eſt éloigné de la terre de 34377 demi-diametres terreſtres; ce qui fait connoître que le ſoleil eſt bien plus éloigné que nous ne l'avons dit, en ſuivant les obſervations de Meſſieurs Caſſini, Maraldi & Hughens.

DE MERCURE.

Mercure eſt la plus petite de toutes les planetes; elle paroît ſe mouvoir autour du ſoleil, dont elle ne s'éloigne que d'environ 28 degrés: elle eſt preſque toujours perdue dans ſes rayons. C'eſt ce qui fait qu'on ne ſçait point la durée de ſes jours, quoiqu'on ne puiſſe douter qu'elle ne tourne ſur ſon centre: on croit cependant qu'elle fait ce mouvement ſur elle-même en ſix heures.

On diſtingue dans mercure les mêmes phaſes que dans la lune; mais il a deux ſortes de conjonctions, l'une ſupérieure, l'autre inférieure. Lorſque mercure approche de ſa conjonction ſupérieure, il paroît preſque plein; mais lorſqu'il eſt dans ſa conjonction inférieure, il eſt obſcurci & ſemblable à la lune quand elle eſt nouvelle. Il paroît en croiſſant lorſqu'il eſt occidental, & en décours quand il eſt oriental.

Mercure acheve ſon cercle autour du ſoleil en deux mois & vingt-huit jours; ſon diametre eſt à celui de la terre comme 41 à 100, & ſa ſolidité eſt à peu près à celle de la terre comme 69 à 1000, c'eſt-à-dire, que le globe de la terre eſt environ quatorze fois plus gros que celui de mercure. La moyenne diſtance de mercure à la terre eſt d'environ 11880 diametres terreſtres, la terre étant elle-même dans ſa moyenne diſtance du ſoleil. Il eſt éloigné du ſoleil de 4257 des mêmes diametres terreſtres.

DE VENUS.

La planete de venus eſt fort brillante; c'eſt elle qui devançant le lever du ſoleil, porte le nom

de

de Lucifer, & qui paroiſſant la premiere de toutes les étoiles après le ſoleil couché, eſt connu ſous le nom d'étoile du berger. Elle s'éloigne du ſoleil d'environ 48 degrés. Les mêmes phaſes, que nous avons dit arriver à mercure, & qui ſont très-ſenſibles à l'égard de la lune, arrivent à vénus. Elle paroît être conjointe au ſoleil, enſorte qu'elle eſt cachée par le ſoleil, & qu'elle cache auſſi le ſoleil. Pendant ces deux conjonctions elle ſe perd dans les rayons du ſoleil, où elle reſte plongée pendant quelque tems. Avant & après ces mêmes conjonctions, on remarque qu'elle a un croiſſant & qu'elle eſt en décours. Cette planete eſt opaque & ſphérique, comme celle de mercure, puiſqu'elles refléchiſſent les rayons du ſoleil, & qu'elles paroiſſent ſous une figure ronde.

On conjecture que vénus tourne ſur elle-même, & qu'elle acheve ce tour à peu près en 15 heures. Ainſi les jours ſeroient chacun d'environ 15 heures, comme ceux de mercure ſeroient preſque de ſix heures. Elle tourne auſſi autour du ſoleil en ſept mois quatorze jours & ſept heures. ſon diametre eſt à celui de la terre comme 49 à 50, & ſa ſolidité eſt à la ſolidité de la terre comme 9411 à 10000, c'eſt-à-dire, que le globe de vénus ſeroit quelque peu moindre que celui de la terre, quoique quelques-uns diſent qu'il eſt quarante-trois fois plus gros que la terre, & que d'autres prétendent qu'il eſt vingt-huit fois, ou même trente-ſept fois plus petit que la terre. La plus grande diſtance de vénus à la terre, lorſqu'elle eſt auſſi dans ſa moyenne diſtance du ſoleil, eſt de 19008 diametres terreſtres, & ſa plus petite diſtance de 3102 des mêmes diametres. Vénus eſt éloigné du ſoleil de 7953 diametres terreſtres.

DE LA TERRE.

On dira ici peu de choſes de la terre, on en a beaucoup parlé dans les problêmes précédens : on ajoutera ſeulement qu'elle eſt éloignée du ſoleil dans ſa moyenne diſtance de 11000 de ſes diametres. Voyez ce qu'on a dit de ſes autres diſtances dans l'article du ſoleil.

Suivant le ſyſtême de Copernic, la terre auroit deux mouvemens, l'un ſur ſon centre en 24 heures, d'occident en orient, & l'autre autour du ſoleil, qu'elle acheveroit en 365 jours & quelques heures. Ces deux mouvemens ſuppléeroient aux mouvemens du ſoleil & des étoiles, qui ſont ſi énormes, s'ils ſont véritables, qu'il faut que le ſoleil faſſe près de deux mille trois cens lieues en une ſeconde, qui eſt le tems d'un battement d'artere, & que les étoiles qui ſont dans l'équateur, parcourent en un jour trois cens millions de lieues.

DE LA LUNE.

La lune accompagne la terre dans ſon tourbillon ; elle paroît de deſſus la terre le plus grand & le plus lumineux de tous les aſtres après le ſoleil. On ſçait pourtant qu'elle n'eſt point lumineuſe par elle-même, & qu'elle emprunte du ſoleil tout ce qu'elle a de lumiere. Ses phaſes ſont apperçues de tout le monde. Etant conjointe au ſoleil, elle eſt cachée dans ſes rayons, & nous ne la voyons point. Quelque temps après ſa conjonction, elle paroît du côté de l'orient avec un croiſſant, dont les cornes ſont opposées au ſoleil ;

noms des taches de la Lune
Fig. 34

1. Grimaldus
2. Galileus
3. Aristarchus
4. Keplerus
5. Gassendus
6. Schikardus
7. Harpatus
8. Heraclides
9. Lansbergius
10. Reinoldus
11. Copernicus
12. Helicon
13. Capuanus
14. Bullialdus

15. Eralosthenes
16. Timocharis
17. Plato
18. Archimedes
19. Insula sinus Medii
20. Pitatus
21. Tycho
22. Eudoxus
23. Arislotes
24. Manilius
25. Menelaus
26. Hermes
27. Possidonius

28. Dionysius
29. Plinius
30. Catharina Cyril tus, Theophilus
31. Fracastorius
32. Promontorium
33. Messala
34. Promontorium Semiiii
35. Proclus
36. Cleomedes
37. Snellius et Furnerius

28 Petavius
39 Langrenus
40 Taruntius
A. Mare Humorum
B. Mare Nubium
C. Mare Imbrium
D. Mare Nectaris
E. Mare Tranquillitatis
F. Mare Serenetatis
G. Mare Fœcunditatis
H. Mare Crisium

De Berey fils fecit

puis en s'éloignant du ſoleil, ſes cornes s'empliſſent peu à peu, & elle ſe fait voir à demi pleine. Enſuite paſſant inſenſiblement par pluſieurs degrés de lumiere qui vont en augmentant, elle paroît entierement pleine, lorſqu'elle eſt diamétralement oppoſée au ſoleil. Enfin décroiſſant dans le même eſpace de tems qu'elle a mis à croître, elle paſſe par les mêmes phaſes, avec cette différence, que ſes cornes dans ſon décours, étant encore oppoſées au ſoleil, ſon tournées vers l'occident; après quoi elle ſe replonge dans les rayons du ſoleil; d'où ſortant elle paroît ſous les mêmes figures où elle a parû auparavant.

Ces divers changemens, qui s'achevent en moins d'un mois, nous font connoître qu'elle décrit un cercle autour de la terre : ce cercle, ou plutôt cette ellipſe eſt fort irréguliere.

La ſimple vue ſuffit pour nous faire appercevoir ſur le diſque de la lune des taches qui pourroient bien n'être que l'ombre de quelques grandes montagnes, puiſque ces taches ſont plus ou moins apparentes, ſelon que la lune eſt plus près ou plus éloignée du ſoleil; elles diſparoiſſent même dans la pleine lune, principalement vers le milieu du diſque. D'ailleurs elles paroiſſent depuis la nouvelle lune juſqu'à la pleine lune, vers le bord oriental du diſque de la lune, & vers ſon bord occcidental, depuis la pleine lune juſqu'à la nouvelle lune.

Les lunettes d'approche ont fait découvrir d'autres particularités. Lorſque la lune eſt vers ſon premier quartier, ſi on regarde avec une lunette d'approche cette ligne, qui à la vue ſimple ſépare la partie ténébreuſe d'avec la lumineuſe, ce n'eſt pas une ligne droite qu'on apper-

çoit, c'eſt une dentelure, où le lumineux s'engraine, pour ainſi dire, avec le ténébreux; ce qui marque aſſez manifeſtement qu'il y a des montagnes très-hautes, qui étant éclairées dans la partie ténébreuſe, ne renvoyent point aſſez de lumiere pour être apperçues ſans lunette. Quatre jours même après la nouvelle lune, on remarque des endroits éclairés dans la partie orientale, qui eſt pour lors obſcure; & dans le décours de la lune on obſerve que dans la partie occidentale, qui eſt pour lors obſcure, il y a des endroits qui ſont encore éclairés. Il ſuit de-là qu'il y a ſur le diſque de la lune des parties plus élevées, qui reçoivent plutôt la lumiere du ſoleil, & d'autres qui la quittent plus tard.

Quand la lune eſt dans ſon plein, on diſtingue alors ſur ſon diſque des endroits qui ſont plus lumineux les uns que les autres, & d'autres qui ſont plus obſcurs: & comme la lune préſente toujours à la terre une même face, & que ces endroits ne ſont pas ſujets à des changemens conſidérables, les aſtronomes ont jugé à propos de leur donner des noms, afin de s'entendre ſur-tout dans les éclipſes de lune. La géographie de la lune, ou plutôt la *ſenelographie*, eſt à préſent parfaitement connue. Les ſçavans y ont leurs ſeigneuries; on les reconnoîtra dans la deſcription que nous allons donner des endroits les plus conſidérables de la lune. Les chiffres & les lettres ſerviront à les faire reconnoître ſur la figure du diſque de la lune, telle que Meſſieurs de l'obſervatoire l'ont décrite.

Pl. 40, fig. 34.

1	Grimaldi.	22	Eudoxus.
2	Galilée.	23	Ariſtote.
3	Ariſtarque.	24	Manilius.
4	Kepler.	25	Menelaüs.
5	Gaſſendi.	26	Hermès.
6	Schickard.	27	Poſſidonius.
7	Harpalus.	28	Dioniſius.
8	Heraclides.	29	Pline.
9	Landsberge.	30	Catharina, Cyrillus, Theophilus.
10	Rheinoldus.	31	Fracaſtor.
11	Copernic.	32	Promontoire aigu.
12	Helicon.	33	Meſſala.
13	Capuanus.	34	Promontoire du Songe.
14	Bouillaud.	35	Proclus.
15	Eratoſthenes.	36	Cleomedes.
16	Tymocharis.	37	Snellius & Furnerius.
17	Platon.	38	Petau.
18	Archimedes.	39	Langrenus.
19	L'iſle du Sinus moyen.	40	Tarunius.
20	Pitatus.		
21	Tycon.		

A. La mer des humeurs.
B. La mer des nues.
C. La mer des pluies.
D. La mer de nectar.
E. La mer de tranquillité.
F. La mer de ſérénité.
G. La mer de fécondité.
H. La mer des criſes.

On eſt porté à croire que toutes ces taches ſont formés par des montagnes, par des vallées, par des lacs, par des mers, par des puits, par des

abimes. Cependant on n'a point encore démontré qu'il y ait un atmoſphere autour de la lune. Voyez la pluralité des mondes par M. de Fontenelle, & les mémoires de l'académie royale des ſciences, principalement ceux de 1715.

PROBLEME XLVI.

Obſerver l'éclipſe de la lune.

1°. IL faut avoir une pendule que l'on réglera par le moyen du ſoleil, ou par la hauteur de quelque étoile fixe, comme on a dit pour l'éclipſe du ſoleil.

2° On aura une lunette garnie d'un bon micrometre : on dirigera cette lunette vers la lune, & on remarquera avec préciſion l'inſtant auquel le bord de la lune commencera à perdre ſa rondeur ; ce ſera le commencement de l'éclipſe.

3°. On obſervera le moment où la ſection de l'ombre abordera les taches de la lune, que l'on connoîtra par la ſelenographie qu'on a miſe ci-deſſus.

4°. On remarquera le moment où l'ombre quittera abſolument la lune, ce ſera la fin de l'éclipſe.

5°. Si on ôte le commencement de la fin de l'éclipſe, on aura ſa durée ; & l'on connoîtra ſa moitié, en prenant la moitié de ſa durée.

6°. Enfin le micrometre doit ſervir à obſerver la grandeur du diametre obſcurci de la lune.

Il eſt à remarquer qu'il eſt quelquefois difficile d'avoir avec juſteſſe la fin de l'éclipſe, à cauſe de la pénombre qui eſt cauſée par l'atmoſphere de la terre. Les rayons du ſoleil, en paſſant par cette

atmoſphere, ſe briſent, & vont faire une couleur rougeâtre ſur les bords de la lune.

La lune tourne autour de la terre en 27 jours 8 heures, & elle met ce même tems à tourner ſur ſon centre. C'eſt ce qui fait qu'elle ne nous paroît point tourner ſur elle-même. Mais elle ne rejoint le ſoleil que 29 jours 1 heure 44 minutes, après l'avoir quitté. Elle ne s'éloigne de l'écliptique que d'environ cinq degrés. Sa plus grande diſtance à la terre eſt de 30 $\frac{11}{19}$ diametres terreſtres, ſa moyenne eſt de 28 de ces diametres, & ſa plus petite eſt de 25 & demi des mêmes diametres.

Le diametre de la lune eſt à celui de la terre comme 27 à 100, & ſa ſolidité eſt à celle de la terre, à peu près comme 197 à 10000, c'eſt-à-dire, que la terre eſt plus de cinquante fois plus groſſe que la lune.

DE MARS.

Mars paroît d'une couleur rouge, qui ne peut venir que de la lumiere réfléchie du ſoleil. On remarque ſur ſon diſque une tache conſidérable, qui change de figure ſuivant l'aſpect qu'elle a avec la terre, & que l'on perd de vue pendant quelque tems. On y voit auſſi des endroits qui ſemblent quelquefois éclairés, & qui ſont quelquefois plus obſcurs. Cette planete a ſes phaſes comme la lune, elle embraſſe la terre dans ſon orbite : c'eſt ce qui fait qu'elle ſe trouve en oppoſition au ſoleil; ce qui n'arrive point à mercure, ni à vénus.

On ne doute point que mars ne tourne ſur ſon centre, & l'on croit qu'il acheve ce tour en 24 heures 40 minutes : ſes jours par conſéquent ſont

quelque peu plus longs que les nôtres. Il tourne autour du ſoleil en un an dix mois vingt-un jours & dix-huit heures. Son diametre eſt à celui de la terre, comme 27 à 50, & ſa ſolidité eſt à celle de la terre comme 787 eſt à 5000. D'où il ſuit que le globe de mars eſt environ ſept fois plus petit que celui de la terre. Il eſt éloigné du ſoleil de 16764 diametres de la terre. Sa plus grande diſtance de la terre eſt de 29489 diametres terreſtres, & ſa plus petite diſtance de la terre eſt de 4011 des mêmes diametres.

DE JUPITER.

Jupiter, dont le globe paroît un peu ovale, a un brillant aſſez ſemblable à celui de vénus, quoiqu'il ne ſoit pas ſi étincellant : ſa couleur tient du milieu entre la couleur de l'or & celle de l'argent. Il reçoit cette lumiere du ſoleil, comme les autres planetes. On a obſervé deux ſortes de taches ſur jupiter, les unes ſont fixes & permanentes, les autres ſont ſujettes à divers changemens : celles-ci reſſemblent à des bandes qui l'entoureroient; quelquefois on n'en voit qu'une, quelquefois on en remarque deux, quelquefois un plus grand nombre; elles paroiſſent tantôt droites, tantôt recourbées vers un côté ou vers un autre; mais elles ſont toujours paralleles entr'elles. Ces bandes prennent différentes ſituations ſur la ſurface de jupiter; elles n'ont pas toujours la même largeur, & ne gardent pas toujours la même diſtance entr'elles. En certain tems elles s'élargiſſent; en d'autres elles s'étréciſſent, elles ſe ſéparent, puis elles ſe confondent, il s'en forme de nouvelles en divers endroits, & il s'en efface. Ces changemens ſont

plus conſidérables, que ſi l'océan inondoit toute la terre ferme, & laiſſoit en ſa place de nouveaux continens. Cette planete eſt encore accompagnée de quatre ſatellites, dont on parlera dans la ſuite.

Une tache conſidérable de jupiter, fixe & paſſagere tout enſemble, a donné lieu à feu M. Caſſini, & depuis à M. Maraldi, de déterminer préciſément que la révolution de cette planete ſur ſon axe, eſt de 9 heures 56 minutes; ce qui nous fait connoître que les jours dans jupiter ſont d'environ 10 heures. Il eſt 11 ans 10 mois & 16 jours à tourner autour du ſoleil, dont il eſt éloigné de 57200 diametres terreſtres. Son diametre eſt à celui de la terre comme 259 à 25, & ſa ſolidité eſt à celle de la terre comme 11119346 à 10000. Le globe de jupiter eſt par conſéquent 1112 fois plus gros que celui de la terre. Sa plus grande diſtance de la terre eſt de 71459 diametres terreſtres: & ſa plus petite diſtance eſt de 43540 des mêmes diametres.

DES SATELITES DE JUPITER.

Les quatre ſatellites de jupiter font des révolutions autour de jupiter en des tems différens. On les trouvera dans la table ſuivante.

Révolution.		*Jours.*	*Heures.*	*Minutes.*
Du premier	en	1	18	29
Du ſecond	en	3	13	19
Du troiſieme	en	7	4	0
Du quatrieme	en	16	18	5

Il eſt vraiſemblable que les ſatellites de jupiter tournent ſur leur axe, par les obſervations qu'on a faites du retour des taches qui y ont été remarquées ; mais on n'en a point déterminé le tems.

Le premier ſatellite de jupiter, c'eſt-à-dire, celui qui en eſt plus proche, eſt éloigné du centre de cette planete de près de trois diametres de jupiter, le ſecond de quatre & demi, le troiſieme de plus de ſept, & le quatrieme en eſt éloigné de quelque peu moins de treize des mêmes diametres de jupiter, & le diametre de cette planete contient environ 29660 de nos lieues communes.

DE SATURNE.

Saturne ſemble avoir une couleur plombée. Il paroît ſphérique & ſous diverſes phaſes, comme les autres planetes. D'où il ſuit qu'il reçoit ſa lumiere du ſoleil, auſſi-bien qu'elles. Il a cinq ſatellites qui l'accompagnent, & de plus un merveilleux anneau, qui eſt une ſingularité unique dans tout le ciel connu. On y remarque auſſi quelques bandes, qui paroiſſent n'être que l'ombre de l'anneau, ou de quelqu'autre corps compris dans l'atmoſphere de ſaturne.

Il eſt très-probable que ſaturne tourne ſur ſon centre ; mais l'on n'a point encore déterminé en combien de temps il fait ce tour. Il a un mouvement autour du ſoleil, qu'il acheve en 29 ans, 5 mois, 5 jours & treize heures : ainſi ſon année eſt près de trente des nôtres, & il a des pays où une ſeule nuit dure quinze ans entiers, pendant que le jour dure dans les pays oppoſés, le même nombre d'années. Il eſt éloigné du ſoleil d'environ

11035 diametres terreſtres, c'eſt-à-dire, qu'il en eſt éloigné de près de 330 millions de lieues. Son diametre eſt à celui de la terre preſque comme 10 à 1, & par conſéquent la ſolidité eſt à celle de la terre comme 1000 à 1. D'où il ſuit que le globe de ſaturne eſt au moins mille fois plus grand que le globe de la terre. Sa plus grande diſtance de la terre eſt de 121935 diametres terreſtres, & ſa plus petite diſtance eſt de 87901 des mêmes diametres. Saturne ne s'éloige de l'écliptique que de deux degrés trente minutes.

REMARQUE.

Les planetes vues de la terre paroiſſent avoir des mouvemens fort extraordinaire; car quand on les a vu aller ſuivant l'ordre des ſignes, c'eſt-à-dire, d'occident en orient, on s'apperçoit qu'elles reſtent pendant quelque tems comme attachées à une même étoile, dont elle ne s'éloignent point; & quelquefois elles paroiſſent faire un mouvement contraire, & aller d'orient en occident; puis elles ſont ſtationnaires, enfin elles reprennent leur route ordinaire : elles vont d'occident en orient.

DES SATELLITES DE SATURNE.

Le mouvement propre de ces cinq ſatellites de ſaturne ſe fait de même que celui de toutes les planetes, ſuivant la ſuite des ſignes, en ſorte qu'ils paroiſſent dans la partie ſupérieure de leurs orbes qui eſt la plus éloignée de nous, aller de l'occident vers l'orient, & dans la partie inférieure qui eſt la plus proche, aller de l'orient vers

l'occident. Chacun de ces ſatellites fait ſa révolution autour de ſaturne en des tems différens, comme on le peut voir dans la table ſuivante.

Révolution.		*Jours.*	*Heures.*	*Minutes.*
Du premier	en	1	21	18
Du ſecond		2	17	41
Du troiſieme		4	12	25
Du quatrieme		15	22	41
Du cinquieme		79	7	47

La diſtance de ces ſatellites au centre de ſaturne, qui eſt très-petite à notre égard, à cauſe du prodigieux éloignement de cette planete, ne laiſſe pas d'être réellement fort grande ; car nous trouvons que le premier ſatellite eſt éloigné du centre de ſaturne de 43 demi-diametres de la terre, ou 64500 lieues, en donnant 1500 lieues au demi-diametre terreſtre. Le ſecond, de 83000 lieues, à peu près de même que la lune l'eſt de la terre, lorſqu'elle eſt près de ſon périgée. Le troiſieme en eſt éloigné de 116000 lieues. Le quatrieme, de 266000 lieues. Et le cinquieme, de près de 900000 lieues: ce qui ſurpaſſe neuf fois la diſtance de la lune à la terre.

Le quatrieme ſatellite eſt beaucoup plus gros en apparence que les autres ; ce qui donne la facilité de l'obſerver en tous tems, & même avec des lunettes dont le foyer n'excede pas 10 à 12 pieds. Le cinquieme paroît ſouvent plus gros que le troiſieme ; mais dans de certains tems il diminue de grandeur & de clarté, de ſorte qu'il ceſſe entierement de paroître.

REMARQUE.

On ſçait que les planetes qui tournent autour du ſoleil, obſervent entr'elles une certaine proportion découverte par Kepler, qui eſt telle que les quarrés des révolutions ſont comme les cubes de leurs diſtances au ſoleil, c'eſt-à-dire, que prenant le quarré du tems de chaque révolution, & tirant la racine cubique de ces quarrés, ces racines ſont entr'elles dans la même proportion que les diſtances. Ainſi lorſqu'on connoît le tems que les planetes mettent à faire leur révolution autour de leur centre, on connoît les rapports des diſtances qu'elle ont à ce centre. Saturne, par exemple, eſt 30 ans à faire ſon tour autour du ſoleil, & la terre eſt un an à faire ſon tour autour du ſoleil : pour ſçavoir le rapport de diſtance de ces deux planetes au ſoleil, quarrez en premier lieu ce nombre 30, il viendra 900, dont la racine cubique eſt preſque 10. Quarrez en ſecond lieu 1, le quarré eſt 1, & ſa racine cubique eſt auſſi 1 : De-là on connoît que la diſtance de la terre au ſoleil, eſt à la diſtance de ſaturne au ſoleil, à peu près comme 1 eſt à 10, c'eſt-à-dire, que ſaturne eſt dix fois plus éloigné du ſoleil que la terre.

Cette regle eſt générale pour tous les corps qui tournent autour d'un centre dans notre tourbillon, & elle s'eſt vérifiée par les obſervations qu'on a faites ſur les ſatellites de jupiter & ſur ceux de ſaturne. Voyez les mémoires de l'académie royale des ſciences, années 1714, 1715, 1716, & autres.

DE L'ANNEAU DE SATURNE.

Rien n'eſt plus capable d'exciter la curioſité des philoſophes & des aſtronomes, après la variété & le nombre des ſatellites de ſaturne, que cet anneau merveilleux qui environne cette planete. C'eſt un corps qui eſt rond, plat & mince; mais il forme diverſes apparences, ſuivant que notre œil eſt plus ou moins élevé ſur ſon plan.

Quand cet anneau, qui eſt large & fort mince, ne préſente à nos yeux que ſa ſurface étroite, il diſparoît, quoiqu'il ſoit éclairé du ſoleil. On le voit enſuite reparoître pendant quelques jours, après leſquels on le perd de vue pour la ſeconde fois. Il reſte inviſible pendant quatre ou cinq mois. Après ce tems on le voit reparoître de nouveau, & il augmente enſuite preſque continuellement pendant l'eſpace de ſept années, au bout deſquelles il paroît dans ſa plus grande largeur.

Dans le tems que cet anneau paroît le plus large, il a la figure d'une ellipſe, dont le grand diamétre eſt à peu près le double du petit; il ſe retrécit enſuite pendant l'eſpace de ſept années & demi, après leſquelles il diſparoît entierement. Il reprend enſuite ſa premiere forme, & renouvelle les mêmes phaſes deux fois dans l'eſpace de près de 30 années.

Cet anneau ſe tient ſuſpendu autour de ſaturne, dont il eſt entierement détaché, ſemblable à un cercle lumineux qui environneroit la terre, & dont le plan paſſeroit par le centre. Cette apparence, qui n'a point ſa pareille dans les corps céleſtes, a donné lieu de conjecturer que ce pouvoit être un amas de ſatellites, qui faiſoient leurs

révolutions autour de ſaturne, que leur grandeur eſt ſi petite, qu'on ne peut les appercevoir chacun ſéparément ; mais ils ſont en même tems ſi près l'un de l'autre, qu'on ne peut diſtinguer les intervalles qui ſont entr'eux, en ſorte qu'ils paroiſſent former un corps continu. Tous ces ſatellites doivent être compris dans l'atmoſphere de ſaturne, & entraînés par le mouvement qui fait tourner cette planete autour de ſon centre. Ils doivent auſſi donner à ſaturne un ſpectacle ſingulier & très-agréable. Ceux qui ſeront ſur l'horiſon, ſont pendant une nuit autant de lunes qui repréſentent des phaſes différentes ou des phaſes conduites par tous les degrés poſſibles, que nous ne voyons ici que ſucceſſivement dans la lune.

Cette anneau, ou cet amas de ſatellites, paroît ſous la forme d'un demi-cercle d'un bout à l'autre de l'horiſon, & renvoyant la lumiere du ſoleil, il fait l'effet d'une lumiere continue.

Il y a des tems où l'on n'apperçoit que deux corps lumineux à côté de ſaturne, & diamétralement oppoſés entr'eux. Dans le commencement qu'on les découvrit par la lunette, on les prit pour deux ſatellites immobiles, mais on reconnut dans la ſuite que c'étoit deux portions oppoſées de l'anneau, égales & ſemblables, qui ſont aux extrêmités d'un de ſes diametres prolongé ; c'eſt ce qu'on appelle les anſes de ſaturne, à cauſe de leur figure ; l'une diſparoît quelquefois, tandis que l'autre reſte viſible ; les deux anſes diſparoiſſent auſſi en certain tems : pour lors ils laiſſent voir ſaturne entierement rond. On les voit quelquefois diſparoître deux ou trois fois dans la même année, & on les voit reparoître autant de fois. Elles deviennent inviſibles, ou par le défaut de la

lumiere du ſoleil, ou parceque le plan de l'anneau prolongé paſſant par le centre de la terre, ne réfléchit point la lumiere du ſoleil vers nos yeux.

La circonférence extérieure de l'anneau eſt de plus de 18000 lieues au-deſſus de la ſurface de ſaturne; la largeur de l'anneau eſt de plus de 8000 lieues, & le vuide qui eſt entre la circonférence inférieure de l'anneau & la ſurface de ſaturne, comprend le même nombre de 8000 lieues. Si on veut avoir ces meſures avec plus de préciſion, on en fera le calcul, en ſuppoſant que le demi-diametre de l'anneau, à compter du centre de ſaturne, eſt à celui du globe de ſaturne, comme 9 eſt à 4; que l'eſpace compris entre la ſurface de ſaturne & l'extrêmité de l'anneau eſt 5; que la largeur de l'anneau tient la moitié de cet eſpace, c'eſt-à-dire, $2\frac{1}{2}$, qu'enfin le diametre de ſaturne eſt près de dix fois plus grand que celui de la terre, que l'on ſait être de 3863 lieues communes.

DES COMETES.

On apperçoit de tems en tems dans le ciel entre le cercle de mars & celui de vénus, des corps lumineux, qui après avoir été viſibles pendant quelque tems, diſparoiſſent dans la ſuite, ſans qu'on puiſſe les obſerver dans l'étendue de leur révolution; on leur a donné le nom de cometes. Elles ſont ſemblables aux planetes, en ce que paroiſſant tourner autour de la terre, elles ſont vues ſous une figure ſphérique, qui ſemble être ſolide & éclairée du ſoleil, c'eſt ce qu'on appelle la tête de la comete; mais elles ſont différentes des planetes par une ſorte d'illumination qui les accompagne,

accompagne, & à laquelle on les reconnoît. On a donné le nom de queue ou de barbe à cette eſpece d'illumination, ſelon que la comete, paroiſſant après le coucher du ſoleil ou avant ſon lever, laiſſe voir cette trace de lumiere du côté oppoſé au ſoleil. Elle occupe quelquefois dans le ciel un eſpace de plus de 60 degrés, & quelquefois elle ſe raccourcit de telle maniere qu'elle reſſemble à une chevelure qui enveloppe la tête de la comete.

Il y a des cometes, dont le diſque, vu par la lunette, paroît auſſi rond, auſſi net, & auſſi clair que celui de jupiter. Il y en a d'autres, dont le diſque paroît mal terminé & ſombre, comme les étoiles nébuleuſes le paroiſſent à la vue ſimple.

Quelques aſtronomes, comme Herclius, prétendent que les cometes ne ſont formées que des exhalaiſons ſorties du ſoleil & des planetes, & qu'elles ſont entierement ſemblables aux taches qu'on remarque ſur le diſque du ſoleil : ce ſentiment ne manque point de probabilité. Cependant on pourroit croire que les cometes ne ſont pas des corps formés de nouveau, mais que ce ſont des aſtres réguliers, qui décrivent des cercles prodigieuſement excentriques à la terre, & qui le ſont à tel point, que nous ne pouvons voir ces aſtres que dans une très-petite partie de leur révolution. Hors de-là, ils vont ſe perdre dans des eſpaces immenſes, où ils ſe dérobent à nos yeux & à nos lunettes, ſoit qu'ils demeurent dans notre tourbillon, ſoit qu'ils en ſortent, & qu'ils y reviennent enſuite. Quoi qu'il en ſoit, le mouvement des cometes ſera, dans ce ſiſtême, auſſi régulier que celui des planetes. Voyez Herclius dans ſon traité des cometes, M. Caſſini dans ſes obſervations

ſur les cometes, & les mémoires de l'académie royale des ſciences, année 1699 & autres.

Le tems de la révolution des cometes autour d'un centre, n'a pu encore être déterminé. Leur vîteſſe n'eſt point tout-à fait connue, & leur route eſt encore incertaine. Quelques aſtronomes cependant penſent qu'il y a des cometes qui ſe font voir de 46 ans en 46 ans, & d'autres de 34 ans en 34 ans. M. Caſſini a cru pouvoir aſſigner un zodiaque compris dans les conſtellations énoncées dans ces deux vers latins.

Antinous, Pegaſuſque, Andromeda, Taurus, Orion,
Procyon, atque Hydrus, Centaurus, Scorpius, Arcus.

Ce zodiaque renfermeroit en ſa largeur 10 à 11 degrés, comme celui des planetes; & quoiqu'il y ait eu des cometes qui n'ayent point ſuivi cette route, cette détermination n'eſt pourtant pas inutile, comme il paroît par la prédiction heureuſe que M. Caſſini même a fait du chemin que devoit ſuivre la comete qui parut ſur la fin de 1680, & au commencement de 1681, après la premiere obſervation, & qu'il jugea être la même qu'avoit obſervé Tycho-Brahé en 1577, 103 ans auparavant, c'eſt-à-dire, après trois fois 34 ans.

DES ETOILES FIXES.

La diſtance qu'il y a de la terre aux étoiles fixes, eſt prodigieuſe; car dans le ſyſtême de Copernic, le cercle que la terre décrit autour du ſoleil n'eſt compté que pour un point par rapport à l'éloignement des étoiles fixes. La terre, au bout

de ſix mois, eſt éloignée de tout le diametre de ce cercle, qui eſt très-conſidérable. Cependant on n'apperçoit aucune différence de la hauteur du pole dans ces deux ſituations; ce qui ne manqueroit point d'arriver, ſi le diametre de l'orbite de la terre avoit quelque rapport avec la diſtance qu'il y a d'ici aux étoiles fixes. Elles n'empruntent point leur lumiere du ſoleil; elles trouvent en elles une ſource féconde de lumiere, & ce ſont apparemment autant de ſoleils qui éclairent peut-être des planetes qui tournent autour d'elles, comme les planetes de notre tourbillon tournent autour de notre ſoleil, & en ſont éclairées.

On remarque dans les étoiles fixes une lumiere tremblante. Oſeroit-on dire avec un auteur de réputation, * que ces étoiles ne nous envoyent cette lumiere tremblante, & ne paroiſſent briller à repriſe, que parce que leurs tourbillons pouſſent perpétuellement le nôtre, & en ſont perpétuellement repouſſés. Chaque étoile formeroit donc autant de mondes ou de tourbillons, qui s'enflant & ſe déſenflant continuellement, conſerveroient preſque toujours une égalité de force entr'eux: à meſure qu'un tourbillon s'enfle pour s'étendre, il eſt auſſi-tot repouſſé par les tourbillons voiſins, qui ſont auſſi repouſſés eux-mêmes, & forcés à ſe céder les uns aux autres plus ou moins de place, ſelon les différens degrés de force que l'auteur de la nature conſerve dans l'univers. Si cet équilibre vient à manquer par quelque cauſe que ce ſoit dans un tourbillon, alors le ſoleil, qui n'a pu tenir contre les efforts de ſes voiſins, eſt contraint d'entrer dans quelques autres tourbillons, d'en ſuivre les mouvemens, où il ſe fait voir ſous la figure & le nom de comete.

* M. de Fontenelle dans ſa pluralité des mondes. V. Soir.

Les anciens n'ont connu que 1022 étoiles fixes, & les ont diviſées en 48 conſtellations : mais les modernes en ont obſervé à la ſimple vue juſqu'à 1481, qu'ils ont diſtribuées en 63 conſtellations. Ils en comptent 25 dans la partie ſeptentrionale, 26 dans la partie méridionale du ciel ; & les 12 autres, auxquelles on donne le nom de ſignes, ſe trouvent ſur le zodiaque. Toutes ces étoiles ne paroiſſent pas d'une même grandeur ; on en diſtingue de ſix grandeurs différentes. On donne ici une table des 63 conſtellations, où l'on a mis le nombre des étoiles que contient chaque conſtellation, & le nombre des étoiles de chaque grandeur différente, qui entre dans chacune de ces conſtellations.

TABLE DES CONSTELLATIONS.

Conſtellations ſeptentrionales.

Nomb. des Conſtel.	*Nomb. des Etoiles.*	*1e. grandeur.*	*2e. grandeur.*	*3e. grandeur.*	*4e. grandeur.*	*5e. grandeur.*	*6e. grandeur.*
1. La petite Ourſe,	10	0	2	1	3	1	3
2. La grande Ourſe,	35	0	7	3	12	8	5
3. Le Dragon,	35	0	1	10	14	8	2
4. Céphée,	21	0	0	3	7	7	4
5. Caſſiopée,	28	0	0	5	5	3	15
6. Perſée,	42	0	2	4	12	12	12
7. Le Charretier,	40	1	2	0	7	3	27
8. Le Bouvier,	32	1	0	6	13	4	8
9. Hercule,	62	0	0	9	21	11	21
10. Le Cygne,	40	0	1	5	16	7	11
11. Andromede,	27	0	3	1	11	10	2
12. Le Triangle,	6	0	0	0	3	1	2
13. La Chevelure de Berenice,	13	0	0	1	11	1	0
14. La Couronne,	21	0	1	0	5	8	7
15. La Lyre,	15	1	0	2	1	7	4
16. Pegaſe,	23	0	4	3	6	3	7
17. Le petit Cheval,	4	0	0	0	4	0	0
18. Orion,	56	2	4	4	16	11	19
19. Le petit Chien,	10	1	0	1	0	3	5
20. Le Serpentaire,	30	0	1	7	9	10	3
21. Le Serpent.	35	0	1	7	7	2	18

Conſtellations méridionales.

Nomb. des Conſtel.	*Nomb. des Etoiles.*	*1e. grandeur.*	*2e. grandeur.*	*3e. grandeur.*	*4e. grandeur.*	*5e. grandeur.*	*6e. grandeur.*
22. L'Aigle.	27	0	1	6	1	5	14
23. Antinoüs,	15	0	0	6	2	1	6
24. La Fleche,	8	0	0	0	3	1	4
25. Le Dauphin,	10	0	0	5	0	1	4
Signes du Zodiaque.							
26. Le Bélier,	19	0	0	3	1	2	13
27. Le Taureau,	48	1	1	5	8	20	13
28. Les Gémeaux,	34	0	3	4	7	9	11
29. L'Ecreviſſe,	32	0	0	2	4	6	20
30. Le Lion,	43	2	2	5	13	7	14
31. La Vierge,	45	1	0	5	6	11	22
32. La Balance,	14	0	2	1	8	2	1
33. Le Scorpion,	35	1	1	9	10	11	3
34. Le Sagittaire,	30	0	2	7	8	8	5
35. Le Capricorne,	28	0	0	4	1	7	16
36. Le Verſeur d'eau,	42	0	0	4	7	23	8
37. Les Poiſſons,	36	0	0	1	6	19	10
Conſtellotions méridionales.							
38. La Baleine,	29	0	2	7	14	5	1
39. L'Eridan,	44	1	0	6	29	5	3
40. Le Lievre,	13	0	0	4	4	4	1
41. Le grand Chien,	19	1	1	5	4	8	0

Conſtellations méridionales.

Nomb. des Conſtel.	*Nomb. des Etoiles.*	*1e. grandeur.*	*2e. grandeur.*	*3e. grandeur.*	*4e. grandeur.*	*5e. grandeur.*	*6e. grandeur.*
42. L'Hydre,	29	1	0	2	13	9	4
43. La Taſſe,	11	0	0	0	8	1	2
44. Le Corbeau,	8	0	0	4	1	2	1
45. Le Poiſſon auſtral,	12	1	0	0	9	2	0
46. Le Phœnix,	14	0	1	3	8	2	0
47. La Colombe,	12	0	2	0	9	0	1
48. Le Navire Argo,	51	1	7	10	23	7	3
49. Le Centaure,	41	2	5	7	16	9	2
50. Le Loup,	20	0	0	2	11	7	0
51. La Couronne auſtrale,	13	0	0	0	4	7	2
52. La Grue,	15	0	3	0	4	2	6
53. Hydrus,	15	0	1	0	4	10	0
54. La Dorade,	6	0	0	0	3	3	0
55. Le Poiſſon volant,	4	0	0	0	0	1	3
56. La Mouche,	4	0	0	0	4	0	0
57. Le Triangle auſtral,	4	0	3	0	0	1	0
58. L'Autel,	6	0	0	0	5	1	0
59. Le Paon,	16	0	1	2	1	6	6
60. L'Indien,	15	0	0	0	6	3	0
61. Le Toucan,	8	0	4	0	3	1	0
62. Le Caméléon,	9	0	0	9	0	0	0
63. Apus, ou l'Oiſeau d'Inde.	12	0	0	0	1	11	0

Outre toutes ces étoiles, qu'on obſerve à la vue ſimple, on remarque encore dans le ciel une blancheur qui s'étend d'un pole à l'autre. C'eſt ce qu'on appelle la voie lactée, ou la voie de lait, & qui n'eſt autre choſe qu'une infinité de petites étoiles inviſibles aux yeux, à cauſe de leur petiteſſe, & ſemées ſi près les unes des autres, qu'elles paroiſſent former une lueur continuelle: on ne peut les découvrir qu'avec des lunettes d'approche. Cette voie lactée paſſe par les conſtellations de caſſiopée, du cigne & de l'aigle; par la fleche du ſagittaire, la queue du ſcorpion, le centaure, le navire argo, les pieds des gémeaux, le charretier & perſée Avec le ſecours des lunettes, on découvre un très-grand nombre d'étoiles répandues parmi les autres, & elles ſont en ſi grande quantité dans quelques conſtellations, que dans celle d'orion, on en compte plus de mille.

Parmi les étoiles fixes, il y en a qui paroiſſent & diſparoiſſent pendant certaines périodes. Mais ce qui eſt très-remarquable, c'eſt que dans le commencement qu'elles paroiſſent, leur grandeur augmente juſqu'à ce qu'étant prêtes à diſparoître, leur grandeur diminue peu à peu. On les voit même encore avec des lunettes d'approche, quand on ne peut plus les appercevoir avec la vue ſimple. Ces étoiles ſeroient-elles ſemblables à nos planetes, & auroient-elles un mouvement autour de quelque étoile?

On obſerve au contraire d'autres étoiles, qui ayant paru pendant un certain tems, diſparoiſſent abſolument. On les voit d'abord d'une figure ronde, & d'une grandeur qui augmente peu à peu: de ſorte qu'elles paroiſſent plus grandes que les

étoiles de la premiere grandeur ; mais elles diminuent inſenſiblement en paſſant par tous les différens degrés de grandeur des étoiles, & elles changent en même tems de couleur, à meſure qu'elles approchent de leur fin ; car dans le commencement elles ont une lumiere blanche & agréable, qui reſſemble aſſez à celle de vénus ; enſuite elles prennent une couleur rougeâtre, comme celle de mars : enfin elles deviennent blanchâtres & plombées comme ſaturne, juſqu'à ce qu'elle diſparoiſſent. Depuis leur commencement juſqu'à leur fin on les voit avec cette lumiere tremblante, qui eſt commune à toutes les étoiles fixes.

PROBLEME XLVII.

Dreſſer un thême céleſte.

LEs aſtrologues prétendent, par la connoiſſance de la diſpoſition des aſtres, pénétrer dans l'obſcurité de l'avenir, ſoit pour prévoir les changemens des tems, ſoit pour prédire les événemens qui ſont attachés à la fortune des hommes. Ils ſuppoſent le ciel diviſé par des méridiens en douze parties égales, auxquelles ils ont donné le nom de *maiſons céleſtes*. On commence à compter ces maiſons à l'orient, en deſcendant ſous l'horiſon, de telle ſorte que les ſix premieres ſont toujours ſous l'horiſon, & les ſix autres deſſus.

La premiere maiſon eſt appellée *horoſcope*, *maiſon de la vie*, du *tempérament*, de la *ſanté*, des *mœurs*, de *l'eſprit*, & *angle oriental*. Pl. 39, fig. 46.

La ſeconde, la *maiſon des richeſſes*, de *l'or*, des *meubles*, & des *fonds acquis*.

La troiſieme, la *maiſon des freres* & des *alliés*.

La quatrieme, dans le plus bas du ciel, la *maiſon des parens*, des *ſucceſſions*, & *l'angle de la terre.*

La cinquieme, la *maiſon des enfans* & des *plaiſirs.*

La ſixieme, la *maiſon des domeſtiques*, des *ſujets*, & des *animaux apprivoiſés.*

La ſeptieme, deſſus l'horiſon, du côté de l'occident, la *maiſon du mariage*, des *ennemis connus*, & l'*angle d'occident.*

La huitieme, la *maiſon de la mort*, & *porte ſupérieure.*

La neuvieme, la *maiſon de la piété*, & des *voyages.*

La dixieme, au plus haut du ciel, la *maiſon des offices*, des *actions*, & de la *gloire.*

La onzieme, la *maiſon des amis.*

La douzieme, la *maiſon des maladies*, des *priſons*, des *exils*, des *ennemis cachés* & des *afflictions.*

Pl. 39, fig. 46. On diſpoſe ces maiſons dans un quarré, de la maniere qu'on le voit dans la figure.

S'il étoit propoſé de dreſſer pour Paris un thême céleſte, ou de tirer un horoſcope pour le premier janvier 1723, à midi précis, il faudroit chercher dans quelques éphémérides les vrais lieux des planetes. La connoiſſance des tems calculés par M. *Lieutaud*, de l'académie royale des ſciences, les donne tels qu'on les voit dans cette table.

Le Soleil	☉	10 d. 37′ ♑
La Lune	☾	26 d. 55′ ♎
Saturne	♄	23 d. 5′ ♐
Jupiter	♃	22 d. 18′ ♐
Mars	♂	18 d. 2′ ♐
Venus	♀	11 d. 40′ ♒
Mercure	☿	24 d. 59′ ♐

Nous n'entreprendrons point d'expliquer ici toutes les différentes manieres de dreſſer le thême céleſte ; celles qui ſe font par le moyen des tables, ſont trop difficiles pour des récréations mathématiques. Nous nous contenterons d'indiquer la méthode qui paroît la plus aiſée, & de l'appliquer à la queſtion propoſée. Prenez un globe terreſtre, dont vous mettrez le pole à la hauteur de 49 degrés, qui eſt l'élévation du pole de Paris. Mettez enſuite dans le méridien le degré du ſoleil qui eſt 10 d. 37′ du ♑. Ayant pris garde à quel point l'horiſon coupe l'équateur du côté de l'occident, vous verrez qu'il le coupe vers le dixieme degré, partagez en trois les 90 degrés de l'équateur compris entre l'horiſon & le méridien, ou comptez de ce point 10 trois fois trente dégrés. Faites paſſer par ces trois diviſions de l'équateur du côté de l'occident, le cercle de poſition attaché aux poles. Remarquez en quel point ce cercle fixé ſur chaque diviſion coupera l'écliptique, & vous trouverez que le commencement de la huitieme maiſon eſt au 7 degré de ♏ ; celui de la neuvieme au 27 degré de ♐, & celui de la dixieme au 10 degré 37 minutes du ♑. Faites du coté de l'orient la même choſe que vous

Pl. 39, fig. 46. avez fait du côté de l'occident, en paſſant le cercle de poſition dans la partie occidentale, & vous trouverez que le commencement de la onzieme maiſon eſt au 27e degré de ♑ ; celui de la douzieme au 27 de ♒, & celui de la premiere au 24 degré 32 minutes de ♈. Les commencemens de ces ſix maiſons ayant été ainſi trouvés, il ne ſera pas difficile de trouver les commencemens des ſix autres, puiſqu'il n'y a qu'à mettre dans les ſuivantes, les ſignes oppoſés avec les mêmes degrés & minutes, comme on le voit dans cette table, & dans la figure.

Maiſons.	*Signes.*	*Maiſons.*	*Signes.*
8.	♏ 7 d.	2.	♉ 7 d.
9.	♐ 27 d.	3.	♊ 27 d.
10.	♑ 10 d. 37′	4.	♋ 10 d. 37′
11.	♑ 27 d.	5.	♋ 27 d.
12.	♒ 27 d.	6.	♌ 27 d.
1.	♈ 24 d. 33′	7.	♎ 24 d. 33′

Les poſitions des ſignes étant trouvées, & les ſignes avec leurs degrés ayant été placés dans le thême céleſte, on mettra chaque planete avec ſon lieu ou ſa longitude dans la maiſon qui lui convient, à raiſon du ſigne où elle ſe trouve. Ainſi la ☾ ſera placée avec ſes degrés & minutes, dans la 7e maiſon, à cauſe qu'elle eſt dans le ſigne de ♎ ; ♄ ſera mis dans la 9e maiſon, à cauſe du ♐, où il ſe trouve, & ainſi des autres; comme on le remarquera aiſément dans la figure.

REMARQUES.

I.

S'il étoit propoſé de dreſſer un thême céleſte,

à une autre heure qu'à midi, comme à 6 heures du ſoir, il faudroit trouver la vraie heure du ſoleil, ou des planetes, pour cette heure propoſée, ſuivant ce qui eſt enſeigné dans la connoiſſance des tems. De plus, après avoir mis le degré du ſigne dans le méridien, il faudroit metrre l'aiguille des heures ſur 12 heures, tourner enſuite le globe du côté de l'occident, juſqu'à ce que cette aiguille marquât l'heure propoſée, qui eſt ici 6 heures du ſoir. Si l'heure propoſée étoit le matin, il faudroit tourner le globe vers l'orient: alors on feroit les mêmes opérations qu'on a enſeigné ci-deſſus.

II.

Si le thême à dreſſer eſt pour un autre lieu que Paris, il faut faire toutes les réductions néceſſaires, pour leſquelles on conſultera la connoiſſance des tems, & faire attention à l'élévation du pole du lieu pour lequel on veut tirer l'horoſcope.

III.

On n'entreprendra point de rapporter les principes ſur leſquels eſt fondée la ſcience de l'aſtrologie judiciaire. Ceux qui voudront connoître par eux-mêmes la foibleſſe des fondemens qui ſoutiennent un édifice ſi peu ſolide, pourront s'en inſtruire en liſant les docteurs de cette ſcience; tels que ſont Stofler, Magin, Villon, Rantzaw, Pagan, Morin, & les autres. Rantzaw, qui étoit très-verſé dans cette matiere, dit dans ſa préface, que l'aſtrologie eſt fondée ſur la conjecture, qu'il avoue être quelquefois trompeuſe. Morin, autrefois profeſſeur royal, emploie toute ſa philoſophie dans ſon *Aſtrologia Gallica*, pour prouver

la ſolidité de cette ſcience. Mais après une lecture pénible de ce livre, je ne ſçais ſi on ſera frappé de ſes preuves. Cependant il ne ſera point inutile de lire le poëme aſtronomique de Manile, ſur-tout ſi on conſidere l'habile commentateur Dauphin, dans les endroits difficiles.

Quoi qu'il en ſoit, on ne peut s'empêcher de rapporter un fait qui convient d'autant plus au ſujet qu'on traite ici, qu'il appartient à M. Ozanam même. On le tirera de l'éloge de M. Ozanam, que M. de Fontenelle a donné dans l'hiſtoire de l'académie de l'année 1717. « Il ſçavoit trop » d'aſtronomie, dit M. de Fontenelle, pour don- » ner dans l'aſtrologie judiciaire, & il refuſoit » courageuſement tout ce qu'on lui offroit pour » l'engager à tirer des horoſcopes; car preſque » perſonne ne ſçait combien on gagne à ignorer » l'avenir. Une fois ſeulement il ſe rendit à un » comte de l'Empire, qu'il avoit bien averti de ne » le croire pas. Il dreſſa, par aſtronomie, le thême » de ſa nativité; & enſuite, ſans employer les re- » gles de l'aſtrologie, il lui prédit tous les bon- » heurs qui lui vinrent à l'eſprit. En même-tems le » comte fit faire auſſi ſon horoſcope par un mé- » decin très-entêté de cet art, qui s'y prétendoit » fort habile, & qui ne manqua pas d'en ſuivre » exactement & avec ſcrupule toutes les regles. » Vingt ans après le ſeigneur Allemand apprit à » M. Ozanam, que toutes ſes prédictions étoient » arrivées, & pas une de celles du médecin. Cette » nouvelle lui fit un plaiſir tout différent de celui » qu'on prétendoit lui faire. On vouloit l'applau- » dir ſur ſon grand ſçavoir en aſtrologie, & on » le confirmoit ſeulement dans la penſée qu'il n'y » a point d'aſtrologie.

PROBLEMES
DE MÉCANIQUE.

LA plûpart des problêmes de mécanique ſont plus utiles que curieux, parce qu'ils ſervent ordinairement à l'exécution des choſes les plus néceſſaires à la vie de l'homme. Ainſi il ſemble qu'on ne ſauroit trop s'étendre ſur cette matiere : néanmoins comme il faut néceſſairement nous borner, pour ne pas faire un volume trop ample, je ne rapporterai que les problêmes qui me ſembleront les plus utiles, les plus agréables, & les plus faciles à comprendre & à exécuter.

PROBLEME I.

Empêcher qu'un corps peſant ne tombe, en lui ajoutant du côté où il tend à tomber, un autre corps plus peſant.

ON met ſur le bord d'une table AB, une clef CD, de maniere que la partie ED, qui n'eſt point appuyée ſur la table, eſt plus peſante que la partie CE, qui paroît en être ſoutenue. On propoſe de faire en ſorte que cette clef demeure dans cette ſituation ſans tomber. Voici ce qu'il faut faire. Ajoutez à l'extrêmité D de la clef, un bâton DFG recourbé vers le deſſous de la table. Attachez à l'extrêmité G du bâton un poids H, tellement Pl. 35 fig. 127.

ſitué, qu'il réponde perpendiculairement au point E, où la clef touche la table. Alors la clef ne tombera point ; car pour tomber il faudroit que la partie ED s'inclinant, la partie EC fît un mouvement, & que l'extrêmité C décrivît un arc de cercle, dont le point E ſeroit le centre. Or, on conçoit que cela ne peut arriver, ſi le poids H ne monte au lieu de deſcendre : mais il n'y a point de cauſe pour faire monter le poids H, à moins qu'on n'appuie fortement ſur quelque point de la partie EF, ou qu'on n'y ſuſpende un poids perpendiculairement. Il eſt donc impoſſible que la clef faſſe aucun mouvement. Ainſi elle demeurera dans la ſituation où on l'a poſée, avec toutes les circonſtances qu'on a décrites.

REMARQUES.

I.

Il faut regarder le poids H comme attaché à quelque point entre C & E, ſi le poids H avance deſſous la table.

II.

On exécute facilement ce problême avec une plume, à l'extrêmité de laquelle on fiche la pointe d'un canif, enſorte que le canif faſſe un angle aigu avec la plume, qu'on poſe par ſon autre extrêmité ſur la table.

III.

Pl. 41, fig. 47. On peut encore exécuter ce problême par le moyen d'un bâton CE, poſé ſur une table, à l'extrêmité duquel on ajuſte un ſceau CF plein d'eau.

Ce

Fig. 47.

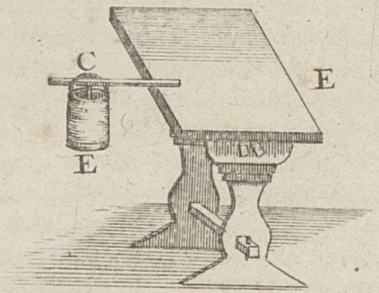


Fig. 50.

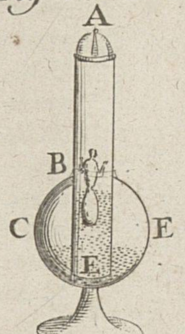
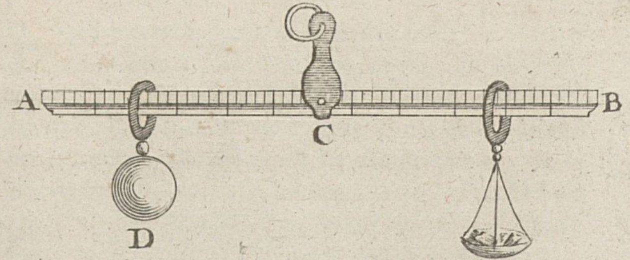


Fig. 48.



N°

Ce bâton doit être un peu applati à ſon extrêmité C, ſur laquelle ayant fait paſſer l'anſe du ſceau, on met un autre bâton CF, qui appuyant par un de ſes bouts ſur le fond du ſceau F, tienne de l'autre bout fortement ſerré le premier bâton EC contre l'anſe du ſceau. Cela étant fait, on met ſur la table le bâton CE, comme on le voit dans la figure, & le ſceau plein d'eau ſe trouvera ſuſpendu à l'extrêmité de ce bâton, qui tomberoit, s'il n'avoit pas ce poids. Obſervez que le bâton EC doit être avancé ſur la table de telle maniere que le centre de gravité de tout le poids ſe trouve ſous le bord de la table. Pl. 41, fig. 47.

PROBLEME II.

Faire une boule trompeuſe au jeu de quilles.

FAites un trou qui n'aille point juſqu'au centre de la boule. Mettez dans ce trou du plomb, bouchez-le ſi bien qu'il ne ſoit pas aiſé de le découvrir. Quoiqu'on roule cette boule en la jettant droit vers les quilles, elle ne manquera pas de ſe détourner, à moins qu'on ne la jette par haſard ou par adreſſe, de telle ſorte que le plomb ſe trouve deſſus ou deſſous, en faiſant rouler la boule.

PROBLEME III.

Partager une pomme en deux, quatre, huit, &c. ſans rompre la peau de la pomme.

AYez une petite aiguille enfilée de ſoie ou de fil, commencez à percer la pomme à la tête ou à la queue, en ne prenant que très-peu de l'é-

corce, & paſſant legerement ſous la peau : pratiquez la même choſe, en faiſant tout le tour de la pomme, & revenez à l'endroit que vous aurez commencé à percer, où vous aurez laiſſé un bout du fil ; prenez ces deux bouts de fil, & tirez-les doucement, la pomme ſera partagée en deux : les trous de l'aiguille étant petits ne paroîtront point, & il ne ſemblera pas que la pomme ſoit partagée. Vous ferez la même choſe, ſi vous la voulez diviſer en quatre, ou en autant de parties qu'il vous plaira.

PROBLEME IV.

Faire enſorte qu'un homme ſe tenant droit, il puiſſe avoir la tête & les pieds en haut.

IL faudroit le mettre au centre de la terre.

Si on pouvoit auſſi placer une échelle au centre de la terre, il arriveroit que deux hommes monteroient en même tems, & iroient vers deux endroits diamétralement opposés l'un à l'autre.

PROBLEME V.

Par le moyen d'un petit poids, & d'une petite balance, mouvoir un autre poids ſi grand que l'on voudra.

Pl. 35, fig. 128. JE ſuppoſe que la balance AB eſt attachée en F, au-deſſus de ſon centre de mouvement E, par le moyen du crochet immobile EF, & qu'elle a proche de ſon extrêmité B un petit poids C ſuſpendu en H, par un anneau qui coule le long du bras EB. On propoſe d'enlever un poids d'une peſanteur énorme, comme D, qui pourroit repréſenter

la terre, ſi on en connoiſſoit la peſanteur, & ſi l'on avoit un point ferme pour arrêter la balance.

Pour trouver la diſtance EH du poids C au centre du mouvement E, de ſorte que le poids D puiſſe être mû par le petit poids C arrêté en H; cherchez à un poids I, moindre que le poids C, au grand poids D, & à la ligne AE, qui doit être fort petite, une quatrieme proportionnelle EH, pour avoir le point H, où le point I étant ſuſpendu tiendra le poids D en équilibre : comme il eſt évident, par ce principe général des mécaniques, qui porte que deux poids demeurent en équilibre autour d'un point fixe, l'orſqu'ils en ſont éloignés par des diſtances réciproquement proportionnelles à leurs poids. C'eſt pourquoi ſi au lieu du poids I on applique en H le poids C, qui eſt plus grand, ce poids C pourra mouvoir & enlever le poids D.

PROBLEME VI.

Conſtruire une balance trompeuſe, qui paroiſſe juſte étant vuide, auſſi bien qu'étant chargée de poids inégaux.

FAites une balance dont les deux baſſins A, B, ſoient de peſanteur inégale, en ſorte que les longueurs des bras CD, CE, ſoient auſſi inégales, & reciproquement proportionnelles à ces peſanteurs, c'eſt-à-dire, que le baſſin A ſoit au baſſin B, comme la longueur CE eſt à la longueur CD. Ces deux baſſins AB, demeureront en équilibre autour du point fixe C. La même choſe arrivera auſſi lorſque les deux bras CD, CE ſeront égaux en longueur, & inégaux en groſſeur; en ſorte que le bras CD ſoit plus gros que le bras Pl. 42, fig. 131.

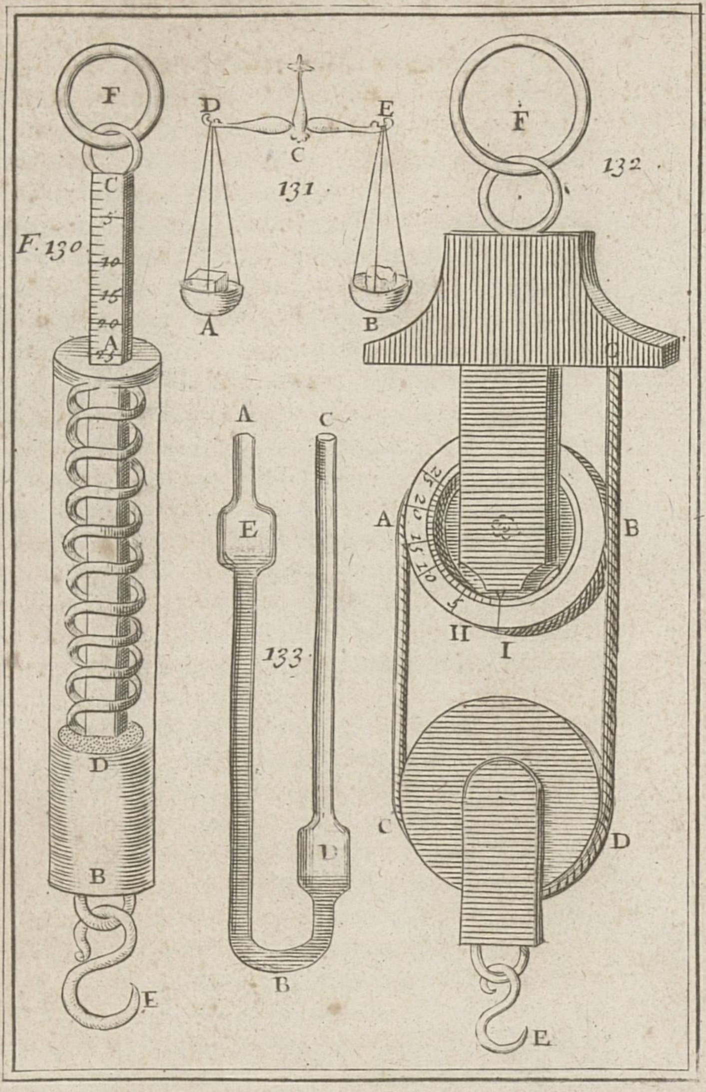
Pl. 42, fig. 131. CE, à proportion que la peſanteur du baſſin B eſt plus grande que celle du baſſin A. Cela étant fait, ſi l'on met dans les deux baſſins A, B, des poids inégaux, qui ſoient en même raiſon que les peſanteurs de ces deux baſſins, en ſorte que le poids le plus peſant ſoit mis dans le baſſin le plus peſant, & le poids le moins peſant dans le baſſin le moins peſant; ces deux poids avec les peſanteurs de leurs baſſins, demeureront en équilibre autour du centre du mouvement C.

Suppoſons que le bras CD ſoit de 3 pouces, & le bras CE de 2 pouces, & réciproquement que le baſſin B peſe 3 onces, & le baſſin A deux onces; alors la balance n'étant chargée que de la peſanteur de ces deux baſſins, demeurera en équilibre, étant ſuſpendue par le point C. Si l'on met dans le baſſin A un poids de 2 livres, & dans le baſſin B un poids de 3 livres, ou bien dans le baſſin A un poids de 4 livres, & dans le baſſin B un poids de 6 livres, ou bien encore dans le baſſin A un poids de 6 livres, & dans le baſſin B un poids de 9 livres, &c. la balance ainſi chargée paroît encore juſte, parce que ces poids avec les peſanteurs de leurs baſſins ſeront réciproquement proportionnels aux longueurs des bras de la balance. Mais on découvre la fauſſeté de cette balance, en changeant de baſſin les poids, qui alors ne demeureront plus en équilibre.

PROBLEME VII.

Conſtruire un nouveau peſon propre à porter dans la poche.

ON a inventé depuis peu en Allemagne un nouveau peſon, qu'on peut aiſément porter à la poche : on s'en ſert très-commodément pour


F
C
F. 130
5
10
15
20
A
25
D
B
E
D
E
C
131
A
B
F
132
A
C
E
133
D
B
A
B
25
20
15
10
5
II
I
C
D
E

peſer promptement & facilement un poids d'une grandeur médiocre, comme du foin, des marchandiſes, & autres choſes ſemblables, depuis une livre juſqu'à cinquante.

Cette machine eſt compoſée d'un tuyau ou canon de cuivre AB, long d'environ ſix pouces, & large à peu près de huit lignes : on n'a marqué dans la figure que l'extrêmité BD de ce tuyau, le reſte eſt ouvert, pour laiſſer voir au dedans un reſſort d'acier AD, fait en vis comme un tire-boure d'arquebuſe. Il y a au bout d'en haut, c'eſt-à-dire vers A, un trou quarré, par où paſſe une verge de cuivre CAD, auſſi quarrée, qui traverſe le reſſort. On voit ſur une des ſurfaces de cette verge les diviſions des livres qui ont été marquées en appliquant ſucceſſivement au crochet E un poids d'une livre, de deux livres, de trois livres, &c. & en traçant des lignes ſur cette verge, à l'endroit où elle s'eſt trouvée coupée par le trou quarré A. Pl. 42. fig. 130.

Ces lignes ſont inégalement diſtantes les unes des autres, ſelon les différens poids attachés au crochet E, qui par leur peſanteur font étendre le reſſort, & ſortir en dehors une plus grande, ou plus petite partie de la verge, ſelon que le poids appliqué au crochet E, eſt plus grand ou plus petit. La verge doit être arrêtée par le bas avec une virole, & avoir en haut un anneau F.

L'uſage de ce peſon eſt évident par ſa conſtruction, il eſt aiſé de connoître que pour s'en ſervir il le faut ſuſpendre par l'anneau F, qui tient à la verge CD, & appliquer le poids que l'on veut peſer au crochet E. La peſanteur du poids fera deſcendre le canon AB le long de la verge, ſur laquelle on verra en A la peſanteur du poids propoſé.

REMARQUE.

Pl. 42, fig. 132. Le Sieur Chapotot, ingénieur du Roi, & fabricateur des inſtrumens de mathématiques à Paris, a imaginé une autre ſorte de peſon en forme de montre, où l'on peut connoître la peſanteur d'un poids avec une très-grande facilité.

Ce nouveau peſon eſt composé de deux poulies AB, CD, avec leurs chapes liées enſemble par une corde, comme celles qui ſervent aux pendules à poids. La poulie qui eſt en haut, ſçavoir AB, eſt creuſe comme un barrillet de montre, & contient un reſſort, qui, étant arrêté par l'aiſſieu de la poulie, fait le même effet que celui d'une montre.

La même poulie AB contient les diviſions des livres, qu'on y marque mécaniquement, comme dans le peſon précédent, en appliquant ſucceſſivement au crochet E un poids d'une livre, de deux livres, de trois livres, &c. & en tenant le peſon ſuſpendu par ſon anneau F. La peſanteur du poids fait tourner la poulie AB, de ſorte que par les divers poids la pointe I répondra à des points différens de la poulie AB, où l'on marquera par conſéquent le nombre des livres qui conviendront aux poids qui auront été appliqués au crochet E; après quoi on pourra ſe ſervir de ce peſon, comme du précédent, pour peſer tout ce que l'on voudra.

Il eſt aiſé de voir par la figure, que la corde BDCA ſoutient & embraſſe par en bas la poulie CD, & qu'elle eſt attachée fortement au point G par l'un de ſes bouts, & par l'autre bout en quelque point de l'autre poulie AB, par exemple, en H;

ce qui contribue à faire tourner cette poulie AB autour de ſon aiſſieu, l'orſqu'elle eſt tirée par la partie AC de la corde, à cauſe de la peſanteur du poids appliqué au crochet E. Cette peſanteur ſera d'abord marquée ſur la poulie AB, par la pointe I, quand on tiendra le peſon ſuſpendu avec le pouce, ou plutôt avec un bâton appliqué à l'anneau F, &c.

Conſtruction d'un autre peſon.

Ce peſon * conſiſte en une verge de fer ſuſpendue par un fléau en ſon point d'équilibre C, qui partage la verge du peſon en deux bras égaux, comme les balances communes. Chacun de ces bras a des diviſions égales, & l'ordre de ces diviſions commence du point C de l'équilibre, & va vers les extrêmités A & B, comme on le voit dans la figure. Pl. 41, fig. 48.

Cette balance ſert à connoître le poids & le prix des marchandiſes en même tems.

Si vous voulez peſer quelque marchandiſe, ſuſpendez-la par un fil de ſoie à l'un des bras de la balance, & mettez à l'autre bras un contrepoids marqué D, d'une livre ou d'une once, ſuivant que la marchandiſe ſe peſe par livres ou par onces. Ce contrepoids doit couler le long du bras comme dans les romaines. Pour ſçavoir le poids de la marchandiſe, mettez le fil de ſoie à la premiere diviſion, qui eſt la plus proche du point de l'équilibre, & faites couler le contrepoids le long du bras; la diviſion où il fera équilibre marquera le nombre des livres ou des onces de la marchandiſe.

* Il a été inventé par Jean-Dominique Caſſini.

Pl. 41, fig. 48. Si vous voulez ſçavoir le prix de toute la marchandiſe à raiſon du prix convenu, par exemple, à ſept ſols l'once ou la livre; mettez le fil qui ſoutient la marchandiſe à la ſeptieme diviſion: faites enſuite couler le contrepoids ſur l'autre bras juſqu'à ce qu'il ſoit en équilibre le nombre des diviſions depuis le point de ſuſpenſion juſqu'au contrepoids, ſera le nombre des ſols ou la valeur de la marchandiſe.

A l'égard des marchandiſes qu'on ne ſçauroit peſer que dans un baſſin, prenez-en un dont le poids avec ſon crochet ſoit connu, comme d'une once ou d'une livre. Faites la même choſe que vous avez faite avec le fil de ſoie, & quand vous aurez connu le poids total, ôtez-en le poids du baſſin, le reſte ſera le poids de la marchandiſe.

REMARQUES.

La livre de Paris eſt de 16 onces, & ſe diviſe en deux marcs chacun de 8 onces. L'once ſe diviſe en 8 gros, & le gros en 72 grains; le grain eſt à peu près le poids d'un grain de froment.

Rapport du poids de Paris à ceux des pays étrangers.

La livre d'Avignon, de Lyon, de Montpellier & de Toulouſe, eſt de 13 onces.

La livre de Marſeille & de la Rochelle, eſt de 19 onces.

La livre de Rouen, de Beſançon, de Straſbourg & d'Amſterdam, eſt de 16 onces.

La livre de Milan, de Naples & de Veniſe eſt de 9 onces.

La livre de Meſſine & de Genes eſt de 9 onces $\frac{3}{4}$

La livre de Florence, de Ligourne, de Piſe, de Sarragoſſe & de Valence eſt de 10 onces.

La livre de Turin & de Modene eſt de 10 onces $\frac{1}{2}$.

La livre de Londres, d'Anvers & de Flandres eſt de 14 onces.

La livre de Baſle, de Berne, de Francfort & de Nuremberg eſt de 16 onces 14 grains.

La livre de Geneve eſt de 17 onces.

PROBLEME VIII.

Trouver le poids d'un nombre donné de livres par le moyen de quelques autres poids différens.

ON réſoudra facilement ce problême par le moyen de pluſieurs poids en progreſſion géométrique double & triple : il faut que l'une & l'autre commence par l'unité.

Pour la progreſſion géométrique double.

Si l'on a des poids qui ſoient en progreſſion géométrique double, tels que ſont ces nombres 1, 2, 4, 8, 16, &c. & qu'on prenne les deux premiers 1, 2, on pourra en les mettant dans le baſſin A d'une balance peſer 3 liv. Avec le poids 1, on peſera une livre; avec le poids 2, on peſera 2 livres; avec le poids 1, 2, on peſera 3 livres. Si à ces deux poids 1, 2, on ajoute le 3e poids 4, on trouvera le moyen de peſer ſept livres, on peſera quatre livres avec le poids 4, cinq livres avec les poids 4, 1; ſix livres avec les poids 4, 2; ſept livres avec les poids 4, 2, 1. Pl. 42, fig. 131.

De même avec les poids 1, 2, 4, 8, on pourra

Pl. 42, peſer 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,
fig. 131. 13, 14 & 15 livres, & avec les poids, 1, 2, 4, 8, 16, on trouvera le moyen de peſer toutes les livres qui ſont au-deſſous de 32 livres.

On connoît, par ce qui vient d'être dit, qu'on peut peſer toutes les livres qui ſont au deſſous du double du dernier des poids qu'on a propoſé, lorſqu'on a tous les autres depuis l'unité juſqu'au propoſé. Si, par exemple, on a ces poids 1, 2, 4, 8, 16, on ne peut peſer que juſqu'à 31 livres, qui eſt le double de 16, diminué de l'unité.

Pour la progreſſion triple.

Mais la progreſſion triple depuis l'unité, qui s'exprime par ces nombres, 1, 3, 9, 27, 81, &c. a quelque choſe de particulier. Avec les deux premiers poids 1, 3, on peut peſer 1, 2, 3 & 4 livres; car en mettant le poids 1 dans le baſſin B, on peſe une livre; en mettant le poids 3 dans le baſſin B, on peſe 3 livres, & 2 livres pourvu qu'on mette dans le baſſin A le poids 1; & avec les poids 1, 3, dans le baſſin A, on peſe 4 livres.

De même avec les trois premiers poids 1, 3, 9, on peut peſer 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13; avec les quatre premiers 1, 3, 9, 27, on peut peſer juſqu'à quarante livres.

On connoît par ce qui vient d'être dit, qu'avec des poids en progreſſion triple, commençant par l'unité, on peut peſer autant de livres que les poids propoſés ajoutés enſemble expriment d'unités. Si, par exemple, on veut ſçavoir combien on peut peſer avec ces cinq poids 1, 3, 9, 27, 81, ajoutez ces nombres enſemble, & la ſomme 121 exprime le nombre de livres qu'on peut peſer avec les cinq poids propoſés, c'eſt-à-dire, qu'avec

ces cinq poids différens, on peut peſer toutes les livres qui ſont contenues dans 121.

De ſorte que ſi le nombre donné des livres eſt depuis 1 juſqu'à 40, qui eſt la ſomme des quatre premiers termes, 1, 3, 9, 27, vous vous ſervirez de quatre poids différens, dont l'un peſe une livre, l'autre 3 livres, le troiſieme 9 livres, & le quatrieme 27 livres, pour trouver par leur moyen un poids de quelqu'autre nombre de livres, par exemple, de 11 livres en cette ſorte.

Parce que le nombre donné 11 eſt moindre de 1 que 12, qui eſt la ſomme des poids de 3 & de 9 livres, ſi vous mettez dans l'un des deux baſſins d'une balance, par exemple, dans le baſſin A, le poids d'une livre, & dans l'autre baſſin B, les poids de 3 & de 9 livres; ces deux poids au lieu de peſer 12 livres ne peſeront que 11 livres, à cauſe du poids de 1 livre, qui eſt dans le baſſin A. C'eſt pourquoi ſi dans le baſſin A on met un corps qui, avec le poids de 1 livre, demeure en équilibre avec les deux poids de 3 & de 9 livres, qui ſont dans l'autre baſſin B, ce corps aura la peſanteur de 11 livres; ainſi on aura trouvé un poids de 11 livres, comme il étoit propoſé. Pl. 42, fig. 131.

On connoîtra par un ſemblable raiſonnement, que pour trouver un poids de 14 livres, il faut mettre dans le baſſin A les poids de 1, 3 & 9 livres, & dans le baſſin B, le poids de 27 livres, parce que ce poids ſurpaſſe les trois précédens de 14 livres, & que pour trouver un poids de 15 livres, il faut mettre dans le baſſin A les poids de 3 & de 9 livres, & dans le baſſin B le poids de 27 livres, parce que ce poids ſurpaſſe les deux précédens de 15 livres. Ainſi des autres.

REMARQUE.

La progreſſion triple, qui commence par l'unité, a une propriété qui eſt à remarquer. C'eſt que celui des termes qu'on voudra choiſir ſurpaſſe de l'unité le double de la ſomme des termes précédens. Ainſi 27 ſurpaſſe de l'unité 26, double de ſa ſomme 13 des termes précédens 1, 3, 9.

PROBLEME IX.

Obſerver les différens changemens qui arrivent à la peſanteur de l'air.

On ne doute point à préſent que l'air ne ſoit peſant; on prouve ſa peſanteur, parce qu'un balon peſe plus, quand il eſt enflé, que quand il eſt déſenflé. Entre pluſieurs autres preuves qu'on a du poids de l'air, il ſuffira de rapporter l'expérience qui donna occaſion à Toricelli d'attribuer à cette peſanteur tous les effets que les philoſophes avoient juſqu'alors attribué à l'horreur du vuide. Comme cette peſanteur n'eſt pas infinie, parce que la ſphere de l'air eſt bornée, ſon effet eſt auſſi limité, comme on le voit dans une pompe aſpirante, où l'eau ne ſçauroit monter plus haut qu'environ 32 pieds, quand on leve le piſton; parce que la peſanteur de l'air ne ſçauroit la forcer à monter davantage. Il arrive la même choſe en élevant du vif-argent dans une ſeringue, où il ne monte qu'à la hauteur d'environ 27 pouces, qui eſt celle à laquelle il peſe autant que l'eau à la hauteur de 32 pieds, plus ou moins, ſelon que l'air eſt chargé de vapeurs.

Il ſuit de-là que l'air n'eſt pas toujours également peſant dans un même lieu : l'expérience nous apprend qu'il peſe plus en un tems qu'en un autre. Cette différence de peſanteur ſe connoît par le moyen d'un inſtrument qu'on appelle *barometre*, dont il y a deux ſortes. L'un eſt ſimple, l'autre eſt composé. Le ſimple n'eſt que l'expérience du vuide faite par Toricelli. On n'en parlera qu'après avoir donné la conſtruction du barometre composé.

I.

Il faut avoir un tuyau de verre recourbé, comme ABC, qui ait deux boîtes cylindriques E, D, d'égale capacité, éloignées entr'elles de 27 pouces, qui eſt, comme nous avons déja dit, à peu près la hauteur à laquelle la peſanteur de l'air peut faire monter le vif-argent, c'eſt-à-dire, qu'une colonne d'air depuis la terre juſqu'à la plus haute ſurface de l'air eſt en équilibre avec environ 27 pouces de mercure dans un canal perpendiculaire à l'horiſon. *Pl. 42, fig. 133.*

La capacité de la boîte D doit être beaucoup plus grande que celle du reſte du canal CD, pour une raiſon que vous verrez dans la ſuite. L'extrêmité A doit être bouchée hermétiquement, c'eſt-à-dire, de ſa propre matiere ; mais l'autre extrêmité C doit être ouverte. On verſera du vif-argent autant qu'il en ſera beſoin pour remplir la capacité du tuyau ABC, depuis le milieu de la boîte D, juſques vers le milieu de l'autre boîte E, & l'on fera en ſorte que le reſte du tuyau EA ſoit vuide d'air.

Enfin on remplira en partie l'autre tuyau CD de quelque liqueur qui ne ſe glace point en hyver, & qui ne puiſſe pas agir ſur le vif-argent, comme

Pl. 42, fig. 33. de l'eau commune où l'on aura mêlé une ſixieme partie d'eau forte colorée avec du cuivre: c'eſt ce qu'on appelle *eau ſeconde*. On peut encore ſe ſervir d'eau commune, où l'on aura fait diſſoudre du ſel de tartre, & que l'on aura colorée avec de la racine d'orcanette ou du tourneſol. Ces eaux ſe dilatent peu en été, & elles ne ſe glacent point en hyver.

On place ce tuyau ABC ainſi rempli d'eau ſeconde, & de mercure, dans une chambre perpendiculairement contre la muraille, en un lieu où l'on puiſſe voir commodément, & où il ne puiſſe être offenſé. Au moindre changement qui arrive à la peſanteur de l'air, le vif-argent monte ou deſcend dans les deux boîtes D, E, de ſorte que quand l'air devient plus peſant, il preſſe l'eau du tuyau CD, & la fait deſcendre dans la boîte D; auſſi bien que le vif-argent qui remonte d'autant dans l'autre boîte E. Si le mercure deſcend, par exemple, d'une ligne dans la boîte D, par la peſanteur de l'air, il monte auſſi d'une ligne dans la boîte E; & l'eau qui eſt dans le reſte du canal CD, deſcend dans la boîte D. Et ſi la capacité de cette boîte D eſt, par exemple, dix fois plus grande que celle du reſte du tuyau CD, il faudra dix lignes d'eau de ce canal pour remplir uue ligne de la boîte D. Ce qui fait voir très-ſenſiblement le moindre changement de la peſanteur de l'air; & il ſera d'autant plus ſenſible que la capacité des boîtes E, D, ſera grande.

Pour diſtinguer avec plus de facilité ce changement, on a coutume de coller une bande de papier diviſée en pouces & en lignes le long du tuyau BC, & l'on remarque la diviſion à laquelle l'eau ſeconde ſe trouve arrêtée, comme on le fait dans

les *thermometres*, qui ſervent à connoître les degrés du chaud & du froid.

II.

On peut encore connoître la peſanteur de l'air par le moyen d'un ſimple tuyau de verre, long de trois ou quatre pieds, fermé par un bout, & rempli entierement de vif-argent.

Ayant appliqué le doigt à l'ouverture de ce tuyau, pour empêcher que le vif argent ne tombe quand on tiendra le tuyau renverſé, plongez le bout ouvert dans d'autre vif-argent contenu dans quelque vaiſſeau. Alors ſi vous ôtez le doigt, le tuyau ne ſe vuidera pas entierement, mais il demeurera rempli de mercure juſqu'à la hauteur d'environ 27 pouces, plus ou moins, ſelon la différente température de l'air. C'eſt ce qu'on appelle l'*expérience du vuide*, parce qu'il ſemble que le reſte d'en haut du tuyau demeure vuide ſans aucun air. On a déja dit que Toricelli en avoit été l'inventeur. Le mercure demeure ſuſpendu à la hauteur de 27 ou 28 pouces, à cauſe de la peſanteur de toute la maſſe de l'air, qui peſant ſur le mercure qui eſt dans le vaiſſeau, la preſſe, l'empêche de s'élever, & de faire place à celui qui eſt dans le tuyau, & qui par conſéquent ne peut deſcendre.

III.

Pour rendre ce barometre plus commode, on courbe le tuyau qui contient le vif-argent, comme vous voyez celui du barometre compoſé. La branche AB eſt toute unie ſans phiole en E; mais l'autre branche, qui eſt beaucoup plus courte, en a une en D, & l'on retranche le canal CD.

Pl. 42, fig. 133.

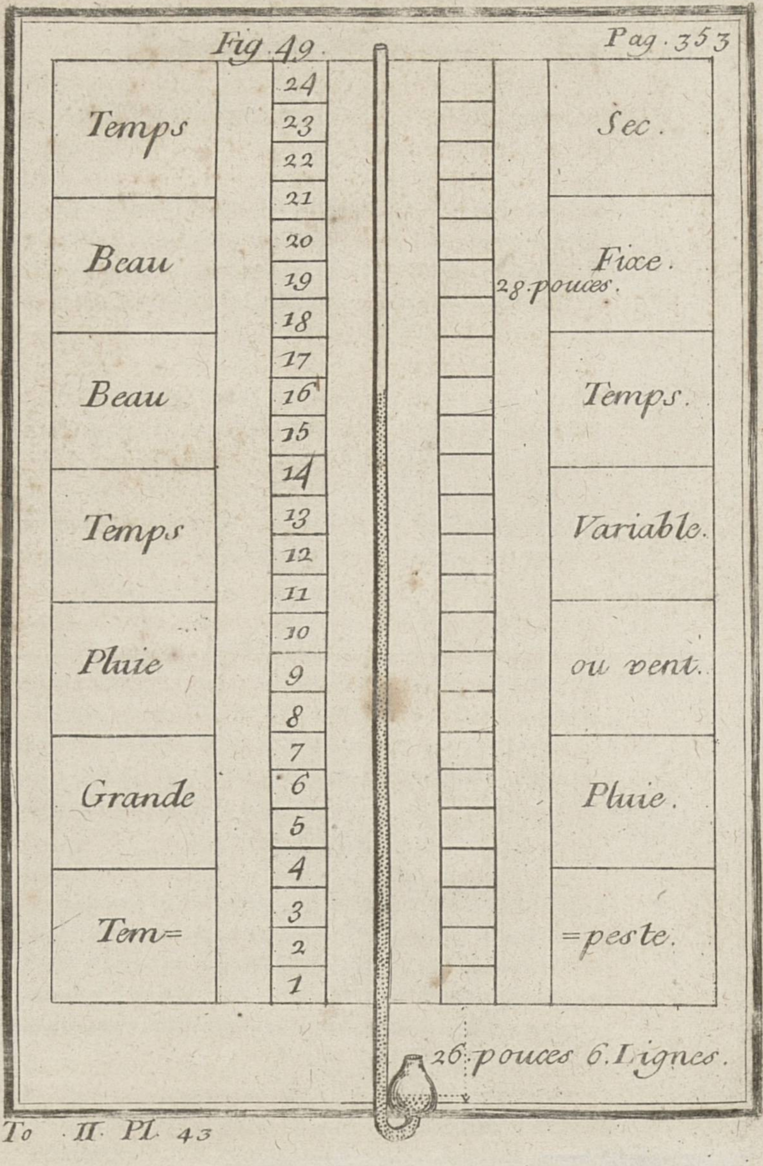
Lorſque l'air eſt plus peſant, ce qui arrive ordinairement dans le beau tems, le vif argent monte dans la branche AB, & lorſque l'air eſt plus léger, ce qui arrive quand on eſt menacé de pluie, ou de quelque grand vent, le vif-argent baiſſe. On a ſoin de coller à l'endroit où le vif-argent demeure ſuſpendu, un papier diviſé en lignes pour con-
Pl. 43, noître le changement de l'air. Mais les différen-
fig. 49. tes hauteurs du vif-argent, cauſées dans le barometre ſimple par les changemens de l'air, ne ſont point à beaucoup près ſi ſenſibles que les differentes hauteurs de l'eau ſeconde, cauſées dans le barometre compoſé par les mêmes changemens de l'air.

On peut encore remarquer que ces différentes hauteurs ſeront dans le barometre ſimple plus ou moins ſenſibles, ſelon que la bouteille de la branche recourbée, aura plus ou moins de capacité, * c'eſt-à-dire, que ſon diametre ſera plus ou moins grand par rapport au tuyau. Si la plus longue branche étoit inclinée, la différence des hauteurs deviendroit encore plus ſenſible dans le barometre ſimple. On va donner quelques obſervations qui ſont très-utiles pour prévoir la pluie, le vent, & le beau tems. On peut les mettre ſur un papier collé à côté du tuyau. Si on trouve qu'il y ait trop d'articles, on retranchera les moins néceſſaires, tels que ſont le 5, le 22, le 23, & le 24, & pour les vents le 4.

* La capacité de la phiole ou du canal ſe connoît en quarrant le diametre de l'un & de l'autre.

Obſervations

Fig. 49 Pag. 353



Obſervations pour la pluie & le beau tems.

I.

Les changemens de hauteur qui arrivent au vif-argent, ſervent à faire prévoir les changemens qui ſe font dans l'air, d'où l'on peut conjecturer le beau tems ou la pluie avant qu'ils arrivent.

II.

Ces changemens n'excedent point l'eſpace de deux pouces, enſorte que la plus grande hauteur du vif-argent eſt de vingt-huit pouces ſix lignes, & la moindre eſt de vingt-ſix pouces ſix lignes, à Paris, comme on a coutume de le marquer vers l'extrêmité de la plus grande branche du tuyau.

III.

Les pouces, entre leſquels ces différentes hauteurs du vif-argent ſont bornées, ſe diviſent en lignes, & à côté de ces pouces diviſés en lignes, on marque les differens tems, tels que l'expérience & l'obſervation les ont fait remarquer, comme on le voit dans la figure. Pl. 44. fig. 54.

IV.

Quand le vif-argent deſcend, c'eſt une marque aſſez certaine du mauvais tems: quand il monte, c'eſt une marque du beau tems; & quand il demeure à la même hauteur que les jours précédens, c'eſt une marque de la continuation du même tems.

V.

Cependant, pour n'être pas trompé, il faut remarquer que les changemens de hauteur du vif-

argent ne ſont pas toujours un ſigne certain du changement de tems ; mais c'eſt toujours une marque aſſurée d'une plus grande, ou d'une moindre peſanteur de l'air.

VI.

Si le barometre promet de la pluie, & qu'on n'en apperçoive pas dans la ſuite, il ne faut pas pour cela accuſer le barometre d'être trompeur. La pluie prédite eſt tombée ailleurs.

VII.

Si le vif-argent eſt demeuré quelque tems au très-ſec, & qu'enſuite il commence à deſcendre vers le beau fixe, alors on a lieu de croire qu'il arrivera un changement de tems.

VIII.

Si du beau fixe le vif-argent deſcend au beau tems, c'eſt ſigne d'un autre changement en mauvais tems, mais qui n'eſt pas ordinairement de longue durée.

IX.

Mais ſi le vif-argent deſcend au-deſſous du variable, & plus bas, alors le mauvais tems ſera de longue durée : & cela à proportion qne le vif-argent ſera plus bas.

X.

Ainſi pour bien juger du tems à venir, il faut obſerver exactement les élevations & les deſcentes du vif-argent, ſans s'arrêter ſcrupuleuſement aux inſcriptions qui ſont à côté des diviſions, quoique le plus ſouvent les changemens du vif-argent ſoient conformes à ce qui eſt marqué par ces inſcriptions.

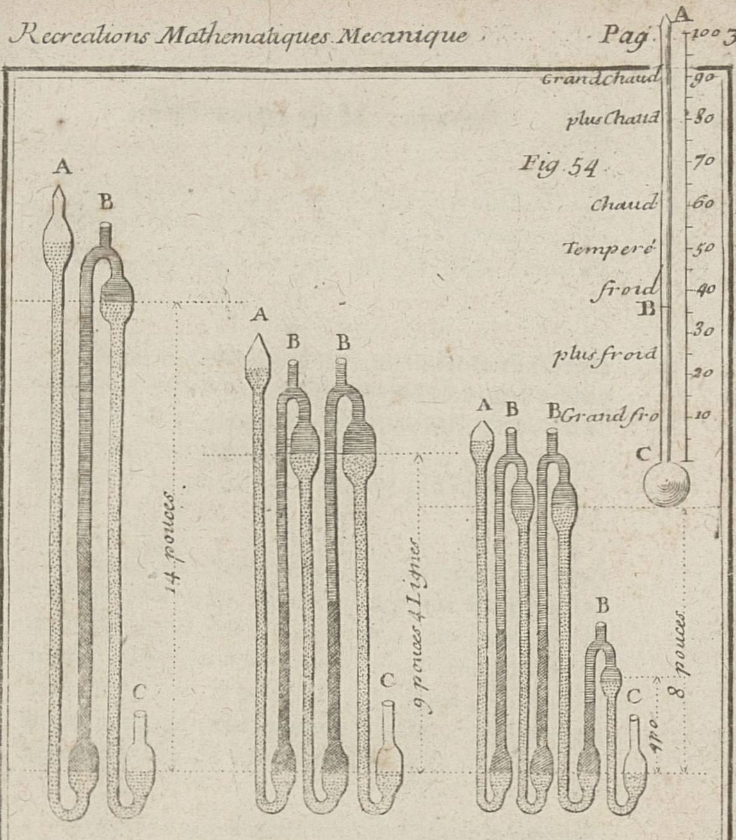


Fig 51. Fig 52. Fig 53.

Les petits points qui sont dans les Tuyaux Represente le mercure, les doubles Hachures Represente l'huille de tartre colorée et et les simples Lignes Represente l'huille de Karabé ou de Petrole

 De Forey Fils fecit

XI.

Quand il ſurvient du mauvais tems auſſi-tôt que le vif-argent eſt deſcendu, & qu'il remonte peu après, c'eſt une marque que le beau tems eſt prochain.

XII.

Si le vif-argent pendant le mauvais tems monte conſidérablement, & qu'il continue à monter deux ou trois jours avant que le mauvais tems ceſſe, alors on peut dire avec certitude que le beau tems eſt prêt à venir, & qu'il durera pluſieurs jours.

XIII.

Et ſi pendant le beau tems le vif-argent deſcend conſidérablement, & qu'il continue à deſcendre deux ou trois jours avant qu'il ſurvienne de la pluie, alors on doit croire, ſans craindre de ſe tromper, que la pluie eſt prochaine, & qu'elle continuera pendant pluſieurs jours, quelquefois accompagnée de vents impétueux & d'orages.

XIV.

Quand le vif-argent monte promptement de quatre ou cinq diviſions, c'eſt encore une marque aſſurée d'un beau tems de longue durée.

XV.

Et quand le vif-argent deſcend promptement de quatre ou cinq diviſions, c'eſt un ſigne de grande pluie, ſouvent accompagnée de vent.

XVI.

Les inégalités de hauteurs du vif-argent étant fréquentes, ſont des marques d'un tems incertain & changeant.

XVII.

Quand le vif-argent demeure entre le tems va-

riable & la pluie, il ſurvient ſouvent une grande pluie.

XVIII.

En été les changemens de tems ne ſuivent pas ſi promptement les changemens du vif-argent qu'en hyver.

XIX.

Ordinairemtnt on peut prévoir en été les changemens de tems un jour, & quelquefois deux jours avant qu'ils arrivent.

XX.

Au lieu qu'en hyver on a quelquefois de la peine à prévoir les changemens de tems ſix heures avant qu'ils ſurviennent.

XXI.

Si en hyver le vif-argent monte, c'eſt un ſigne de froid; & ſi pendant le froid il deſcend, c'eſt un ſigne de pluie ou de neige.

XXII.

Il eſt difficile de découvrir la cauſe qui fait deſcendre le vif-argent, quand on eſt menacé de pluie, & le fait monter quand il doit faire beau tems.

XXIII.

On peut dire en général que l'air commençant à devenir plus léger, les vapeurs ne peuvent plus être ſoutenues; que les plus élevées tombant ſur celles qui ſont au-deſſous, elles s'aſſemblent & forment des gouttes d'eau, qui par leur propre peſanteur, tombent en pluie.

XXIV.

Au contraire, lorſque le vif-argent monte, l'air commence à devenir plus peſant ; les vapeurs montent & ſe ſoutiennent dans l'air toutes ſéparées les unes des autres, juſqu'à ce que quelque cauſe change la peſanteur de l'air, & le rende plus léger.

Obſervations pour les vents.

I.

Si le vif-argent deſcend fort bas, c'eſt une marque de grand vent ſans beaucoup de pluie.

II.

Quand le vent doit tourner à l'orient (*eſt*) ou entre l'orient & le ſeptentrion (*nord-eſt*) ce qu'on appelle vent de biſe, alors le vif-argent monte fort haut, & c'eſt une marque de beau tems.

III.

Mais ſi à un vent d'orient (*eſt*) ou à un vent d'entre le ſeptentrion tirant vers l'orient (*eſt-nord-eſt*) il ſuccede un vent de midi (*ſud*) ou d'entre le midi & l'orient (*ſud-eſt*) alors le vif-argent deſcend, & c'eſt une marque de pluie.

IV.

Il peut arriver que le vent du *ſud*, ou celui du *ſud-oueſt*, ayant chaſſé des vapeurs ou des nuées du côté du *nord* & du *nord-eſt*, un vent de *nord* ou de *nord-eſt* ramene ces vapeurs & ces nuées vers le même lieu où l'on obſerve le barometre ; alors ces vapeurs ou ces nuées cauſent une pluie

qui peut durer quelques jours, ſuivant la quantité de vapeurs ou de nuées, qui ſe trouvent aſſemblées, quoique le vif-argent ſoit monté.

V.

On remarque ſouvent, que quand le vent du ſeptentrion (*nord*) ou celui d'entre le ſeptentrion & l'orient (*nord-eſt*) ſouffle long-tems, le vif-argent deſcend peu à peu, & que le beau-tems continue.

VI.

La deſcente du vif-argent menace de beaucoup de pluie, lorſque le vent ayant été à l'occident (*oueſt*) il vient à tourner entre le midi & l'occident (*ſud-oueſt.*)

VII.

Le vent d'entre le ſeptentrion & l'orient (*nord-eſt*) ayant le deſſus, c'eſt une marque que le beau tems continuera, quand même le vif-argent deſcendroit un peu.

VIII.

Le vent du midi (*ſud*) & celui d'entre le midi & l'occident (*ſud-oueſt*) nous * amenent ordinairement de la pluie, parce que paſſant par-deſſus la mer, qui eſt d'une grande étendue de ce côté-là, ils chaſſent vers nous les vapeurs, qui étant raſſemblées dans ce pays-ci, ſe convertiſſent en pluie.

* A Paris.

IX.

Quand le vent du ſeptentrion (*nord*) ou celui d'orient (*eſt*) ſouffle, l'air eſt ordinairement ſerein, & il tombe rarement de la pluie. Cela vient de ce qu'à l'*eſt* il y a une très-grande étendue de terre, d'où il s'éleve très-peu de vapeurs,

qui ne peuvent par conſéquent être chaſſées de ce côté-ci (*Paris*) qu'en très petite quantité, & celles qui ſe ſont élevées des mers les plus éloignées, ont été converties en pluye avant que d'arriver en ces pays-ci.

REMARQUES.

On remarquera ici que la doctrine de M. Ozanam touchant l'effet du barometre composé, comparé à celui du barometre ſimple, n'eſt point approuvée de M. *de la Boſſe*, auteur d'un traité du barometre, qui prétend qu'il peut arriver que la variation de l'eau ſeconde dans le tuyau C, ſoit quatorze fois plus ſenſible que la véritable variation du vif-argent dans le barometre ſimple. Ceux qui voudront s'inſtruire pleinement ſur cette matiere conſulteront ce traité, pag. 95 & ſuiv. Pl. 44, fig. 53.

*Conſtruction d'un nouveau barometre, avec la maniere de pouvoir en conſtruire d'autres de telle grandeur que l'on voudra : le tout confirmé par l'expérience d'*Alexandre Fortier.

I.

Ce barometre a 17 à 18 pouces de haut; il eſt composé de trois branches de verre jointes enſemble par quatre boîtes cylindriques. Les deux branches des deux côtés ſont remplies de mercure, & celle du milieu eſt remplie moité d'huile de tartre colorée, & l'autre moitié d'huile de Karabé. La ſéparation de ces deux liqueurs, qui hauſſe & baiſſe, ſert à marquer les changemens qui arrivent dans l'air, par rapport à ſa peſanteur & à ſa légéreté. Pl. 44, fig. 51.

Pour remplir ce barometre, il faut boucher l'ou-

verture B, mettre du mercure dans les branches des deux côtés en la maniere ordinaire par l'ouverture A, enſuite mettre les liqueurs dans la branche du milieu; après il faut ſceller hermétiquement cette ouverture A, & déboucher celle qui eſt marquée B.

Tout le fondement de la conſtruction de ces ſortes de barometres, ne conſiſte qu'à oppoſer pluſieurs colonnes de mercure contre une colonne d'air; en ſorte que ces colonnes de mercure faſſent enſemble vingt-huit pouces, qui eſt la hauteur où le mercure fait équilibre avec le poids de l'air, ce qui ſe fait en diviſant la hauteur ordinaire de la colonne de mercure, qui eſt vingt-huit pouces, par la hauteur dont on veut faire le barometre, le quotient de la diviſion donnera le nombre des colonnes de mercure qu'il faut oppoſer au poids de l'air. Sur quoi il faut obſerver que la hauteur de chaque tuyau ou branche ne ſe compte que du milieu des boîtes d'en bas juſqu'au milieu des boîtes d'en haut.

Outre ces proportions, il faut encore avoir égard au poids des liqueurs que l'on doit mettre dans les branches du barometre entre les colonnes du mercure, leſquelles font remonter le mercure d'un quatorzieme de leur poids, parce qu'environ quatorze lignes d'eau ou d'autre liqueur en hauteur, font équilibre avec une ſeule ligne auſſi en hauteur de mercure. C'eſt pourquoi il faut élever la premiere boîte au-deſſous des autres tuyaux, environ de quatorze lignes, afin qu'il puiſſe ſe faire un vuide dans cette boîte pour donner du jeu au barometre.

Les liqueurs ſe doivent toujours mettre dans les branches du barometre de deux en deux; ſçavoir,

dans la deuxieme, quatrieme, ſixieme, &c. & le mercure ſe doit mettre dans la premiere, troiſieme, cinquieme, ſeptieme, &c. ſuivant le nombre des tuyaux que le barometre doit avoir.

II.

Si on propoſe de faire un barometre AB de quatorze pouces de haut, tel que celui qui eſt repreſenté dans la figure 51, il faut diviſer le nombre 20 par 14, le quotient de la diviſion donnera 2 : ce nombre 2 montre qu'il faut oppoſer au poids de l'air deux colonnes de mercure de 14 pouces chacune, obſervant d'élever la premiere boîte au-deſſus de la machine, ſuivant la remarque qu'on vient de faire, & comme on le voit dans la figure. Pl. 44, fig. 51.

III.

Si on veut faire un autre barometre de 9 pouces 4 lignes de haut, il faut diviſer 28 par 9 $\frac{1}{3}$, le quotient donnera 3 ſans reſte; ce qui fait voir qu'il faut oppoſer trois colonnes de mercure de 9 pouces 4 lignes chacune contre une colonne d'air. Pour lors ce barometre aura cinq branches, dont la premiere, la troiſieme & la cinquieme ſeront remplies de mercure, & la ſeconde & quatrieme ſeront remplies de liqueurs, obſervant toujours d'élever la premiere boîte, à cauſe du poids des liqueurs. Voyez la 52e figure. Fig. 52.

IV.

Mais s'il arrivoit que la hauteur propoſée du barometre ne pût diviſer exactement le nombre 28, & qu'il y eût du reſte dans la diviſion, pour lors il faudroit faire les premieres branches de la Fig. 53.

Pl. 44, hauteur trouvée par le quotient, & la derniere du
fig. 53. reſte de la diviſion.

Par exemple, ſi on propoſe de faire un barometre de 8 pouces de haut, il faut diviſer 28 par 8, le quotient donnera 3, & il reſtera 4 pouces; ce qui fait voir qu'il faut oppoſer contre une colonne d'air quatre colonnes de mercure; ſçavoir, les trois premieres de 8 pouces chacune, & la quatrieme de 4 pouces ſeulement; ainſi ce barometre aura ſept branches, dont la premiere, troiſieme, cinquieme & ſeptieme ſeront remplies de mercure, & la ſeconde, quatrieme, & ſixieme ſeront remplies de liqueurs, obſervant toujours d'élever la premiere boîte, à cauſe du poids des liqueurs. Voyez la 63e figure.

REMARQUES.

I.

Je crois que ces trois exemples ſuffiſent pour pouvoir conſtruire des barometres de toutes ſortes de grandeurs, ſuivant les regles ci-deſſus.

II.

La conſtruction de ces ſortes de barometres n'eſt pas toute de mon invention. La premiere idée en a été tracée par M. *Amontons*, comme il eſt rapporté dans l'extrait des ouvrages des ſçavans de Leipſic, du mois de juillet 1688, lors de l'expérience qu'il fit pour démontrer que le vuide ſe pouvoit faire avec du mercure dans des tuyaux moindres que 28 pouces, qui eſt la hauteur où le mercure fait équilibre avec le poids de l'air.

Je crois que l'expérience du vuide a réuſſi; mais je ne puis imaginer qu'on ait pu en avoir conſ-

truit un barometre; premierement, par la difficulté, pour ne pas dire l'impoſſibilité qu'il y a de pouvoir introduire par une même ouverture trois liqueurs différentes dans trois tuyaux joints enſemble. Secondement, parce que M. Amontons n'a parlé en aucune maniere du poids des liqueurs que l'on doit mettre dans les branches du barometre, & qui fait remonter le mercure. Ce poids des liqueurs eſt très-conſidérable, puiſqu'ayant calculé la hauteur des tuyaux pour faire un barometre égal, c'eſt-à-dire, ſans élever la premiere boîte, l'expérience manqua, & il ne ſe fit aucun vuide, quoique j'euſſe fait faire les tuyaux un peu plus haut qu'ils ne doivent être ſuivant le calcul.

III.

L'expérience que j'ai de mon barometre depuis plus de deux ans, * me fait connoître que ſes mouvemens ſont très-juſtes, & même qu'il eſt exempt des petits défauts des autres.

* Depuis 1720 juſqu'en 1723.

Premierement, il eſt beaucoup plus ſenſible que le barometre ſimple, en ce qu'il fait beaucoup plus de chemin.

Secondement, dans mon barometre la colonne des liqueurs ne change point, c'eſt-à-dire, qu'elle ne devient ni plus haute, ni plus baſſe; il n'y a que l'interſection des liqueurs qui varie, & qui ſert à connoître la peſanteur & la légéreté de l'air. Au contraire, dans le barometre double, lorſque l'air eſt léger, la colonne des liqueurs devenant plus haute, & par conſéquent plus peſante, fait baiſſer le mercure qui eſt ſous elle, & empêche que le barometre ne marque préciſément le poids de l'air.

Enfin j'ai encore remarqué un autre petit défaut

dans le barometre double, qui eſt que quand il fait fort chaud, le mercure ſe dilate, & fait monter la liqueur plus haut qu'elle ne devroit monter, au lieu que dans mon barometre, lorſque le mercure ſe dilate, cela ne doit produire aucun effet, puiſque les liqueurs qui marquent les changemens de l'air, ſont enfermées entre deux colonnes de mercure, qui agiſſent également & ſe dilatent enſemble.

IV.

Les petits points qui ſont dans les tuyaux repréſentent le mercure; les doubles hachures repréſentent l'huile de tartre, & les ſimples lignes repréſentent l'huile de Karabé.

PROBLEME X.

Connoître par la peſanteur de l'air celui de deux lieux de la terre qui eſt le plus élevé.

L'Air n'eſt pas également peſant par tout. Il eſt certain qu'il peſe moins ſur les lieux élevés, comme ſur les ſommets des montagnes, que ſur les lieux profonds, comme ſur les vallons; parce qu'il y a plus d'air au-deſſus des vallons qu'au deſſus des montagnes: tout de même que le fond d'un ſceau, où il y a de l'eau, eſt plus preſſé par la peſanteur de l'eau, quand il eſt tout plein, que quand il ne l'eſt qu'à demi, parce que les corps liquides peſent ſelon leur hauteur.

Auſſi l'on connoît par expérience, que dans les lieux qui ſont de niveau, c'eſt-à dire, également éloignés du centre de la terre, le vif-argent s'éleve dans un barometre à une même hauteur, & qu'il s'éleve moins dans les lieux qui ſont plus éle-

vés. D'où l'on peut conclure, que deux lieux propoſés de la terre, par exemple, deux montagnes ſont auſſi hautes l'une que l'autre, ſi le vif-argent s'y éleve à une même hauteur, & que celle-là eſt la plus haute où le mercure s'éleve le moins.

REMARQUE.

Pour juger à peu près de la hauteur de quelque lieu de la terre au-deſſus du plan de l'horiſon, il faut ſe ſouvenir des expériences ſuivantes, qui ont été faites par M. Paſcal, de la peſanteur de l'air au niveau de la mer, & en des lieux plus élevés de 10, 20, 100, 200 & 500 toiſes, lorſque l'air étoit médiocrement chargé.

Nous dirons donc avec M. Paſcal, qu'au niveau de la mer les pompes aſpirantes élevent l'eau à la hauteur de 31 pieds & environ 2 pouces; & que dans les lieux élevés au-deſſus du niveau de la mer de 10 toiſes, l'eau s'éleve ſeulement à la hauteur de 31 pieds & 1 pouce: où vous voyez que 10 toiſes d'élevation cauſent un pouce de diminution.

Cela ſe confirme par ces autres expériences, par leſquelles on connoît qu'aux lieux élevés au-deſſus de la mer de 20 toiſes, l'eau s'éleve à 31 pieds ſeulement, & que dans ceux qui ſont plus élevés que le niveau de la mer de 100 toiſes, l'eau monte ſeulement à 30 pieds 4 pouces; que dans les lieux plus hauts que la mer de 200 toiſes, l'eau ne monte qu'à 29 pieds ſix pouces. Enfin que dans ceux qui ſont élevés à peu près de 500 toiſes, l'eau ne monte environ qu'à 27 pieds.

AUTRE REMARQUE.

Il s'en faut bien que cette maniere de niveler par

le moyen du barometre ſoit ſûre dans toutes ſortes d'occaſions, ſoit qu'on s'arrête à la différence qui ſe trouvera entre les plus grandes hauteurs qu'on aura obſervé en divers lieux pendant un long eſpace de tems, ſoit qu'on s'arrête à celle que l'on trouvera entre les hauteurs qu'on aura obſervé à la même heure. Elle n'eſt nullement ſûre à l'égard de deux endroits qui ſe trouvent ſitués ſous des climats différens, comme ſont Stokolm & Clermont en Auvergne : mais elle peut être aſſez bonne à l'égard de deux ou pluſieurs endroits, leſquels quoiqu'éloignés les uns des autres, ſe trouvent néanmoins ſitués à peu près ſous le même parallele. Je demanderois encore quelques précautions dans les barometres; qu'ils ayent été, par exemple, remplis dans le même lieu, & qu'ils ayent une capacité égale, tant dans leurs tuyaux, que dans leurs phioles.

Choiſiſſons deux endroits qui ſont ſitués ſous le même climat, tels que ſont Paris & Domjulien, gros bourg de Lorraine. Paris eſt ſitué au 48e degré 50 minutes de latitude ſeptentrionale, & Domjulien eſt à peu près au 48e degré 20 minutes de même latitude.

Suppoſons qu'on ait obſervé à Paris pendant un tems conſidérable, que la plus grande hauteur du vif-argent eſt de 28 pouces 4 lignes, & la plus petite de 26 pouces 7 lignes. La différence de ces deux hauteurs eſt de 21 lignes.

Suppoſons encore qu'on ait obſervé à Domjulien pendant un tems conſidérable: que la plus grande hauteur du vif-argent eſt de 27 pouces 2 lignes, & la plus petite de 25 pouces 5 lignes. La différence de ces deux hauteurs eſt comme à Paris, de 21 lignes. De-là on peut juger que la tempéra-

ture du climat où ces deux endroits ſont ſitués, cauſe les mêmes viciſſitudes dans la peſanteur de l'air, & que par conſéquent la différence qui ſe trouve entre les plus grandes hauteurs de ces mêmes endroits, ne peut venir que de ce que l'un eſt plus élevé que l'autre.

Cela étant ſuppoſé, puiſque la plus grande hauteur du vif-argent à Domjulien (27 pouces 2 lignes) eſt moindre de 14 lignes que la plus grande à Paris (28 pouces 4 lignes), il faut que Domjulien ſoit plus élevé que Paris, autant qu'il eſt néceſſaire qu'une ſtation ſoit plus élevée que l'autre, pour cauſer une différence de 14 lignes entre les hauteurs du vif-argent en ces deux lieux. Et ſelon le calcul qu'on trouvera dans les remarques du problême ſuivant, on peut eſtimer que Paris eſt plus bas que Domjulien de 162 toiſes.

PROBLEME XI.

Trouver la peſanteur de toute la maſſe de l'air.

POur connoître la peſanteur de la maſſe entiere de tout l'air qui eſt au monde, il faut premierement connoître la ſurface de la terre, que nous avons trouvé au *Prob. VII. Coſm.* de 32356800 lieues quarrées de Paris. Et parce qu'une lieue commune Pariſienne eſt de 2000 toiſes, ou de 12000 pieds, une lieue quarrée ſera de 144000000 pieds quarrés, comme on le connoît en multipliant 12000 par 12000. C'eſt pourquoi ſi l'on multiplie les 32356800 lieues quarrées par 144000000, on aura 4659379200000000 pieds quarrés pour la ſurface de la terre. Pag. 149.

Il faut encore ſçavoir qu'un pied cube d'eau peſe

environ 72 livres, & que par conſéquent un priſme d'eau qui a pour baſe un pied quarré, & 32 pieds de hauteur, peſe 2304 livres, comme on le connoît en multipliant 72 par 32.

Enfin il faut ſçavoir que comme la peſanteur de l'air ne peut faire monter l'eau plus haut que de 31 ou de 32 pieds, ſi l'on ſuppoſe que tous les lieux de la terre ſoient également chargés d'air, (quoique cela ne ſoit pas abſolument vrai, parce qu'ils ne ſont pas tous également éloignés du centre de la terre, & que l'air n'eſt pas partout, ni en tout également pur) on peut ſuppoſer que tous les lieux de la terre ſont autant preſſés par la peſanteur de l'air, que s'ils portoient de l'eau à la hauteur de 31 ou de 32 pieds; cette ſuppoſition étant recevable pour des récréations mathématiques.

Cela étant ſuppoſé, il eſt évident que ſi toute la terre étoit couverte d'eau juſqu'à la hauteur de 32 pieds, il y auroit autant de priſmes d'eau de 32 pieds de haut, que la ſurface contient de quarrés; ſçavoir, 4659379200000000 priſmes d'eau. C'eſt pourquoi ſi l'on multiplie ce nombre par 2304, qui eſt à peu près la peſanteur d'un de ces priſmes, on aura 10735209676800000000 livres pour la peſanteur de tout l'air qui eſt dans la nature.

REMARQUE.

Il eſt à remarquer que dans la plupart des endroits de la ſurface de la terre, une colonne d'eau de 31 ou 32 pieds de hauteur eſt en équilibre avec une colonne d'air. Il eſt vrai que dans pluſieurs endroits il faut une plus grande hauteur d'eau pour peſer autant que l'air, & dans pluſieurs

une

une plus petite ſuffit; mais rien n'empêche que l'on ne puiſſe ſuppoſer que le fort portant le foible, une colonne de 32 pieds de hauteur ſoit en équilibre avec une colonne d'air dans toute l'étendue de la ſurface de la terre. D'où il ſuit que la ſurface de la terre eſt autant preſſée par le poids de toute la maſſe de l'air, à laquelle elle ſert de fond, qu'elle le ſeroit ſi elle ſervoit de fond à un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur.

M. Ozanam a pris de-là occaſion de chercher quel ſeroit le poids d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, qui auroit pour fond la ſurface de la terre. Selon ſon calcul ce poids ſeroit de 107352096800000000 livres. Et ſous prétexte que la ſurface de la terre eſt autant preſſée par le poids de la maſſe de l'air, à laquelle elle ſert de fond, qu'elle pourroit l'être, ſi elle ſervoit de fond à un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, cet auteur a cru pouvoir conclure que le poids de toute la maſſe de l'air eſt le nombre de livres que nous venons de rapporter. Mais il n'eſt pas difficile de démontrer qu'il s'eſt trompé en cette occaſion.

C'eſt un principe conſtant dans l'hydroſtatique, qu'un volume d'une certaine liqueur, de vif-argent, par exemple, peſe moins que le volume d'une autre liqueur, comme d'eau commune, ſi le volume d'eau commune eſt plus grand par rapport au volume de vif argent, que la hauteur d'une colonne de vif-argent n'eſt grande par rapport à la hauteur d'une colonne d'eau de même poids. Ainſi le volume d'un pied cube de vif-argent eſt moins grand par rapport au volume de 16 pieds cubes d'eau commune, que la hauteur d'une colonne de vif-argent n'eſt grande par rap-

port à la hauteur d'une colonne d'eau de même poids; & cela parce que dans ce cas le volume n'eſt au volume que comme l'unité au nombre 163; au lieu que la colonne eſt à la colonne de même poids comme l'unité au nombre 14; il eſt certain qu'un pied cube de vif-argent peſe moins que 16 pieds cubes d'eau commune.

Or il eſt certain que le volume d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, qui auroit pour fond la ſurface de la terre, n'eſt pas à beaucoup près ſi grand par rapport au volume de l'orbe liquide que l'air forme autour de la terre, que la hauteur d'une colonne d'eau par rapport à la hauteur d'une colonne d'air de même poids.

Pour en être convaincu, il n'y a qu'à ſe repréſenter l'orbe de l'air ſouſ-diviſé, autant qu'il pourroit l'être, en pluſieurs orbes concentriques les uns aux autres de 32 pieds d'épaiſſeur, & conſidérer que comme le volume du ſecond de ces orbes, en s'éloignant du centre, eſt néceſſairement beaucoup plus grand que le volume du premier; le volume du troiſieme plus grand que le volume du ſecond, & ainſi des autres; le volume du premier & plus petit de ces orbes, ne peut être à beaucoup près ſi grand par rapport au volume de tous ces orbes pris enſemble, ou, ce qui eſt la même choſe, par rapport au volume de tout l'air qui eſt dans le monde, que l'unité au nombre de tous les orbes, quel que puiſſe être ce nombre. Neanmoins il eſt clair que l'unité eſt au nombre de tous ces orbes, quel qu'il puiſſe être, comme la hauteur d'une colonne d'eau à la hauteur, quelle qu'elle puiſſe être, d'une colonne d'air de même poids. Et comme le volume du premier & plus petit de ces orbes concentriques les uns aux autres, eſt par

ſuppoſition égal à celui d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, il ſuit de-là que le volume d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, qui auroit pour fond la ſurface de la terre, n'eſt pas à beaucoup près ſi grand par rapport au volume de tout l'air qui eſt dans la nature, que la hauteur d'une colonne d'eau, à la hauteur, qu'elle puiſſe être, d'une colonne d'air de même poids.

Par conſéquent le poids d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, n'eſt pas à beaucoup près ſi grand que le poids de l'orbe liquide, que l'air forme autour de la terre, ou, ce qui revient au même, que le poids de tout l'air qui eſt dans le monde. D'où il ſuit que le poids de l'air eſt beaucoup au deſſus de ce qui a été déterminé par M. Ozanam.

Ainſi la maniere dont il s'y eſt pris pour déterminer quel eſt à peu près le poids de tout l'air qui eſt dans le monde, n'eſt pas bonne à imiter, ni dans ce cas particulier, ni dans aucun autre cas ſemblable. Car quoiqu'il ſoit permis d'uſer de quelque licence, pour faire ces ſortes de recherches, que l'on ne fait ordinairement que par maniere de récréation mathématique, où il n'eſt pas beſoin d'une exactitude ſi grande, que dans beaucoup d'autres occaſions; il n'eſt jamais permis d'avancer ſous ce prétexte, ou de ſuppoſer aucune choſe qui ſoit manifeſtement contraire aux notions les plus conſtantes de la géométrie. Et il y a lieu de s'étonner qu'un auteur auſſi habile dans ce genre de ſcience, & auſſi exact en d'autres occaſions, ſe ſoit oublié en celle-ci juſqu'à ce point.

Il eſt bon d'avertir que cette remarque n'attaque pas moins le calcul de M. Paſcal, que celui de M. Ozanam. Voyez la remarque du problême ſuivant.

PROBLEME XII.

Trouver par la peſanteur de l'air l'épaiſſeur de ſon orbe, & le diametre de ſa ſphere.

NOus entendons ici, par l'épaiſſeur de l'orbe de l'air, la diſtance de ſa ſurface ſupérieure, où il ne peſe plus, à la ſurface de la terre, que je ſuppoſe au milieu de la ſphere de l'air, ſans me mettre en peine ſi cette ſuppoſition eſt véritable, parce qu'elle eſt de petite conſéquence pour des récréations mathématiques, où il n'eſt pas néceſſaire de s'attacher à une préciſion bien rigoureuſe, au moins en des queſtions de cette nature.

I.

Premierement pour trouver cette épaiſſeur, on conſidérera que 10 toiſes de hauteur diminuent d'un pouce l'effet de la peſanteur de l'air : car il eſt aiſé de faire deux obſervations ſur la premiere remarque du problême précédent. La premiere, c'eſt que les lieux qui ſont au bord de la mer ſont comprimés par le poids de l'air, autant qu'ils le ſeroient par une colonne d'eau de la hauteur de 31 pieds 2 pouces, qu'on ſubſtitueroit à ce poids de l'air, il n'importe de quelle largeur ſoit cette colonne d'eau ; la largeur ne contribue point à la peſanteur de la colonne ; car on ſçait que les liqueurs ne peſent que ſuivant leur hauteur.

La ſeconde obſervation eſt que les lieux qui ſont élevés de 10 toiſes au deſſus du niveau de la mer, ſont comprimés par le poids de l'air, autant qu'ils le ſeroient par une colonne d'eau de la hauteur de 31 pieds un pouce, qu'on ſubſtitueroit au poids

de l'air. Il en ſeroit de même des lieux plus élevés de 10 toiſes en 10 toiſes, c'eſt-à-dire, qu'à meſure que les lieux ſeroient plus élevés de 10 toiſes, la colonne d'eau diminueroit d'un pouce.

D'où il ſuit que 10 toiſes de hauteur cauſent à la peſanteur de l'air la diminution d'un pouce d'eau. Ainſi afin que l'air n'ait plus de peſanteur, ce qui ne peut arriver qu'en quelque point de ſa ſurface ſupérieure, il faut que l'effet de ſa peſanteur ſoit diminué de 31 pieds 2 pouces, c'eſt-à-dire, de 374 pouces.

On trouvera la diſtance de ce point à la ſurface de la terre, ou l'épaiſſeur de la maſſe de l'air, en diſant par la regle de trois directe: Si la diminution d'un pouce provient de 10 toiſes de hauteur, de quelle hauteur proviendra la diminution de 374 pouces? Et en multipliant 374 par 10, on aura 3740 toiſes pour l'épaiſſeur qu'on cherche, qui ſans doute eſt beaucoup plus grande.

II.

Secondement, pour trouver le diametre de la ſphere de l'air, on ſe ſervira du diamétre de la terre, qu'au *Probl. VII. Coſm.* nous avons trouvé de 3210 lieues Pariſiennes, qui valent 6420000 toiſes, comme on le connoît en multipliant 3210 par 2000, qui eſt le nombre des toiſes d'une lieue Pariſienne; on ajoutera à ce diametre 6420000 le double 7480 de l'épaiſſeur 3740 de l'orbe de l'air: la ſomme donnera 6427480 toiſes pour le diametre de la ſphere de l'air.

REMARQUE.

On vient de voir que M. Ozanam a fait peu de fond ſur la détermination qu'il a faite de l'épaiſſeur

de l'orbe de l'air, en ajoutant que cette épaiſſeur eſt ſans doute beaucoup plus grande. Il eſt au moins vraiſemblable que cet orbe a plus d'épaiſſeur que la plus haute montagne n'a de hauteur. Caſſius, la plus haute de toutes les montagnes, a plus de 20000 toiſes de hauteur, ſelon le pere Kircher : il faut donc que l'orbe de la terre ait beaucoup plus d'épaiſſeur que M. Ozanam ne lui en attribue.

Le raiſonnement de M. Ozanam ſuppoſe très-mal-à-propos que l'air eſt également peſant dans toute l'épaiſſeur de ſon orbe. On doit ſuppoſer au contraire que l'air a d'autant moins de peſanteur, qu'il eſt plus éloigné de la terre, & qu'il occupe plus d'eſpace dans ſa partie ſupérieure, où il eſt moins comprimé que dans ſa partie inférieure.

On va eſſayer à déterminer quelle eſt à peu près cette épaiſſeur de l'orbe de l'air, ſans faire aucune fauſſe ſuppoſition.

Il faut conſidérer d'abord toute une colonne d'air égale en peſanteur à 330 lignes de vif-argent ſouſ-diviſée en 330 petites colonnes, ou portions de la même colonne, poſées perpendiculairement les unes ſur les autres, & chacune préciſément égale en peſanteur à une ligne de vif-argent.

Dans cette ſuppoſition, il eſt clair qu'en montant d'une portion de colonne à la ſuivante, depuis la premiere juſqu'à la derniere, l'air ſe trouve continuellement moins chargé d'un poids égal à une ligne de vif-argent ; il eſt par conſéquent toujours moins comprimé, ſelon une proportion arithmétique ; car l'air eſt d'autant moins comprimé, qu'il eſt moins chargé. Et parce que l'air eſt encore d'autant moins peſant, qu'il eſt moins comprimé, il eſt clair qu'en montant d'une portion de colonne

à la ſuivante, depuis la premiere juſqu'à la derniere, l'air ſe trouve toujours moins peſant, ſelon une proportion arithmétique.

Si on ſuppoſe donc que la différence des hauteurs de ces portions de colonne, ſoit de $\frac{1}{5}$ de toiſe, & que la premiere colonne ſoit de 10 toiſes & demie de hauteur, ſuivant un raiſonnement qu'on ſe diſpenſera de rapporter pour abréger, on aura une progreſſion arithmétique, dont on connoîtra le premier terme (10 $\frac{1}{2}$) la différence des termes ($\frac{1}{5}$) & le nombre de ces termes (330). Ainſi pour connoître la ſomme des termes de cette progreſſion, il faudra premierement connoître le dernier terme par la regle enſeignée dans le premier volume au problême X, art. 4, p. *60*, en cette ſorte.

Multipliez *329*, nombre des termes diminué de l'unité par la différence $\frac{1}{5}$, c'eſt-à-dire, qu'il faut prendre le cinquieme de *329*, qui eſt à peu près *66*. Ajoutez à ce produit *66* le premier terme 10 $\frac{1}{2}$; la ſomme *76* $\frac{1}{2}$ ſera le dernier terme de la progreſſion qui a 330 termes, & dont le premier eſt 10 $\frac{1}{2}$.

Ce dernier terme *76* $\frac{1}{2}$ étant connu, cherchez, par l'article 1 du même problême, la ſomme des termes en cette ſorte. Ajoutez le premier terme 10 $\frac{1}{2}$ & le dernier *76* $\frac{1}{2}$; multipliez la ſomme 87 par le nombre des termes 330, le produit ſera 28710; & la moitié de ce produit, qui eſt 14355, ſera la ſomme des termes de cette progreſſion arithmétique. Ce qui fait connoître que l'épaiſſeur de l'orbe de l'air eſt de 14355 toiſes.

Selon ce calcul l'orbe de l'air auroit moins d'épaiſſeur que la montagne Caſſius n'a de hauteur, ſuivant le P. Kirker. Mais ce ſçavant jéſuite pour-

roit bien avoir trop avancé ſur la foi d'autrui touchant la hauteur de cette montagne & des autres, qu'il n'a pas, ſelon toute apparence, meſurées lui-même. Il pourroit ſe faire auſſi que la peſanteur de l'air diminue en s'éloignant de la terre, ſelon une progreſſion artithmétique, où la différence eſt plus grande qu'on ne l'a ſuppoſé dans la progreſſion précédente: ainſi en mettant $\frac{1}{3}$ pour la différence de la progreſſion, on trouvera que l'epaiſſeur de l'orbe de l'air eſt de 21532 toiſes; & en ſuppoſant que cette différence eſt $\frac{1}{2}$, on trouvera que cette épaiſſeur eſt de 30525 toiſes. Voyez le traité du barometre par M. *de la Broſſe*.

On mettra ici une table qui repréſente la valeur de trente-ſix termes de la progreſſion, dont le premier eſt 10 toiſes & demie; la différence eſt de $\frac{1}{5}$ de toiſes, on peut la continuer autant qu'on voudra, en ajoutant à chaque terme $\frac{1}{5}$. On a mis une virgule qui marque ici l'addition des différences.

10 Toiſes $\frac{1}{2}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
11 Toiſes $\frac{1}{2}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
12 Toiſes $\frac{1}{2}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
13 Toiſes $\frac{1}{2}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
14 Toiſes $\frac{1}{2}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
15 Toiſes $\frac{1}{2}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
16 Toiſes $\frac{1}{2}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
17 Toiſes $\frac{1}{2}$				

PROBLEME XIII.

Obſerver les différens changemens qui arrivent à la température de l'air, ſelon ſes degrés de chaleur ou de froidure.

I.

ON peut connoître les divers degrés de chaleur ou de froidure, par le moyen d'un petit homme, qui paroît plus ou moins dans le goulot d'une bouteille, ſelon que l'air eſt plus ou moins chaud. Car lorſque l'air eſt très-froid, ce petit homme ſe cache entierement dans la bouteille, & il en ſort lorſque l'air devient plus chaud. Pl. 41, fig. 50.

Pour conſtruire cette eſpece de thermometre, on ſe ſert d'une bouteille de verre noire ou très-obſcure. On ne l'emplit qu'en partie d'eau de-vie, comme on le voit en CEF, le reſte BCF eſt plein

d'air. On cimente en B un tuyau de verre tranſparent AE, auquel on laiſſe un petit trou en A, & qui touche preſque le fond de la bouteille en E. Enfin on met dans le tuyau AE l'image d'un petit homme d'émail, ſoudée ſur une petite phiole cylindrique aſſez grande pour que l'image & la phiole étant plus légeres qu'un pareil volume de l'eau-de-vie, qui eſt au fond de la bouteille, puiſſent nager ſur cette eau-de-vie.

Quand le petit homme eſt caché dans la bouteille, on le peut faire ſortir, en le préſentant au feu ou aux rayons du ſoleil, ou bien en échauffant la bouteille avec la chaleur des mains. Mais pour le faire cacher en été, quand il fait bien chaud, il faut plonger le fond de la bouteille dans de l'eau bien fraîche, ou dans de la glace. Ce petit homme ſe précipite tout à coup, comme pour ſe baigner.

II.

Pl. 44, fig. 54. Le thermometre de Florence eſt d'un grand uſage pour juger des différentes températures de l'air. Voici de quelle maniere on le conſtruit.

On prend une phiole C d'environ deux pouces de diametre: on y ſoude un tuyau AC, dont le diametre eſt d'une ligne & demie ou environ. On choiſit un tems froid pour l'emplir juſques vers la lettre B d'eſprit de vin coloré avec du bois de ſantal rouge, ou de la racine d'orcanette. On fait entrer l'eſprit de vin, ou en échauffant la phiole, ou en trempant l'extrêmité A dans un vaſe rempli d'eſprit de vin un peu chaud, ou plutôt avec un entonnoir, en ſe ſervant d'un petit fil de léton délié, qu'on enfonce pluſieurs fois dans le tuyau, pour faire deſcendre la liqueur dans la phiole.

Quand on s'eſt aſſuré, en expoſant l'inſtrument à l'air froid, que le tuyau eſt rempli juſques vers B, on échauffe autant qu'on peut la phiole pour faire monter l'eſprit de vin juſques vers l'extrêmité A. Pour lors on ferme exactement cette extrêmité, en la faiſant fondre à la lampe d'un émailleur.

Ce thermometre ſert à faire connoître les différens degrés de la chaleur de l'air. On a coutume de l'ajuſter à une planche, ſur laquelle on colle du papier, qui contient une diviſion telle que l'on veut. On y marque auſſi de l'autre côté la quantité du froid & du chaud, comme on le voit dans la figure. Enfin pour donner quelques inſtructions, on peut ajouter ſur ce papier collé les obſervations ſuivantes.

Obſervations ſur le thermometre de Florence.

I.

Lorſque l'air devient plus chaud, la liqueur contenue dans le thermometre, ou l'air renfermé dans cette liqueur, ſe dilate & monte à meſure que la chaleur de l'air augmente. Mais quand l'air perd de ſa chaleur, ou qu'il devient plus froid, la liqueur ſe reſſerre & deſcend vers la phiole.

I I.

Si la phiole étoit trop groſſe, & le tuyau trop court ou trop étroit, le thermometre ſe caſſeroit dans une grande chaleur. La même choſe arriveroit ſi on l'expoſoit aux rayons fort vifs du ſoleil, ou ſi on l'approchoit trop près du feu.

III.

On peut faire monter la liqueur du thermometre par l'action ſeule de la main, en l'appliquant doucement ſur la phiole La chaleur de la main ſe communique à la liqueur, & la fait monter. Lorſqu'on a retiré la main, la liqueur deſcend peu à peu, & ſe remet à la même hauteur où elle étoit auparavant.

IV.

A côté des diviſions ou degrés, on a marqué les différentes températures de l'air d'eſpace en eſpace.

V.

Lorſque dans les gelées d'hyver l'air commence à s'adoucir, & qu'il eſt tempéré, on obſerve que la liqueur du thermometre ne monte pas auſſi-tôt: elle ne monte que quand la glace eſt un peu fondue.

VI.

Pour ſe ſouvenir du degré où la liqueur étoit arrêtée quand on a fait ſon obſervation, on ſe ſert d'une petite main d'émail, ou autre marque, qui coule le long d'un double fil de léton attaché par les bouts vers les deux extrêmités de la planche. On éloigne des diviſions ce fil de léton, de maniere que le bout du doigt allongé de la main d'émail, tombe ſur l'extrêmité des degrés, & montre préciſément celui qu'on a obſervé, quand la main eſt arrêtée.

VII.

Cette main d'émail coule le long du double fil de léton par le moyen d'un petit tuyau de fer blanc, qui paſſe au travers du poignet de la main

auquel il eſt attaché. Les bouts de chaque fil de léton doivent être éloignés l'un de l'autre dans l'endroit où ils ſont attachés, afin que la main d'émail en coulant s'arrête au degré où on la place, ſans tomber.

Uſage du thermometre.

I.

Pour connoître chaque jour de combien eſt augmentée ou diminuée la chaleur en un même lieu, remarquez un jour à une certaine heure le degré où s'eſt arrêté la liqueur dans le tuyau; puis le jour ſuivant, obſervez à la même heure ſi la liqueur eſt arrêtée plus haut, plus bas, ou au même endroit, & vous jugerez par-là s'il fait plus chaud, moins chaud, ou ſi l'air eſt dans une égale ſituation à la même heure & dans le même lieu. On peut faire la même choſe le même jour à différentes heures, ou en des jours qui ne ſe ſuivent point.

II.

C'eſt ordinairement vers les trois heures après midi que la liqueur monte à la plus haute élévation dans la journée, & c'eſt au lever du ſoleil que la liqueur ſe trouve au plus bas. Il faut prendre garde que le thermometre ne ſoit point expoſé à la réverberation du ſoleil, ni à la chaleur du feu.

III.

On peut connoître quelle eſt la plus chaude ou la plus froide de pluſieurs chambres par ce moyen. Remarquez en premier lieu à quel degré la liqueur du tuyau eſt arrêtée dans une chambre. Tranſportez enſuite le thermometre dans une autre chambre,

où vous le laiſſerez pendant quelque tems, comme d'une demi-heure. Enfin examinez s'il y a du changement dans l'élévation de la liqueur. Si elle eſt demeurée au même degré, c'eſt une marque que l'air des deux chambres eſt dans le même degré de chaleur ou de froidure. Si la liqueur eſt montée, il fait plus chaud dans cette ſeconde chambre que dans l'autre. Enfin ſi la liqueur eſt deſcendue, c'eſt une marque certaine que l'air eſt plus froid dans cette ſeconde chambre que dans la premiere.

IV.

Ce qu'on vient de faire pour deux chambres peut ſe pratiquer à l'égard de pluſieurs. Il faut remarquer qu'on doit faire cette expérience dans un court intervalle de tems, où l'on juge que la température de l'air ne puiſſe point avoir été changée. Et pour être mieux aſſuré de ce qu'on veut ſçavoir, il eſt bon de rapporter le thermometre de l'une de ces chambres dans les autres, afin de voir s'il ne ſera point arrivé quelque changement à l'air de ces chambres.

V.

Si on laiſſe un thermometre dans un même lieu, qui ne ſoit point expoſé à la chaleur qui peut venir de quelque cauſe étrangere, comme du feu ou des bougies allumées dans un endroit reſſerré, & qu'on ait ſoin de marquer ſur un regiſtre le degré qu'on obſerve tous les jours à la même heure, ou aux mêmes heures, & principalement au lever du ſoleil, & vers les trois heures après midi, ſi on veut ſe donner la peine de le faire dans le même jour, on pourra, en continuant la même choſe pendant pluſieurs années, connoître par la comparaiſon des

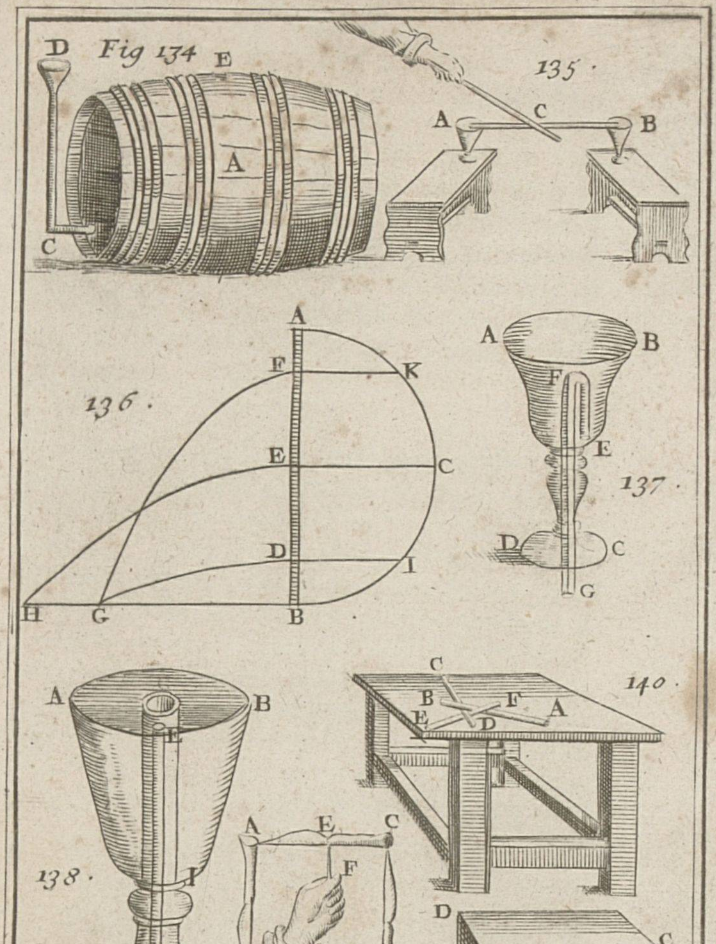


Fig 134
135.
136.
137.
138.
139.
140.
141.

obſervations les années qui auront été plus chaudes ou plus froides.

VI.

Si on fait du feu dans une chambre, il ſera aiſé de connoître combien la chaleur du feu augmentera la température de l'air de cette chambre, en remarquant quel changement il arrivera à l'élévation de la liqueur contenue dans le tuyau du thermometre.

VII.

Pour connoître ſi la fievre eſt augmentée ou diminuée, faites mettre la main du malade hors le lit environ un demi quart-d'heure, pour diſſiper la chaleur qui vient de celle du lit. Puis faites poſer pendant quelque tems la main du malade ſur la phiole d'un thermometre, en prenant garde de le caſſer. Obſervez le degré où s'arrête la liqueur, & remarquez-le. Faites la même choſe dans un autre tems. En comparant les degrés où la liqueur ſera arrêtée dans les différentes obſervations que vous aurez faites, vous verrez ſi la fievre eſt augmentée, diminuée, ou reſtée dans le même degré.

PROBLEME XIV.

Remplir de vin, ou de quelque autre liqueur, un tonneau par l'ouverture d'en bas.

NOus avons déja dit plus d'une fois que les corps liquides peſent ſeulement ſelon leur hauteur. C'eſt pourquoi pour remplir de quelque liqueur le tonneau A, non pas par le bondon E, mais par l'ouverture B d'en bas, il faut mettre à cette ouverture B un tuyau recourbé, comme Pl. 45, fig. 134.

BCD, dont l'extrêmité doit être auſſi haute que le tonneau; il faut encore avoir une eſpece d'entonnoir, pour pouvoir plus commodément verſer la liqueur dont on veut remplir le tonneau. Cette liqueur, en tombant par la branche CD, qui doit être à peu près élevée à plomb, & en entrant dans le tonneau par l'autre branche BC, qui doit être environ de niveau, y prendra une ſituation horiſontale, & demeurera toujours à la même hauteur & dans le ſiphon & dans le tonneau; c'eſt pourquoi l'on connoîtra que le tonneau ſera plein, lorſque la branche CD ſe trouvera pleine de liqueur.

PROBLEME XV.

Rompre avec un bâton un autre bâton poſé ſur deux verres ſans les caſſer.

Pl. 54, fig. 135. IL ne faut pas que le bâton AB, que l'on veut rompre, ſoit trop gros, ni qu'il appuie beaucoup ſur les deux verres; ſes deux extrêmités A, B, doivent être amenuſées en pointe, & il doit être également gros dans toute ſa longueur autant qu'il ſera poſſible, afin que l'on puiſſe plus facilement connoître ſon centre de gravité C, qui dans ce cas ſera au milieu.

Le bâton AB étant ſuppoſé tel qu'on vient de le demander, on mettra ſes deux extrêmités A, B, ſur les bords des deux verres, dont l'un ne doit pas être plus élevé que l'autre, afin que le bâton ne penche pas plus d'un côté que d'autre. On fera enſorte que la ſeule extrêmité de chaque pointe porte légerement ſur le bord de chaque verre. Alors avec un autre bâton on donnera ſur le milieu C du bâton AB, un coup ſec & prompt.

Mais

mais cependant proportionné, autant qu'on le pourra juger, à la groſſeur du bâton AB, & à la diſtance des verres.

REMARQUES.

Au lieu de verres, on pourroit ſe ſervir de deux brins de paille, que l'on tiendroit en l'air, & ſur leſquels on appuieroit les extrêmités du bâton AB, comme on les a appuyés ſur les bords des verres.

Le coup prompt, que l'on donne ſur le bâton, fait que l'air n'ayant point le tems de céder, réſiſte, & ſert de point d'appui dans l'endroit frappé; de ſorte que le bâton ſe caſſe par la violence du coup, qui trouve de la réſiſtance dans l'air, & ſes deux extrêmités ne font aucune impreſſion ſur les verres, quand le coup eſt donné à propos.

C'eſt par la même raiſon qu'on caſſe les os de mouton ſur ſa ſerviette, ſur la nape, ou ſur la main, en frappant ſur le milieu de l'os avec le dos d'un couteau.

PROBLEME XVI.

Vuider toute l'eau contenue dans un vaſe par le moyen d'un ſiphon.

POur faire ſortir toute l'eau qui eſt contenue dans le vaſe AB, ſans incliner ce vaſe, ni ſans le percer par le bas, ſervez-vous d'un ſiphon courbé, comme CDE, dont l'une des branches doit être plus courte que l'autre. On l'emplit d'eau avec un entonnoir, s'il eſt néceſſaire; on ferme avec le doigt l'ouverture de la plus grande branche; Pl. 35, fig. 329

Pl. 35, fig. 329 puis en renverſant le ſiphon, on met dans l'eau la plus petite branche, qui doit toucher le fond du vaſe. Alors en ôtant le doigt, l'eau du ſiphon CDE ſortira par l'extrêmité E; & l'eau du vaſe AB, entrant par l'autre extrêmité, prendra la place de celle qui s'écoulera: elle continuera ainſi à ſortir juſqu'à ce qu'il n'en reſte point, ou fort peu dans le fond du vaſe AB. Ce qui réuſſira d'autant plus facilement, que le ſiphon CDE ſera plus gros par le milieu que par ſes deux extrêmités.

REMARQUES.

I.

C'eſt de cette maniere qu'on peut aiſément vuider par le bondon le vin d'un tonneau, ſans en ouvrir le fond.

II.

On peut auſſi puiſer du vin d'un tonneau par le moyen d'un tuyau droit, qui doit être plus mince par les deux bouts que par le milieu; on le plonge par le bondon dans le tonneau, le vin entre dedans, & ſi l'on bouche avec le doigt le bout d'en haut, & qu'on tire le ſiphon hors du tonneau, on le trouvera rempli de vin. On pourra verſer ce vin dans un verre, ou dans quelqu'autre vaſe, en ôtant le doigt qui fermoit le haut du tuyau; & le vin deſcendra par l'autre bout.

III.

C'eſt auſſi de la même maniere qu'on pourra faire paſſer en montant l'eau qui eſt dans un lieu bas, à un autre lieu plus bas, pourvu que le lieu élevé ſur lequel l'eau doit paſſer, ne ſoit pas plus haut que 32 pieds; parce que la peſanteur de

l'air, à laquelle les philoſophes modernes attribuent ce que les anciens attribuoient à l'horreur du vuide, ne peut faire monter l'eau plus haut qu'environ 32 pieds, ſelon les diverſes expériences qui en ont été faites.

I V.

C'eſt encore par le moyen d'un tuyau recourbé, que l'on peut ſans aqueduc, & à peu de frais, conduire une fontaine d'eau vive, du ſommet d'une montagne à un autre lieu un peu moins haut, où l'on aura beſoin d'eau. On fera un long tuyau de plomb, qui deſcendra de la fontaine par le vallon, & remontera en ſe recourbant juſqu'au ſommet de la montagne voiſine, où l'on veut conduire l'eau. Car l'eau deſcendant de la montagne par ce tuyau, remontera au-deſſus de l'autre montagne preſque auſſi haut qu'elle ſera deſcendue : je dis preſque, à cauſe de la réſiſtance de l'air, qui empêche l'eau de monter préciſément à la même hauteur.

Il faut prendre garde néanmoins que la hauteur du tuyau ne ſoit pas conſidérable ; car ſi cela étoit, la peſanteur de l'eau pourroit faire crever le tuyau, qui ne ſoutiendroit pas l'effort de l'eau qui peſe ſelon ſa hauteur, à quoi il faudroit encore joindre ſa vîteſſe.

V.

On peut faire un ſiphon courbé avec deux tuyaux de roſeaux, dont on coupe une des extrêmités de biais, pour les joindre l'un à l'autre, & former la pointe d'un ſiphon angulaire. On attache ces deux extrêmités avec de la cire d'Eſpagne, avec laquelle on a ſoin de boucher toutes les petites ouvertures qui pourroient donner paſſage à l'air.

On obſervera de laiſſer une des branches plus longue que l'autre. Comme ces tuyaux ne ſont pas fort gros, on pourra ſucer par la branche qui ſera hors du vaſe pour attirer l'eau, qui continuera à couler tant que l'autre branche trempera dans l'eau.

PROBLEME XVII.

Un tuyau plein d'eau étant perpendiculaire à l'horiſon, trouver à quelle diſtance l'eau s'écoulera par un trou fait en un point donné de ce tuyau.

Pl. 45, fig. 136. APrès avoir décrit autour du tuyau AB, que je ſuppoſe plein d'eau, & perpendiculaire à l'horiſon, le demi-cercle ABC; percez ce tuyau en divers endroits, comme aux points D, E, F, par où l'eau puiſſe ſortir. Cette eau décrira en ſortant les demi-paraboles DG, EH, FG, dont les amplitudes BG, BH, ſont doubles des ſinus correſpondans; c'eſt-à-dire, des lignes DI, EC, FK, perpendiculaires au diametre AB; ſçavoir, BG, double de DI & de FK, & BH double de EC. De ſorte que ſi le point E eſt le milieu du tuyau AB, ou le centre du demi-cercle ABC, auquel cas EC eſt le plus grand ſinus, l'amplitude BH ſera auſſi la plus grande. Et parce que les ſinus également éloignés du centre E, comme DI, FK, ſont égaux, les deux demi-paraboles DG, FG, formées par la chûte de l'eau qui ſort par les deux trous D, F, également éloignés du point de milieu E, ont auſſi une même amplitude BG. Il eſt évident que la plus grande amplitude BH eſt égale à la hauteur AB du tuyau, & que ſon extrêmité B eſt le foyer de la demi-parabole EH, & que par conſéquent ſi l'on perce le tuyau AB en ſon point

de milieu E, l'eau ſortira à une diſtance égale à la longueur AB du tuyau. Pl. 45, fig. 136.

Si l'on perce le tuyau AB au-deſſus, ou au-deſſous de ſon point du milieu E, comme en F, on trouvera la diſtance BG, à laquelle l'eau tombera ſortant par l'ouverture F, en décrivant autour du tuyau AB, ou d'une ligne égale à ce tuyau, le demi-cercle ABC, & en tirant du point F, au diametre AB, la perpendiculaire FK, qui ſera la moitié de la diſtance BG qu'on cherche.

Mais ſi vous ne pouvez pas décrire un cercle autour du tuyau AB, pour être trop grand, ſervez-vous de l'arithmétique, & multipliez enſemble les deux parties AF, BF pour avoir en la racine quarrée du produit la quantité de la perpendiculaire FK, ou la moitié de la diſtance BG qu'on cherche. Comme ſi la partie AF eſt de 2 pouces, & l'autre partie BF de 32 pouces; en ſorte que la longueur du tuyau AB ſoit de 34 pouces, en multipliant 32 par 2, & en prenant la racine quarrée du produit 64, on aura 8, dont le double donnera 16 pouces pour la diſtance BG.

PROBLEME XVIII.

Préparer un vaſe, qui étant rempli de quelque liqueur à une certaine hauteur, la garde, & qui la perde toute, étant rempli de la même liqueur à une hauteur un peu plus grande.

I.

SOit, par exemple, un verre ABCD, par le milieu duquel vous ferez paſſer un petit tuyau recourbé, ou ſiphon EFG, ouvert par ſes deux extrêmités E, G. Sa partie F la plus élevée, doit F. 137.

Pl. 45, fig. 137 être un peu plus baſſe que le bord ſupérieur du verre. L'extrêmité E de ce ſiphon doit être proche le fond du verre, & ſon extrêmité G doit être plus baſſe que le fond même du verre. Cela étant ainſi, l'eau ou le vin qu'on verſera dans le verre, y demeurera, & remplira la branche EF à meſure qu'on verſera l'eau, juſqu'à la courbure F. Mais ſi l'on continue à verſer de l'eau dans ce verre, elle montera plus haut dans le verre, & ne pouvant plus monter dans le ſiphon EFG, parce qu'il ſe recourbe & s'abaiſſe en F, au lieu de monter elle deſcendra par la branche FG, & continuera à deſcendre en ſortant par l'ouverture G, tant que l'on continuera à verſer de l'eau dans le verre, & elle s'écoulera entierement, c'eſt-à-dire, que le verre demeurera vuide, quand on ceſſera d'y mettre de l'eau.

On peut faire couler l'eau par l'ouverture d'en bas G, quoique le verre ne ſoit pas rempli juſqu'au ſommet F du ſiphon EFG, en ſuçant par cette ouverture d'en bas G, l'air qui eſt contenu dans le ſiphon; car l'eau prendra néceſſairement la place de l'air, & continuera à deſcendre par la branche FG, & à ſortir par l'ouverture G, juſqu'à ce qu'il ne reſte rien dans le verre, au moins ſi l'ouverture E touche à ſon fond, comme on a dit au problême XVI.

II.

Fig. 138. Ou bien faites paſſer au travers du verre ABCD, un petit tuyau perpendiculaire EF ouvert par ſes deux bouts E, F, dont celui d'en haut, ſçavoir, E, doit être un peu moins élevé que le bord du verre, & l'autre bout F un peu plus bas que le fond du même verre. Enfermez ce petit tuyau

EF dans un autre tuyau plus grand GI, fermé par ſon extrêmité G d'en haut, qui doit être un peu plus haut que le bout E du premier, & plus petit que le tuyau EF, & ouvert par ſon autre bout I d'en bas, qui doit toucher au fond du verre, ſi l'on veut que toute l'eau qu'on y verſera s'écoule; ce qui arrivera, lorſqu'elle ſera parvenue vers G; car alors elle entrera dans le tuyau EF par l'ouverture E, & ſortira par l'autre ouverture F, en paſſant par l'ouverture I du tuyau GI, &c.

PROBLEME XIX.

Conſtruire une lampe propre à porter dans la poche, ſans qu'elle s'éteigne, quand même on la rouleroit par terre.

POur conſtruire une lampe qui ne verſe jamais ſon huile, & qui ne s'éteigne point, quelque ſituation qu'on lui donne, quand même on la rouleroit par terre; attachez le vaſe qui contient l'huile & la meche à un cercle de fer, de leton, ou de quelqu'autre matiere ſolide, avec deux petits pivots diamétralement oppoſés; de ſorte que ce vaſe puiſſe par ſa peſanteur demeurer en équilibre autour de ces deux pivots, tourner librement audedans de ce cercle, & conſerver toujours une ſituation horiſontale, à peu près comme dans les bouſſoles dont on ſe ſert dans la navigation, leſquelles ont deux ſemblables cercles, qui ſervent à les tenir horiſontalement. Ce premier cercle doit avoir deux autres pivots auſſi diamétralement oppoſés, & éloignés des autres de 90 degrés: ces deux pivots doivent entrer dans un autre cercle de la même matiere. Ce ſecond cercle doit encore

avoir deux autres petits pivots inſérés dans un autre corps concave qui environne toute la lampe, laquelle par le moyen de ſes deux cercles ou balanciers, peut tourner librement dedans autour de ſix pivots qui donnent à la lampe, quand on la tourne, ſix différentes poſitions, qui ſont deſſus & deſſous, devant & derriere, à droite & à gauche, & qui ſervent à la tenir horiſontalement. Cette lampe, étant au milieu, ſe trouve toujours ſituée à ſon centre de gravité, c'eſt à dire, que ſon centre de gravité ſe trouve toujours dans ſa ligne de direction; ce qui empêche l'huile de ſe renverſer, de quelque maniere qu'on tourne la lampe, parce qu'elle demeure toujours dans une ſituation horiſontale.

PROBLEME XX.

Diſpoſer trois bâtons ſur un plan horiſontal, en ſorte que chacun s'appuie ſur ce plan par l'une de ſes extrêmités, & que l'autre extrêmité demeure élevée en l'air.

Pl. 45, fig. 140. POur faire que trois bâtons, ou trois couteaux, &c. ſe ſoutiennent les uns les autres élevés en l'air, lorſqu'ils ſont appuyés chacun par un de leurs bouts ſur une table, quand même ils ſeroient chargés d'un poids, ſans que jamais ils puiſſent tomber; inclinez ſur cette table l'un des trois bâtons, comme AB, en ſorte que s'appuyant ſur la table par ſon extrémité A, l'autre extrêmité B ſoit élevée en l'air; mettez en travers au-deſſus de ce bâton l'un des deux autres bâtons, comme EF, élevé pareillement en l'air par ſon extrêmité F, & portant ſur la table par ſon autre

extrêmité E. Enfin diſpoſez comme un triangle le troiſieme bâton CD, enſorte que s'appuyant ſur la table par l'une des extrêmités C, il paſſe au-deſſous du premier AB, & poſe ſur le ſecond EF. Alors ces trois bâtons ſe croiſant de la ſorte, ſe ſoutiendront mutuellement, & ne pourront tomber en les chargeant de quelque poids, à moins qu'ils ne ſe plient, ou ne ſe rompent par la trop grande peſanteur du poids, qui étant médiocre, ſervira plutôt à les affermir, & à les maintenir ainſi élevés en l'air par un de leurs bouts, qu'à les faire tomber. Car AB eſt ſoutenu par CD, & CD par EF, qui eſt lui-même ſoutenu par AB.

PROBLEME XXI.

Faire tourner trois couteaux ſur la pointe d'une aiguille.

ATtachez au bout du manche de l'un des trois couteaux, comme du couteau AB, un autre couteau AC par ſa pointe, en ſorte que l'angle ABC ſoit droit, ou qu'il en approche. Obſervez que le dos du couteau AC doit être tourné vers le bas & le tranchant vers le haut, comme on le voit dans la figure. Attachez pareillement au bout du manche du couteau AC un troiſieme couteau CD par ſa pointe, en ſorte que l'angle ACD ſoit droit, ou qu'il en approche. De cette maniere les trois couteaux AB, AC, CD, ſe trouveront diſpoſés en forme de balance, dont les deux baſſins ſeront repréſentés par les deux couteaux ſuſpendus AB, CD. Le couteau AC repréſentera la verge de la balance, ſur lequel par conſéquent on trouvera par pluſieurs eſſais le centre de mouvement, ou

Pl. 45, fig. 139.

le point d'appui E, c'eſt-à-dire, le point où la balance étant ſoutenue, elle demeure en équilibre, chargée de la peſanteur de ſes baſſins ou couteaux AB, CD. Si on met la pointe d'une aiguille en ce point E, & qu'on la tienne à angles droits, le couteau AC, avec ſes deux autres couteaux AB, CD, demeurera en équilibre; le point E ſera dans la ligne de direction, où ſe trouvera le centre de gravité de la quantité compoſée de ces trois couteaux. Ainſi ces trois couteaux demeurant en équilibre autour du point E ſur la pointe de l'aiguille EF qu'il faut tenir bien à plomb, la moindre force, comme ſeroit celle du ſouffle, ſera capable de les faire tourner, & pour ainſi dire, danſer autour de la pointe de l'aiguille ſans tomber.

PROBLEME XXII.

Tirer du ſond de l'eau un bateau chargé de marchandiſes.

S'Il arrive qu'un bateau de conſéquence ait fait naufrage au milieu d'un fleuve ou d'une riviere profonde, on pourra tirer ce bateau, & le faire venir à fleur d'eau, par le moyen de deux autres bateaux, dont l'un ſoit vuide, & l'autre chargé de quelque choſe de peſant, comme de pierres, en cette ſorte.

Il faut lier ces deux bateaux avec celui qu'on veut retirer de l'eau, par deux cordes qui y doivent être fortement attachées. Ayant bandé la corde du bateau qui eſt chargé, il le faut décharger dans l'autre bateau qui eſt vuide; ce qui fera lever un peu ce premier bateau, qui attirera avec ſoi le bateau qui eſt dans l'eau, & fera enfoncer

d'autant le ſecond bateau. Ce ſecond bateau étant ainſi chargé, on bandera pareillement ſa corde, & on le déchargera dans le bateau vuide; ce qui le fera auſſi lever à meſure qu'il deviendra plus léger en le déchargeant, & fera monter d'autant le bateau qui eſt dans l'eau, & baiſſer le bateau qui a été rempli de pierres. On déchargera encore ce bateau-ci de la même façon dans le bateau vuide, après avoir bandé ſa corde, qui fera monter le bateau qui eſt dans l'eau. Enfin ce bateau, après pluſieurs charges & décharges des autres, montera tant qu'il viendra à fleur d'eau; après quoi il ſera facile de le conduire au bord de la riviere, & d'en retirer les marchandiſes.

PROBLEME XXIII.

Faire remonter un bateau de lui-même ſur une riviere rapide.

PLus une riviere ou un fleuve ſera rapide, plus il ſera aiſé de faire remonter un bateau de lui-même, pour ainſi-dire, par le moyen d'une corde & d'une roue avec ſon aiſſieu, qui ait des aîles ſemblables à celles d'une roue de moulin, en cette ſorte.

Ayant arrêté fermement la roue avec ſon aiſſieu à l'endroit où l'on veut conduire le bateau, en ſorte que les aîles entrent dans l'eau autant qu'il en ſera beſoin pour faire tourner la roue, attachez une corde au bateau & à l'aiſſieu de la roue, laquelle tournant avec ſon aiſſieu, par la rapidité de l'eau, fera entortiller la corde autour de l'aiſſieu. Cette corde en ſe raccourciſſant continuellement, tirera le bateau, en remontant vers l'endroit pro-

poſé, où il remontera d'autant plus promptement que la riviere ſera plus rapide, parce que l'eau fait tourner la roue plus vite.

PROBLEME XXIV.

Trouver la peſanteur d'un pied cube d'eau.

I.

NOus avons dit au problême XI qu'un pied cube d'eau commune peſe environ 72 livres; ce qui ſe peut aiſément connoître en faiſant un vaſe concave, dont la capacité ſoit préciſément d'un pied cubique, & en peſant l'eau qu'il peut contenir : par ce moyen l'on aura la peſanteur d'un pied cube d'eau. Mais on peut connoître autrement & plus facilement cette peſanteur, en cette ſorte.

II.

Pl. 45, fig. 141. Préparez un corps ſolide fait en parallelepipede rectangle, comme ABCD, d'une matiere homogene, dont la peſanteur ſpécifique ſoit moindre que celle de l'eau, par exemple, du bois de ſapin, afin que ce corps étant plongé dans l'eau, ne s'y enfonce pas tout entier; peſez exactement ce corps, que nous ſuppoſerons être de quatre livres.

Plongez donc ce corps dans l'eau, & faites une marque à l'endroit où ſe terminera la ſurface de l'eau, comme EFG. Alors ce corps occupant dans l'eau l'eſpace ABGFE, l'eau qui rempliroit cet eſpace, peſeroit préciſément 4 livres; ſçavoir, autant que le corps ABCD peſe dans l'air. Ce que l'on connoît par ce principe général de l'hydroſtatique, que la peſanteur d'un corps eſt égale à celle d'un volume d'eau pareil à celui dont il occupe la place dans la même eau.

Bergy fecit To. II. Pl. 46

Ce volume, qui eſt ici repréſenté par ABGFE, ſe peut meſurer en multipliant la largeur EF, que nous ſuppoſerons de 4 pouces, par la hauteur AF, qui ſera ſuppoſée de 3 pouces, & le produit 12 par la largeur AB, ou FG, que nous ſuppoſerons de 8 pouces : ainſi on aura 96 pouces cubiques pour la ſolidité du priſme ABGFE.

Nous ſçavons donc que 96 pouces d'eau peſent 4 livres, & pour ſçavoir combien peſe un pied cube de la même eau, qui vaut 1728 pouces cubes, comme on le connoît en multipliant 12 par 12, & le produit 144 encore par 12, on dira par la regle de trois directe, ſi 96 pouces peſent 4 livres, combien peſeront 1728 pouces ; c'eſt-à-dire, qu'on multipliera 1728 par 4 ; on diviſera le produit 6912 par 96, & l'on trouvera qu'un pied cube d'eau peſe 72 livres.

PROBLEME XXV.

Conſtruire un carroſſe, dans lequel on ſe puiſſe conduire ſoi-même par-tout où l'on voudra, ſans aucuns chevaux.

I.

IL faut que les deux petites roues de devant ſoient mobiles autour de leur aiſſieu commun, comme dans les carroſſes ordinaires, & que les deux grandes roues de derriere, comme AB, CD, ſoient fermement attachées à leur aiſſieu commun EF, en ſorte que cet aiſſieu ne ſe puiſſe mouvoir, à moins que les roues ne ſe meuvent & ne roulent en même tems. Pl. 46, fig. 142.

Au milieu de l'aiſſieu EF, on doit ajouter à l'entour une lanterne GH, dont les fuſeaux ſoient forts

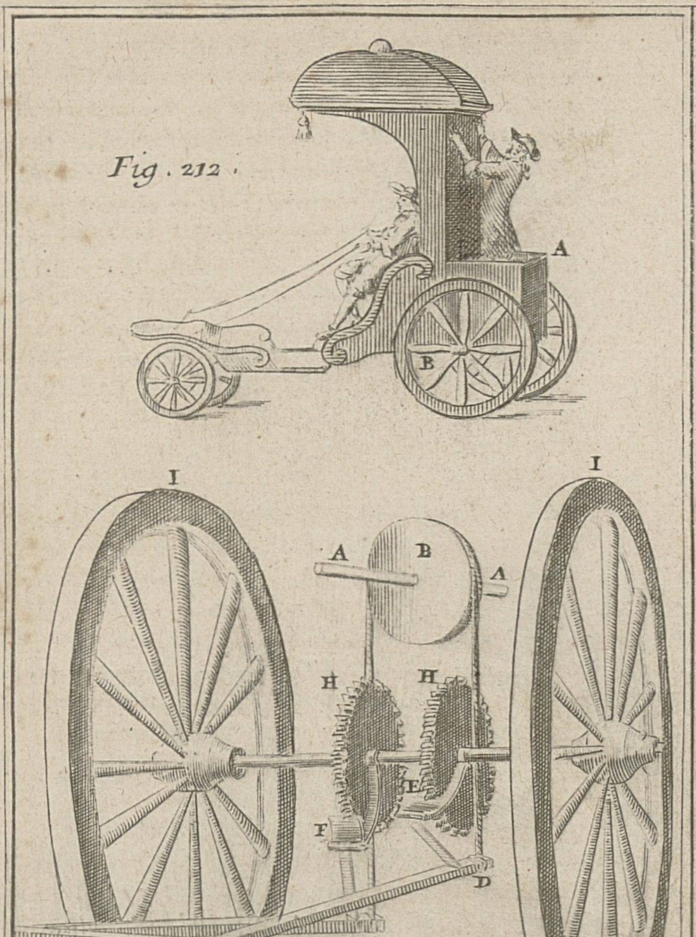
Pl. 46, fig. 142. & ſerrés, & attacher tout auprès ſur la flèche une roue dentée IK, dont les dents puiſſent engrainer dans les fuſeaux de la lanterne. En faiſant tourner cette roue autour de ſon aiſſieu LM, qui doit être perpendiculaire à l'horiſon, par le moyen de la manivelle NOL, elle fait tourner la lanterne GH, & avec elle l'aiſſieu EF, & les roues AB, CD, qui rouleront, & feront avancer le carroſſe, ſans qu'il ſoit tiré par des chevaux, ni par aucune autre puiſſance animée. On comprend bien que l'aiſſieu EF ne doit pas entrer dans la flèche, afin qu'il puiſſe tourner au-dedans.

II.

Pl. 47, fig. 212. On voit à Paris depuis quelques années * un carroſſe ou chaiſe, qui a une forme à peu près ſemblable à celle de la fig. 212. Un laquais monté derriere le fait marcher, en appuyant alternativement les deux pieds ſur deux pieces de bois, qui communiquent à deux petites roues cachées dans une caiſſe poſée entre les roues de derriere AB, attachées à l'aiſſieu du carroſſe, comme vous le voyez dans la fig. 212. J'en donnerai l'explication dans les mêmes termes que je l'ai reçue de M. Richard, médecin de la Rochelle.

* M. Ozanam écrivoit en 1693.

Fig. 213. AA eſt un rouleau attaché par les deux bouts à la caiſſe qui eſt derriere la chaiſe. B eſt une poulie ſur laquelle roule la corde qui lie le bout des planchettes C, D, ſur leſquelles les laquais mettent les pieds. E eſt une piece de bois qui tient à la caiſſe, & retient les deux planchettes par l'autre bout, leur permettant de hauſſer & de baiſſer par le moyen des deux cordes AC, AD, qui ſont attachées à leurs extrêmités. F, F, ſont deux petites plaques de fer, qui ſervent à faire tourner les roues



Berey fecit. To. II. Pl. 47.

N°.

H, H, qui ſont fixes à leur aiſſieu, lequel eſt auſſi fixe aux deux grandes roues I, I.

Je crois qu'à préſent on n'aura pas de peine à concevoir que le laquais mettant alternativement les pieds ſur C & ſur D, une des plaques fera tourner une des roues à dents; ſi, par exemple, il appuie ſur la planche C, comme la figure le repréſente, elle doit deſcendre, & faire monter la planche D, qui ne peut monter, ſans que la plaque de fer qui entre dans les dents de la roue, ne la faſſe tourner avec l'eſſieu, & les deux grandes roues. Enſuite appuyant ſur la planche D, la peſanteur du corps la fera deſcendre, & fera monter l'autre planche C, qui fera encore tourner la roue. Ainſi ce mouvement ſe continuera, en faiſant toujours la même manœuvre.

Il eſt facile de s'imaginer que les deux roues de derriere avançant, il faut que les deux petites de devant avancent auſſi, leſquelles iront toujours droit, ſi la perſonne qui eſt dans la chaiſe, ne les fait tourner avec les rênes qui ſont attachées à une flêche ſur le devant. Pl. 47, fig. 212.

III.

M. *Déſcamus*, de l'academie royale des ſciences, donne ſur la fin de ſon traité des forces mouvantes, la deſcription d'un petit carroſſe qu'il fit autrefois pour le Roi, alors Dauphin. Nous n'entreprendrons point d'entrer dans le détail de tous les reſſorts qui font jouer ce carroſſe, & qui ſont en très-grand nombre, quoique tellement renfermés dans de petits eſpaces, qu'ils ne paroiſſent point. Ces reſſorts doivent être effectivement en grand nombre, pour exécuter tous les mouvemens que font le cocher, le laquais, le page & la dame qui

eſt aſſiſe dans le carroſſe pendant qu'il marche, nous nous contenterons de rapporter une partie de ces mouvemens, qui ſont trés-ſurprenans.

Ce petit carroſſe tournant ſur une table vers les bords, les chevaux vont en courbette, plient les jambes, & poſent à terre les pieds de derriere. Le cocher tire les rênes des chevaux, ſoit pour les faire tourner, ſoit pour les faire aller en ligne droite, & il leur donne de tems en tems des coups de fouet. Le carroſſe ayant fait un certain chemin, s'arrête: alors le page qui étoit couché ſur la ſoupente, va ouvrir la portiere, pendant qu'un laquais deſcend de derriere le carroſſe. La dame tenant un placet à la main, ſort du caroſſe, & le préſente, après avoir fait la révérence. Pendant ce tems-là le page s'attachant à la portiere, la remue en badinant. La dame ayant attendu quelque tems, comme pour écouter la réponſe, fait une ſeconde révérence, & rentre dans le caroſſe. Quand la dame eſt aſſiſe, le page ferme la portiere, & ſe remet ſur la ſoupente. Le cocher donne un coup de fouet aux chevaux, qui continuent le chemin, & le laquais courant après le caroſſe, ſaute à ſa place.

On ſera étonné, en liſant la deſcription, de voir tous les petits reſſorts qu'il a fallu imaginer & placer à propos pour exécuter les mouvemens qu'on vient de rapporter, & les autres qui ſont fort différens, lorſqu'on monte les reſſorts d'une autre maniere.

PROBL.

PROBLEME XXVI.

Connoître de deux eaux différentes celle qui eſt la plus légere, ſans aucune balance.

IL faut avoir un corps d'une matiere dont la peſanteur ſpécifique ſoit moindre que celle de l'eau, par exemple, du bois de ſapin, & mettre dans chaque eau ce corps, qui ne s'y enfoncera pas entierement, étant certain qu'il ſe doit enfoncer moins dans l'eau la plus peſante que dans la plus légere. Ainſi vous connoîtrez que l'eau où ce corps s'enfoncera davantage, eſt la plus légere, & par conſéquent la plus ſaine à boire.

PROBLEME XXVII.

Conſtruire un tonneau contenant trois liqueurs différentes, qui ſe puiſſent tirer par une même broche, ſans qu'elles ſe mêlent.

IL faut que le tonneau ſoit diviſé en trois parties ou cellules A, B, C qui contiennent les trois liqueurs différentes, par exemple du vin rouge, du vin blanc, & de l'eau, que l'on fera entrer chacun dans ſa cellule par le même bondon, en cette ſorte. Pl. 46, fig. 143.

En conſtruiſant le tonneau, on aura ajuſté dans le bondon un entonnoir D, avec trois tuyaux E, F, G, qui aboutiſſent chacun à ſa cellule. Ajoutez à cet entonnoir un autre entonnoir H, percé de trois trous, qui puiſſent répondre, quand on voudra, aux ouvertures de chaque tuyau. Si l'on fait répondre en tournant l'entonnoir H, chaque trou ſucceſſivement à

l'ouverture de ſon tuyau correſpondant, la liqueur que l'on verſera dans l'entonnoir H, entrera dans ce tuyau. De cette maniere on remplira chaque cellule de ſa liqueur, ſans que l'une ſe puiſſe mêler avec l'autre, parce que quand un tuyau eſt ouvert, les deux autres ſe trouvent bouchés.

Mais pour tirer auſſi ſans confuſion chaque liqueur par le bas du tonneau, il doit y avoir trois tuyaux K, L, M, qui répondent chacun à une cellule, & une eſpece de robinet IN, percé de trois trous, qui doivent répondre chacun à ſon tuyau, afin qu'en tournant la broche I, juſqu'à ce que l'un de ces trous réponde vis-à-vis d'un tuyau, la liqueur de la cellule, par où paſſe ce tuyau, ſorte toute ſeule par le même tuyau.

PROBLEME XXVIII.

Trouver les parties d'un poids que deux perſonnes ſoutiennent par le moyen d'un levier.

Pl. 46, fig. 144. POur trouver la partie du poids C, que je ſuppoſe de 150 livres, que deux perſonnes ſoutiennent par le moyen du levier, ou civiere AB, dont la longueur ſoit, par exemple, de 6 pieds; ſuppoſons que le centre de gravité du corps C ſoit D, & que ſa ligne de direction ſoit DE. Cela étant ſuppoſé, on doit conſidérer le point E comme ſi le corps C y étoit ſuſpendu : alors il eſt évident que ſi le point E eſt au milieu de AB, chaque perſonne portera la moitié du poids C, ſçavoir 75 livres. Mais ſi le point E n'eſt pas au milieu de AB, enſorte qu'il ſoit plus proche, par exemple, du point B, que du point A, on doit ſentir en B une plus grande partie du poids

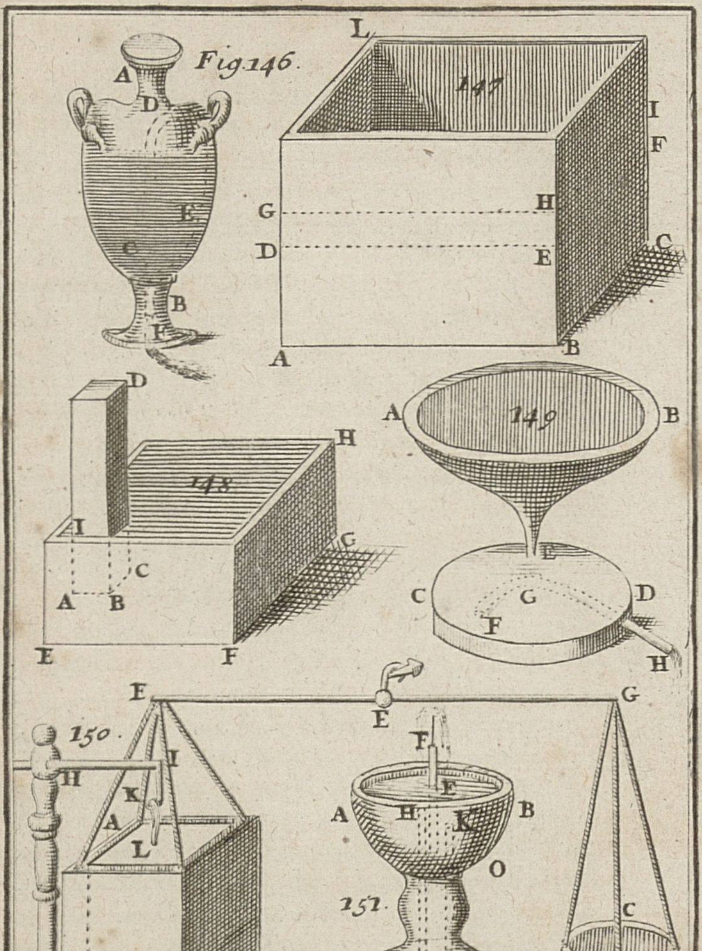


Fig.146.
A
D
E
C
B
F
147
L
I
F
G
H
D
E
C
A
B
148
D
H
I
G
C
A
B
E
F
149
A
B
L
C
G
D
F
H
E
G
E
150.
H
I
K
A
L
M
B
F
E
A
H
K
B
O
151.
I
G
C
D
C
D

To. II. Pl. 48.

N°

qu'en A ; cette partie ſe trouvera de cette ſorte.

Si l'on ſuppoſe que la partie AE du levier A B ſoit, par exemple, de 4 pieds, & par conſéquent l'autre partie EB de 2 pieds, parce que toute la longeur AB a été ſuppoſée de 6 pieds ; multipliez le poids donné 150 par la quantité 4 de la partie AE : diviſez le produit 600 par la longueur AB, que nous avons ſuppoſée de 6 pieds : le quotient donnera 100 livres pour la partie du poids que porte la puiſſance appliquée en B. C'eſt pourquoi en ôtant cette partie 100 du poids entier 150, le reſte donnera 50 livres pour l'autre partie du poids que porte la puiſſance appliquée en A.

PROBLEME XXIX.

Trouver la force qu'il faut pour lever un poids avec un levier, dont la longueur & le point fixe ſont donnés.

SUppoſons que le poids C peſe ſur le levier AB, 150 livres, & que la puiſſance appliquée en ſon extrêmité B, ſoit éloignée du point fixe D de 4 pieds, enſorte que le reſte AD du levier ſoit de 2 pieds ; ſuppoſant que toute la longueur AB du levier eſt de 6 pieds, multipliez le poids C, que nous avons ſuppoſé de 150 livres, par la partie AD, qui a été ſuppoſée de 2 pieds ; diviſez le produit 300 par l'autre partie BD, c'eſt-à-dire, par 4 ; le quotient 75 ſera la force que doit avoir la puiſſance appliquée en B, pour ſoutenir le poids C. D'où il eſt aiſé de conclure que la puiſſance, appliquée en B, doit avoir une force un peu plus grande que de 75 livres, pour mouvoir & lever le poids C. Pl. 46, fig. 145.

PROLBEME XXX.

Conſtruire un vaſe qui contienne ſa liqueur étant droit, & la perde toute étant un peu penché.

Pl. 48, fig. 146. CE problême eſt aiſé à réſoudre à l'imitation des problêmes XVI & XVII. Car ſi au dedans du vaſe AB, l'on ajuſte un ſiphon, ou tuyau recourbé CDEF, dont l'ouverture C touche le fond du vaſe, & l'autre ouverture F ſoit plus baſſe que le même fond, en ſorte que la jambe CD ſoit plus courte que l'autre jambe DEF, & que l'on mette de l'eau dans ce vaſe environ juſqu'à la partie ſupérieure D, l'eau ne s'écoulera pas : mais ſi l'on incline tant ſoit peu le vaſe AB vers la partie oppoſée à A, comme ſi on y vouloit boire, l'eau entrera de la jambe CD dans la jambe DEF, & ſortira toute par l'ouverture F, quand même on redreſſeroit le vaſe, parce que l'air pourra ſuccéder à la place de l'eau, lorſqu'elle deſcendra par la branche DEF.

PROBLEME XXXI.

Trouver ſans aucune balance la peſanteur d'une piece propoſée de métal ou de pierre.

fig. 147. IL faut en premier lieu préparer un vaſe concave, qui ait la figure d'un priſme, dont la baſe ſoit telle qu'on voudra ; mais pour la commodité il vaudra mieux que ce ſoit un quarré, ou un quarré long, comme ABC. Sa longueur AB ſera ſuppoſée de 6 pouces, & ſa largeur BC de 4 : ainſi la baſe ABC ſera de 24 pouces quarrés,

comme on le connoît en multipliant 6 par 4.

Il faut auſſi que le vaſe ſoit rempli en partie d'eau commune, par exemple, juſqu'à DEF ; en ſorte que la piece propoſée y étant plongée, ſoit tout-à-fait couverte, autrement il en faudroit verſer une plus grande quantité. Cette eau montera à une certaine hauteur, par exemple, juſqu'à GHI, de ſorte que le priſme d'eau GEI ſera égal à la ſolidité de la piece propoſée. Pl. 48, fig. 147.

La ſolidité de ce priſme d'eau GEI ſe trouvera en multipliant la baſe DEF, qui eſt égale à la baſe ABC, que nous avons trouvée de 24 pouces quarrés, par ſa hauteur EH, ou FI, que nous ſuppoſons de 2 pouces, car le produit donnera 48 pouces cubes pour la ſolidité du priſme d'eau GEI. La ſolidité de ce priſme étant connue, on trouvera ſa peſanteur ; en ſuppoſant qu'un pied cube de la même eau peſe 72 livres, & en diſant par la regle de trois directe : ſi un pied cube, ou 1728 pouces peſent 72 livres, combien peſeront 48 pouces ? Multipliant 72 par 48, & diviſant le produit 3456 par 1728, on trouvera 2 livres pour la peſanteur du priſme d'eau GEI.

Par le moyen de cette peſanteur ainſi trouvée de 2 livres, on trouvera celle de la piece propoſée, en multipliant la peſanteur trouvée, c'eſt-à-dire 2 livres par 3, ſi la piece propoſée eſt de caillou, ou de pierre de roche : par 4, ſi elle eſt de marbre : par 8, ſi elle eſt de fer, ou d'airain : par 10, ſi elle eſt d'argent : par 11, ſi elle eſt de plomb, & par 18, ſi elle eſt d'or.

Ainſi dans cet exemple on trouvera que la piece propoſé peſe 6 livres, ſi elle eſt de pierre dure : 8 livres ſi elle eſt de marbre : 16 livres, ſi elle eſt de fer : 20 livres, ſi elle eſt d'argent : 22 livres,

ſi elle eſt de plomb, & 36 livres ſi elle eſt d'or.

REMARQUES.

I.

Je ſçais bien que cette peſanteur ainſi trouvée n'eſt pas trop exacte; mais c'eſt aſſez pour des récréations mathématiques. Quand vous la voudrez avoir plus exactement, ſervez-vous de l'une des trois tables qui ſont ſur la fin de la méchanique de mon cours de mathématique; la ſeconde eſt très-utile pour connoître la ſolidité d'un corps propoſé, dont on connoît la peſanteur, comme vous allez voir dans le problême ſuivant.

II.

Mais auparavant, nous remarquerons que par le moyen de ce problême, on trouve avec une très-grande facilité la ſolidité d'un corps, qu'il ſeroit difficile de trouver exactement par la géométrie ordinaire, lorſque ce corps eſt fort irrégulier, comme ſeroit une pierre brute, ou quelqu'autre corps ſemblable. Car ayant trouvé que le priſme d'eau GEI eſt de 48 pouces cubes, il s'enſuit que la piece propoſée, dont le volume eſt néceſſairement égal à ce priſme, contient en ſa ſolidité auſſi 48 pouces cubes.

PROBLEME XXXII.

Trouver la ſolidité d'un corps dont la peſanteur eſt connue.

CE problême ſe peut réſoudre très-facilement par le moyen de la table ſuivante, qui montre en livres & en onces la peſanteur d'un pied cube de pluſieurs corps différens; & en onces, en gros, & en grains, la peſanteur d'un pouce cube des mêmes corps, la livre valant 16 onces, l'once 8 gros, & le gros 72 grains.

Table de la peſanteur d'un pied cube, & d'un pouce cube de pluſieurs corps différens.

Poids d'un	Pied cube.		Pouce cube.		
Corps	*Livres.*	*Onces.*	*Onces.*	*Gros.*	*Grains.*
Or	1326	4	12	2	52
Mercure	946	10	8	6	8
Plomb	802	2	7	3	30
Argent	720	12	6	5	28
Cuivre	627	12	5	6	36
Fer	558	0	5	1	24
Etain	516	2	4	6	17
Marbre blanc	188	12	1	6	0
Pierre de taille	139	8	1	2	24
Eau de Seine	69	12	0	1	12
Vin	68	6	0	5	5
Cire	66	4	0	4	65
Huile	64	0	0	4	43

On connoît par cette table, qu'un pied cube de fer, par exemple, peſe 558 livres. C'eſt pourquoi ſi l'on a une piece de fer, qui peſe, par exemple, 279 livres, on connoîtra ſa ſolidité par la regle de

trois directe, en diſant : ſi une peſanteur de 558 livres donne un pied cube, ou 1728 pouces cubes de ſolidité, combien donnera une peſanteur de 279 livres? Alors multipliant 279 par 1728, & diviſant le produit 482112 par 558, le quotient donnera 864 pouces cubes pour la ſolidité de la piece propoſée.

REMARQUE.

Si tout au contraire vous avez, par exemple, une piece d'argent, dont vous voulez connoître la peſanteur, il en faut premierement trouver la ſolidité par le moyen de l'eau, comme vous avez vu au problême précédent. Si cette ſolidité eſt, par exemple, de 48 pouces cubes, vous multiplierez ce nombre 48 par 6 onces 5 gros & 28 grains, qui eſt la peſanteur d'un pouce cube d'argent, comme on le voit dans la table précédente, & le produit donnera 20 livres 2 gros & 48 grains pour la peſanteur de la piece propoſée d'argent. Ainſi des autres.

Cette remarque ſuppoſe une regle de trois, où l'on dit : Si un pouce cube d'argent donne 6 onces 5 gros 28 grains, combien donneront 48 pouces cubes?

PROBLEME XXXIII.

Un corps plus peſant que l'eau étant donné, trouver à quelle hauteur elle montera dans un vaſe rempli en partie d'eau, lorſqu'on y mettra le corps propoſé.

Pl. 48, fig. 147. SUppoſons que dans un vaſe fait en parallelepipede rectangle, comme ABCL, il y ait de l'eau juſqu'à la hauteur AD, & qu'on veuille ſçavoir à

quelle hauteur cette eau montera, ſi l'on y met, par exemple, un boulet de fer, dont la peſanteur ſpécifique eſt plus grande que celle de l'eau : meſurez l'aire de la baſe rectangulaire ABC, ou DEF, en multipliant la longueur ED par la largeur EF. Meſurez auſſi la ſolidité de la boule propoſée, en multipliant le cube de ſon diametre par 157 & en diviſant le produit par 300. Si cette ſolidité eſt, par exemple, de 96 pouces cubes, & l'aire DEF de 48 pouces quarrés ; en diviſant cette ſolidité 96 par l'aire 48, le quotient donnera 2 pouces pour la hauteur EH, ou DG, à laquelle la boule propoſée fera monter l'eau quand elle ſera miſe dedans; parce qu'elle y occupera une place égale à celle du priſme GEI de l'eau qui eſt montée, dont la ſolidité eſt auſſi par conſéquent de 96 pouces cubes. Pl. 48, fig. 147.

Autrement.

Meſurez avez une balance bien juſte la peſanteur du corps propoſé, que nous ſuppoſerons de 31 livres, & par le moyen de cette peſanteur trouvez la ſolidité du même corps, qui, par le problême XXXII, ſe trouvera de 96 pouces cubes, ſuppoſant que la piece propoſée ſoit de fer. C'eſt pourquoi la ſolidité du priſme d'eau GEI ſera auſſi de 96 pouces cubes, laquelle par conſéquent étant diviſée par la baſe DEF, que nous avons ſuppoſé de 48 pouces quarrés, donnera 2 pouces pour la hauteur EH qu'on cherche.

PROBLEME XXXIV.

Un corps moins peſant que l'eau étant donné, trouver de combien il ſe doit enfoncer dans la même eau contenue dans un vaſe.

PUiſque le corps propoſé eſt ſuppoſé d'une peſanteur ſpécifique moindre que celle de l'eau, comme ſeroit une piece de bois de ſapin; cette piece étant miſe dans l'eau, ne s'y enfoncera pas toute entiere, mais ſeulement en partie, ſçavoir, juſqu'à ce qu'elle y occupe un eſpace dont l'eau qui le rempliroit, peſe autant que la même piece. Ainſi pour marquer juſtement ce qui doit s'enfoncer dans l'eau de ce corps moins peſant, on en connoîtra la peſanteur, & l'on meſurera la quantité de l'eau qui ait cette peſanteur; ce qui eſt facile, par ce qui a été dit dans les problêmes précédens. Après quoi il eſt évident que ce corps s'enfoncera dans l'eau juſqu'à ce qu'il occupe la place de cette quantité d'eau.

Pl. 48, fig. 148. Mais pour venir à la pratique, ſuppoſons que la piece de bois de ſapin ABCD peſe, par exemple, 360 livres, & qu'un pied cube de l'eau qui eſt contenue dans le vaſe EFGH, peſe 72 livres; diviſez par ce nombre 72 la peſanteur 360 du priſme ABCD; le quotient 5 fera connoître que 5 pieds cubes de la même eau peſent auſſi 360 livres. C'eſt pourquoi le priſme ABCD s'enfoncera dans cette eau juſqu'à ce qu'il y occupe la place de 5 pieds cubes. Ainſi pour ſçavoir de combien il ſe doit enfoncer, il en faut retrancher par en bas un priſme de 5 pieds cubes, qui ait la même baſe que celle du priſme ABCD: on peut connoître cette baſe

en multipliant la longeur AB par la largeur BC, quand elle ſera rectangulaire, telle qu'on la ſuppoſe ici. Si cette baſe eſt, par exemple, de 4 pieds quarrés, en diviſant 5 pieds cubes par 4 pieds quarrés, on aura 1 pied & 3 pouces pour la hauteur AI, à laquelle le priſme propoſé ABCD s'enfoncera dans l'eau.

PROBLEME XXXV.

Connoître ſi une piece douteuſe d'or ou d'argent eſt bonne ou fauſſe.

SI la piece, de la bonté de laquelle on doute, eſt, par exemple, d'argent, & qu'elle ne ſoit pas extrêmement groſſe, comme ſi c'étoit un écu, ou une piece de trente ſols; pour connoître ſi cette piece eſt de pur argent, ou mêlée avec quelqu'autre métal, il faut avoir une autre piece de bon argent auſſi peſante que la piece propoſée; en ſorte que ces deux pieces étant miſes dans les baſſins d'une balance bien juſte, elles demeurent en équilibre dans l'air. Il faut enſuite attacher ces deux pieces d'argent aux baſſins de la même balance avec du fil ou du crin de cheval, pour empêcher que ces deux baſſins ne ſoient mouillés, lorſqu'on plongera dans l'eau les deux pieces d'argent. Elles demeureront en équilibre dans l'eau auſſi-bien que dans l'air, quand elles ſeront égale en bonté. Mais ſi la piece propoſée peſe moins dans l'eau, elle ſera fauſſe, c'eſt-à-dire, qu'il y aura quelqu'autre métal mêlé, d'une peſanteur ſpécifique moindre que celle de l'argent, comme celle du cuivre; & ſi elle peſe davantage, elle ne ſera pas auſſi de bon argent, mais elle ſera mêlée avec quelqu'autre métal d'une

peſanteur ſpécifique plus grande que celle de l'argent, comme celle du plomb.

Si la piece propoſée eſt d'une groſſeur conſidérable, telle qu'étoit la couronne d'or qu'Hieron, roi de Siracuſe, envoya à Archimede, pour connoître ſi l'orfevre avoit employé fidélement les 18 livres qu'il avoit reçu pour faire cette couronne; car ce prince ſoupçonnoit qu'il y avoit mêlé quelqu'autre métal, parce qu'elle paroiſſoit fort groſſe; il faudra, comme auparavant, avoir une piece de pur or, qui peſe autant que la couronne, ſçavoir, 18 livres, & ſans s'amuſer à peſer ces deux pieces dans l'eau, il ſuffira de les plonger l'une après l'autre dans un vaſe plein d'eau. Car celle qui chaſſera plus d'eau, ſera mêlée avec quelqu'autre métal d'une peſanteur ſpécifique moindre que celle de l'or, parce qu'elle aura un plus grand volume.

PROBLEME XXXVI.

Trouver la charge d'un vaiſſeau ſur la mer, ou ſur une riviere.

PAr ce qui a été dit au probl. XXXIV, il eſt aiſé de connoître la *portée*, ou le *port d'un vaiſſeau*, c'eſt-à-dire, la charge que peut porter un vaiſſeau ſur l'eau de la mer, ou d'une riviere, ſans couler à fond. Car il eſt certain qu'un vaiſſeau peut porter autant peſant que l'eau qui lui eſt égale en groſſeur, ſi l'on en rabat ſeulement la peſanteur du fer qui entre dans ſa conſtruction, parce que le bois qui le compoſe peſe à peu près autant que l'eau; ce qui fait que ſans ce fer, le vaiſſeau pourroit naviger étant plein de la même eau.

D'ou il ſuit que le vaiſſeau, quelque charge qu'il ait, ne s'enfoncera pas entierement dans l'eau, ſi la peſanteur de cette charge eſt moindre que celle d'un égal volume d'eau. Mais pour connoître ce volume, il faut meſurer la capacité ou ſolidité du vaiſſeau, que nous ſuppoſerons de 1000 pieds cubes. Cette capacité étant multipliée par 73 livres, qui ſont la peſanteur d'un pied cube d'eau de la mer, on aura 73000 livres pour la peſanteur d'un volume d'eau égal à celui du vaiſſeau.

Ainſi dans cet exemple on peut dire que la portée du vaiſſeau, pour pouvoir naviger ſur la mer, eſt de 73000 livres, ou de 36 tonneaux & demi, comme on le connoît en diviſant 73000 par 2000, qui eſt la valeur d'un tonneau, parce qu'un tonneau plein d'eau de la mer peſe 2000 livres. De ſorte que ſi dans cet exemple la charge du vaiſſeau paſſe 36 tonneaux & demi, il coulera à fond, & il nagera entre deux eaux, tout prêt à s'enfoncer, ſi la charge eſt préciſément de 73000 livres. Ainſi afin que le vaiſſeau puiſſe naviger facilement & ſans danger, ſa charge doit être beaucoup moindre que de 73000 livres. Si elle approche de 73000, en ſorte qu'elle ſoit, par exemple, de 36 tonneaux ſeulement, le vaiſſeau ne s'enfoncera pas dans l'eau de la mer; mais après avoir cinglé heureuſement en haute mer, il coulera à fond & périra, s'il arrive à l'embouchure de quelque riviere d'eau douce qui, étant plus légere que l'eau de la mer, ſera ſurmontée par la peſanteur du vaiſeau.

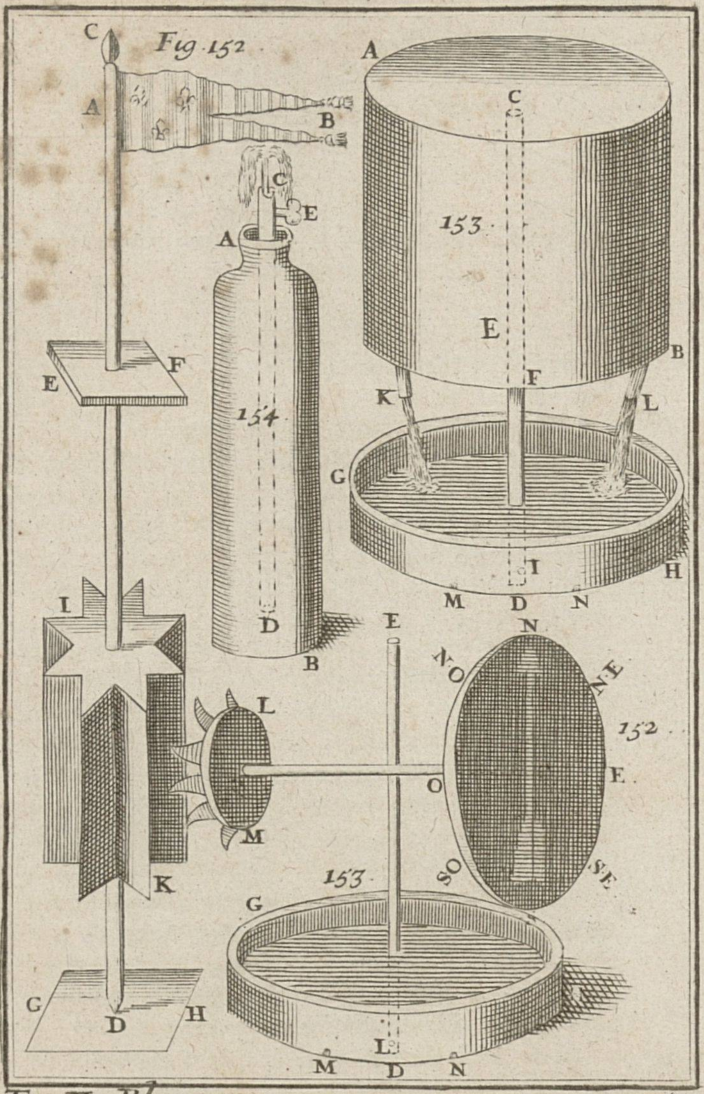
PROBLEME XXXVII.

Faire qu'une livre d'eau peſe davantage, & tant que l'on voudra.

L'Expérience nous apprend que, ſi l'on ſuſpend à une corde une pierre telle qu'étant ainſi ſuſpendue, elle puiſſe être renfermée dans un vaſe, ſans le toucher, en ſorte qu'il reſte dans ce vaſe tout autour de la pierre la place d'une livre d'eau; & que ſi l'on emplit d'eau cet eſpace vuide, le vaſe, qui ne peſe tout ſeul avec ſon eau qu'environ une livre, parce qu'il ne contient qu'une livre d'eau, ſelon notre ſuppoſition, peſera plus de cent livres, ſi la pierre tient dans ce vaſe la place de cent livres d'eau. Ainſi vous voyez que dans ce cas une livre d'eau peſe plus de cent livres, & elle peſera plus de mille livres, ſi la pierre occupe dans le vaſe la place de mille livres d'eau. Ainſi des autres.

Autrement.

Pl. 48, fig. 150. Servez-vous d'une balance, dont les baſſins AB, CD, peſent également autour du centre de mouvement E, qui ſera, ſi vous voulez, au milieu du fléau FG, comme dans les balances ordinaires. Ayant attaché contre une muraille, ou quelqu'autre choſe de ferme, le corps LM égal, par exemple, à 99 livres d'eau, par le moyen du crochet de fer HIK, arrêté fermement au point H de la muraille; entourez, comme nous avons dit auparavant, ce corps LM du baſſin AB, en ſorte qu'il reſte entre deux la place d'une livre d'eau. Alors ſi vous verſez dans le baſſin CD 100 livres d'eau, & dans le baſſin AB, une livre d'eau ſeulement, cette



26

To. II. Pl. 49.

Berey fecit.

ſeule livre d'eau du baſſin AB demeurera en équilibre avec les cent livres de l'autre baſſin CD.

PROBLEME XXXVIII.

Connoître le vent qui ſouffle dans l'air, ſans ſortir de ſa chambre.

IL faut attacher au plancher de la chambre un cercle diviſé en 32 parties égales, avec les noms des 32 vents ou rumbs, en ſorte que les vents nord & ſud répondent à la ligne méridienne; ce que l'on peut aiſément faire par le moyen d'une bouſſole. Il faut que ce cercle diviſé, ou cadran, ait une éguille mobile autour de ſon centre, comme les cadrans des montres ou horloges à roues, & que cette éguille ſoit attachée à un aiſſieu perpendiculaire à l'horiſon, qui ſe puiſſe mouvoir facilement au moindre vent, par le moyen d'une girouette qu'il doit avoir en ſon extrêmité au-deſſus du toît de la même chambre. Le vent faiſant tourner cette girouette, fera auſſi tourner ſon aiſſieu, & en même-tems l'éguille qui lui eſt attachée, laquelle en cette façon montrera ſur le cadra le vent qui ſouffle.

On a vu à Paris ſur le pont-neuf, & l'on voit encore dans le jardin de la bibliotheque du roi, rue Vivienne, un ſemblable cadran. Il eſt vrai qu'il n'eſt pas attaché à un plancher, mais contre une muraille. On y connoît en tout tems le vent qui ſouffle, par le mouvement de la girouette AB, dont l'aiſſieu CD, qui eſt perpendiculaire à l'horiſon, eſt ſoutenu en haut par le plan horiſontal EF, qu'il traverſe à angles droits, & en bas par le plan GH, ſur lequel il s'appuie en ſon extrêmité Pl. 49, fig. 152.

D, qui doit être pointue. Cet aiſſieu s'appuyant
Pl. 49, ſur un point, ſe meut avec facilité au moindre
fig. 152. vent, qui fait tourner la girouette AB. Le pignon IK tourne en même tems; il a huit aîles ou canelures égales, pour les huit vents premiers. Dans ces aîles s'engrainent ou s'accrochent les dents du rouet LM, qui fait tourner avec lui ſon aiſſieu PQ. Cet aiſſieu eſt parallele à l'horiſon, traverſe la muraille à angles droits, & fait mouvoir l'éguille NR, qui lui eſt attachée en ſon extrêmité P. Cette éguille eſt appliquée à un cadran, où les quatre vents cardinaux ſont marqués par les quatre lettres par où leurs noms commencent, & les autres quatre vents d'entre deux par les deux lettres par leſquelles commencent les noms des deux vents principaux entre leſquels ils ſont.

REMARQUE.

Ainſi N ſignifie nord, S ſud, E eſt, O oueſt, NE nord-eſt, SE ſud-eſt, SO ſud-oueſt, NO nord-oueſt. Ces noms ſont uſités en toute la mer océane. Le nord eſt le ſeptentrion, le ſud eſt le midi, l'eſt eſt le levant ou orient, l'oueſt eſt le couchant, ou l'occident, ou le ponant. De-là on peut juger que le nord-eſt eſt le vent qui ſouffle entre le ſeptentrion & l'orient, le ſud-eſt celui qui ſouffle entre le midi & l'orient, le ſud-oueſt celui qui ſouffle entre le midi & l'occident, & le nord-oueſt celui qui ſouffle entre le ſeptentrion & l'occident.

On peut voir un ſemblable cadran, avec tous ſes attributs, dans la rue de la Corderie, à la butte S. Roch.

PROBL.

PROBLEME XXXIX.

Conſtruire une fontaine dont l'eau s'écoule & s'arrête alternativement.

I.

Premiere maniere de conſtruire cette fontaine.

PReparez deux vaſes inégaux AB, CD, de fer blanc, ou de quelqu'autre ſemblable matiere. Le plus grand AB, qui eſt celui de deſſus, doit avoir communication avec le plus petit CD, par l'ouverture E, afin que l'eau qu'on verſera dans le plus grand vaſe AB, puiſſe ſortir, & entrer dans le plus petit CD. Cette eau s'écoulera par l'extrêmité H du ſiphon FGH, dont l'autre extrêmité E, qui ſera auſſi ouverte, ne doit pas être fort éloignée du fond du vaſe CD. Pl. 48 fig. 149.

Lorſque l'eau qui tombe dans le vaſe CD ſera montée dans le ſiphon par l'ouverture F vers la partie ſupérieure G, elle s'écoulera par l'autre ouverture H, pourvû que le ſiphon FGH ſoit de telle groſſeur, qu'il ſorte plus d'eau par l'ouverture H, qu'il n'en entre dans le vaſe CD par l'ouverture E. Cela étant ainſi, l'eau de ce vaſe ſera bien-tot épuiſée, & la fontaine ceſſera d'aller. Mais l'eau commencera à couler de nouveau par l'ouverture lorſqu'elle ſera remontée par la branche FG juſqu'en G, & ainſi de ſuite.

On peut donner à cette fontaine telle figure qu'on voudra, auſſi-bien qu'à la ſuivante, dont l'eau s'écoule auſſi par intervalles alternativement.

II.

Autre maniere de conſtruire une pareille fontaine.

Pl. 49, fig. 153. AB, eſt un vaſe qui a deux fonds, c'eſt-à-dire, qu'il eſt fermé de tous côtés comme un tambour. CD eſt un tuyau ſoudé au fond d'en bas vers le milieu F. Ses deux extrêmités C, D, ſont ouvertes; celle d'en haut C, ne doit pas toucher le fond, afin de donner paſſage à l'eau. Pour remplir ce vaſe on le renverſera, & l'on verſera l'eau par l'ouverture D du tuyau CD, laquelle ſe trouvera en haut.

DE eſt un tuyau un peu plus petit que CD, dans lequel il doit entrer juſtement: il eſt attaché à un fond de boîte GH, dont le diametre eſt un peu plus long que celui de l'un des deux fonds du vaſe AB. Le tuyau DE eſt ouvert par l'extrêmité E, & fermé par l'autre extrêmité D, qui eſt ſoudée au fond de la boîte GH.

Les deux tuyaux CD, ED, doivent avoir à une égale hauteur deux petites ouvertures I, I, & le petit tuyau DE doit être mobile au dedans du plus grand CD, afin que l'on puiſſe, quand on voudra, tourner le tuyau plus mince DE, avec ſa boîte GA, juſqu'à ce que les deux trous I, I, ſe rencontrent. De plus le vaſe AB doit avoir en ſon fond d'en bas pluſieurs petites ouvertures, comme K, L, par où l'eau qu'il contient puiſſe ſortir, & la boîte GH deux ouvertures plus petites M, N, par où l'eau puiſſe auſſi ſortir.

Ayant donc rempli d'eau le vaſe AB, comme il vient d'être enſeigné, & ayant bouché le tuyau CD par le moyen du tuyau DE, que nous avons ſuppoſé aſſez mince pour le remplir juſtement,

ſans qu'il ſoit néceſſaire que l'extrêmité E parvienne juſqu'à l'extrêmité C, pourvu que les deux autres extrêmités D, D, conviennent enſemble : on mettra la machine dans ſa premiere ſituation, en ſorte que, comme vous voyez dans la figure, la boîte GH lui ſerve de baſe. On tournera cette baſe, qui eſt attachée au tuyau DE, juſqu'à ce que les deux ouvertures I, I, répondent l'une à l'autre, & n'en faſſent qu'une ſeule. Alors l'eau contenue dans le vaſe AB, ſortira par les ouvertures K, L, tant que l'air pourra paſſer par l'ouverture I, pour prendre la place de l'eau qui tombe dans la boîte GH, en ſortant du vaſe AB. Mais quand cette eau ſera montée dans la boîte GH, au-deſſus de l'ouverture I (ce qui arrivera infailliblement, parce qu'il ſort plus d'eau par les ouvertures K, L, que par les ouvertures M, N, qui ſont ſuppoſées plus petites) l'air ne pouvant plus paſſer par l'ouverture I, l'eau du vaſe AB ceſſera de couler par les ouvertures K, L; cependant l'eau de la boîte GH continuera de couler par les ouvertures M, N; ce qui fera baiſſer peu à peu cette eau, juſqu'à ce que l'ouverture I ſe trouvant débouchée, l'air y puiſſe paſſer & prendre la place de l'eau, qui commencera à s'écouler de nouveau par les ouvertures K, L. Ainſi l'ouverture I ſe trouvera bouchée une ſeconde fois par l'eau qui tombe dans la boîte G, H, & qui empêchera, comme auparavant, l'eau du vaſe AB de s'écouler par les ouvertures K, L. Vous voyez que de cette façon l'eau du vaſe AB s'écoulera & s'arrêtera par intervalles & à pluſieurs repriſes, juſqu'à ce qu'il ne reſte plus d'eau dans le vaſe AB.

Pl. 49, fig. 153.

Pl. 49, fig. 153.

REMARQUES.

I.

Cette fontaine eſt appellée *fontaine de commandement*, parce qu'elle va quand on lui commande. On fait ce commandement quand on connoît que l'eau eſt prête à couler de nouveau par les ouvertures K, L. Cela ſe connoît aiſément; car quand l'eau de la boîte GH en ſe baiſſant commence à déboucher l'ouverture I, l'air qui commence à entrer par cettte ouverture, fait un petit bruit, qui marque que la fontaine va bien-tôt jouer.

II.

On peut, comme on a déja remarqué, donner telle autre figure que l'on voudra à la boîte AB, qui eſt ordinairement de fer blanc, auſſi bien que le fond de la boîte GH.

On perce cette boîte de 5 ou 6 trous, auſquels on ſoude autant de petits tuyaux, dont les ouvertures ſont diminuées en K & L. On n'attache point de tuyau DE au fond de boîte, ou plat GH. Il ſuffit d'y attacher 2 ou 3 ſupports, qui ſoutiennent à quelque hauteur un anneau. Cet anneau reçoit le tuyau CD, auquel on a eu ſoin de ſouder un petit collet ou petite boſſe, qui le retient de telle ſorte, qu'il ne touche point le fond de la boîte, & qu'il y ait un eſpace entre le fond de la boîte & l'ouverture D du tuyau CD. Cette diſtance produit le même effet que l'ouverture I des deux tuyaux ajuſtés l'un dans l'autre. On comprend qu'il faut laiſſer ſous le tuyau un trou au plat GH, qui laiſſe couler moins d'eau qu'il n'en tombe du vaiſſeau AB, & qu'au deſſous de ce trou

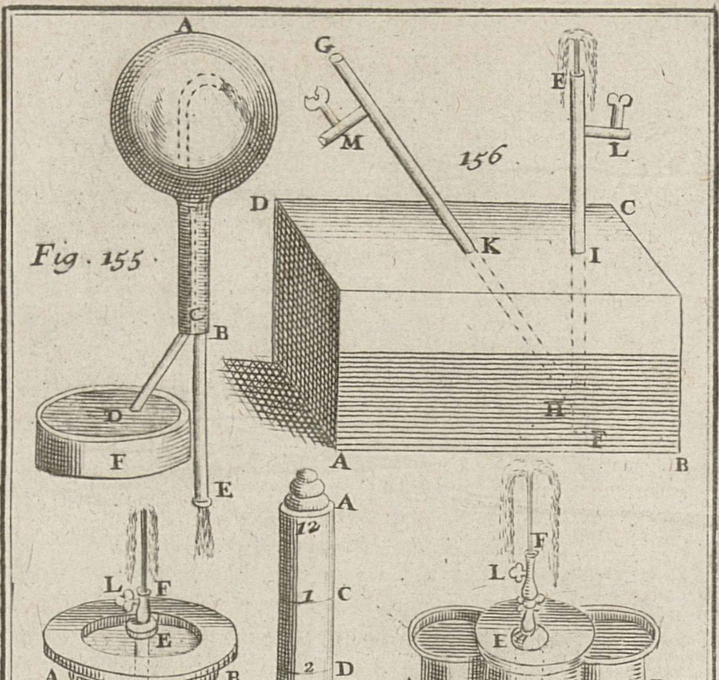


Fig. 155.
A
B
C
D
E
F
156.
G
M
E
L
D
C
K
I
H
F
A
B
157.
L
F
E
A
B
H
O
K
M
G
I
C
D
158.
A
12
1 C
2 D
3 E
4 F
5
6
7
8
9
I
B
159.
F
L
E
A
B
H
O
K
H
G
I
I
G
C
D

on doit mettre un pot, ou quelqu'autre vaiſſeau pour recevoir l'eau qui s'écoule.

PROBLEME XL.

Conſtruire une fontaine par attraction.

IL faut ajuſter dans l'orifice B de la fiole, ou matras de verre AB, deux tuyaux CD, CE, inclinés l'un à l'autre en forme de ſiphon & ſoudés enſemble vers leurs extrémités C, qui cependant doivent être ouvertes, auſſi bien que les deux autres extremités D, E; il faut boucher le reſte de l'orifice B, en ſorte que l'air n'y puiſſe entrer en aucune maniere. Pl. 50, fig. 355.

Pour faire jouer cette machine, on la renverſera pour la remplir d'eau entierement, ſi l'on veut, ou ſeulement en partie par l'un des deux tuyaux CD, CE, dont le premier CD doit être plus mince & plus court que le ſecond CE.

Après cela on rend à la fiole AB ſa premiere ſituation, comme vous voyez dans la figure: on la met à plomb ſur une table qui ait un trou, par lequel on puiſſe faire paſſer le plus grand tuyau CE. Enſuite l'on place au-deſſous de l'autre tuyau plus petit CD, un vaſe plein d'eau, comme DF, en ſorte que le tuyau CD touche ſon fond. Alors l'eau de la fiole AB s'écoulera par le plus grand tuyau CE, & quand elle ſera écoulée juſqu'à l'ouverture C, l'eau du vaſe DE montera par le plus petit tuyau CD, d'où elle ſortira par l'ouverture C avec impétuoſité, & fera un jet très-agréable au-dedans de la fiole. Ce jet durera d'autant plus de tems, qu'il y aura plus d'eau dans le vaſe DF, parce que cette eau retombera & s'écoulera continuellement par le plus grand tuyau CE.

PROBLEME XLI.

Conſtruire une fontaine par compreſſion.

I.

Pl. 48, fig. 151.

CEtte fontaine eſt compoſée de deux vaſes égaux AB, CD, joints enſemble. Ils ont chacun un fond : celui d'en bas doit être plat pour ſervir de baſe à la machine : celui d'en haut doit être un peu concave, pour recevoir l'eau qu'on y verſe, quand on veut remplir d'eau le vaſe CD, & faire jouer la fontaine : il doit de plus avoir au milieu de ſa concavité une ouverture avec un petit tuyau EF, qui aura ſon extrêmité O proche du fond du vaſe AB, & quelque peu élevé au-deſſus de ce fond, afin que l'eau contenue dans ce vaſe AB, en puiſſe ſortir avec facilité.

On ajoute deux tuyaux GH, IK, renfermés dans la machine : le premier GH eſt ſoudé au fond du vaſe AB, vers H, où il y a une ouverture par où entre l'eau qu'on verſe dans la concavité du fond AB, pour remplir le vaſe inférieur CD ; cette eau ſort par l'autre extrêmité G du même tuyau GH, laquelle à cauſe de cela ne doit pas toucher au fond de ce vaſe. Le ſecond tuyau IK eſt ſoudé à la partie ſupérieure du vaſe CD vers I, où il y a pareillement une ouverture, auſſi-bien qu'à ſon autre extrêmité K, qui ne doit pas toucher le fond du vaſe AB, afin que quand on tiendra la machine renverſée, l'eau du vaſe CD entre par le tuyau IK, & rempliſſe le vaſe AB, dont la capacité eſt ſuppoſée égale à celle du vaſe CD.

Après cela on remet la machine dans ſa pre-

miere ſituation, comme vous voyez dans la figure. Alors en mettant une ſeconde fois de l'eau dans la concavité du fond AB, cette eau entrera par l'ouverture H dans le tuyau GH, & enſuite dans le vaſe CD, dont elle preſſera fortement l'air, & par conſéquent celui qui eſt dans le tuyau IK. Cet air comprimé preſſera auſſi l'eau qui eſt dans le vaſe AB; ce qui l'obligera à ſortir avec impétuoſité par l'ouverture F, en faiſant un jet fort agréable. Ce jet durera long-tems, parce que l'eau qui en ſortira retombera dans la concavité du fond AB, d'où elle rentrera par l'ouverture H dans le vaſe CD, & tiendra toujours l'air comprimé, juſqu'à ce que toute l'eau du vaſe AB ſoit ſortie, & que l'air puiſſe entrer par l'ouverture F du petit tuyau EF.

Il eſt aiſé de voir que les deux vaſes égaux AB, CD, ne doivent avoir entr'eux aucune autre communication que celle qu'ils ont par les deux tuyaux GH, IK, comme vous voyez par cette figure, & que ces deux tuyaux GH, IK, doivent être tellement ſoudés en H & en I, que l'air ne puiſſe ni y entrer, ni en ſortir.

II.

On voit dans cette figure une autre conſtruction de fontaine, par le moyen du robinet L, appliqué au tuyau EF, & par le moyen du robinet M, appliqué au tuyau GH. L'ouverture H du tuyau GH eſt ſoudée au fond inférieur du vaſe ſupérieur AB. En ouvrant le robinet L, & en fermant le robinet M, on remplira le vaſe AB d'eau, qu'on verſera par l'ouverture F. En ouvrant enſuite le robinet M, l'eau du vaſe AB entrera par l'ouverture H dans le tuyau GH, & remplira Pl. 50, fig. 157.

Pl. 50, fig. 157. le vaſe CD. Enfin fermant le robinet M, & ouvrant le robinet L, on remplira d'eau le vaſe AB, comme auparavant. Après quoi ſi l'on ouvre le robinet M, l'eau du vaſe AB preſſera celle du vaſe CD, qui pouſſera avec violence par l'ouverture F l'eau du vaſe AB, en luifaiſant faire un jet ſemblable au précédent.

Fig. 159. Pour faire que ce jet ſoit deux fois plus haut, on diviſera le vaſe AB en trois cellules, & le vaſe CD en deux, & l'on doublera les tuyaux GH, IK, comme vous voyez dans la figure. L'air ſe trouvant preſſé doublement, l'effet de cette preſſion ſera auſſi double, c'eſt-à-dire, que l'eau qui ſortira par l'ouverture F, montera deux fois plus haut qu'auparavant.

III.

Pl. 49, fig. 154. On peut faire une autre fontaine par compreſſion avec un ſeul vaſe AB, & un ſeul tuyau au milieu CD. Ce tuyau doit être ouvert par ſes deux extrêmités C, D, dont celle d'en bas D, ſera quelque peu éloignée du fond du vaſe AB; il doit encore être ſoudé vers l'orifice A, qu'il faut tellement boucher, que l'air n'y puiſſe paſſer. Au-deſſus de cet orifice A, le tuyau CD doit avoir un robinet comme E, pour pouvoir ouvrir & fermer le tuyau CD, ſelon le beſoin, comme vous allez voir.

Faites entrer dans le vaſe AB, avec une ſeringue par l'ouverture C, autant d'air & d'eau qu'il ſera poſſible, en fermant promptement le robinet E à meſure que vous ſeringuerez, pour empêcher que l'air, qui eſt extrêmement preſſé dans le vaſe AB, ne ſorte. L'eau, étant plus peſante que l'air, ſe tiendra au fond du vaſe, & ſera

fortement preſſée par l'air, qui eſt auſſi beaucoup comprimé dans ce vaſe. C'eſt pourquoi ſi l'on ouvre le tuyau CD, en lâchant le robinet E, l'air fera ſortir avec violence l'eau par l'ouverture C, & lui fera un jet aſſez haut. Ce jet durera d'autant plus que l'ouverture C ſera plus petite, & que l'air dans le vaſe AB ſera plus comprimé; il réuſſira encore mieux, ſi l'on fait tant ſoit peu chauffer ce vaſe.

IV.

On peut encore ſe ſervir d'un ſeul vaſe ABCD, qui doit être fermé de toutes parts: EF, GH, ſont deux tuyaux qui ont communication enſemble en H, où ils ſont ſoudés; ils ſont ouverts en leurs extrêmités, E, F, G, mais il ne faut pas que l'ouverture F touche au fond du vaſe ABCD. Chacun de ces deux tuyaux doit avoir un robinet en dehors, comme L, M, & doit être tellement ſoudé en I & en K, que l'air n'y puiſſe paſſer. Pl. 50, fig. 156.

Pour faire jouer cette fontaine, il faut fermer le robinet L, ouvrir le robinet M, & faire entrer par force avec une ſeringue autant d'eau qu'il ſera poſſible dans le vaſe ABCD. Après quoi on fermera le robinet M, pour empêcher que l'air qui ſera extrêmement preſſé dans le vaſe ABCD, n'en ſorte. Mais ſi l'on ouvre l'autre robinet L, l'eau rejaillira par l'ouverture E, qui ne doit pas être bien grande, afin que le jet d'eau dure plus long-tems.

REMARQUE.

Il eſt bon de mettre des robinets au bas de chacun des vaiſſeaux dont on a parlé dans ce

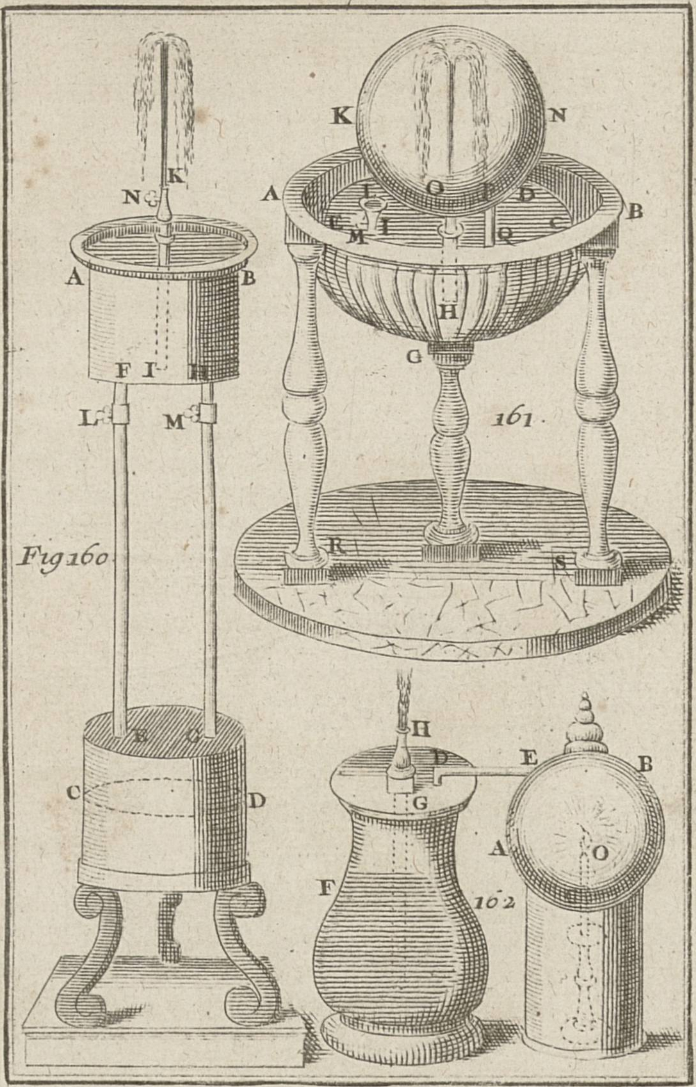
problême, afin de les vuider entierement d'eau, quand on le juge à propos.

PROBLEME XLII.

Conſtruire une fontaine par rarefaction.

Pl. 51, fig. 160. JOignez enſemble les deux vaſes inégaux AB, CD, qui doivent être fermés de tous côtés, comme ceux du problême précédent, par les deux tuyaux égaux EF, GH. Ces tuyaux ſeront, comme les précédens, ſoudés au fond d'en bas en F & H du vaſe ſupérieur AB, & au fond d'en haut en E & G, du vaſe inférieur CD, en ſorte que l'air ne trouve aucun paſſage que par leurs extrêmités E, F, G, H, qu'on laiſſera ouvertes pour donner une communication entre les vaſes AB, CD. Ajoutez au milieu du vaſe ſupérieur AB un troiſieme tuyau IK, plus petit, dont l'ouverture inférieure I ne touche pas tout-à-fait au fond d'en bas du vaſe AB, & l'ouverture ſupérieure K ſoit un peu élevée au-deſſus du fond d'en haut du même vaſe AB. Cette ouverture K doit être retrécie, & chacun des trois tuyaux EF, GA, IK, doit avoir un robinet, comme L, M, N, pour ſervir en cette ſorte.

Ayant fermé les deux robinets L, M, ouvrez le robinet N, & verſez par l'ouverture K de l'eau dans le vaſe AB juſqu'à ce qu'il ſoit plein. Après cela lâchez les deux robinets, L, M, afin que l'eau du vaſe AB deſcende par les ouvertures F, H, dans le vaſe CD, & le rempliſſe ſeulement en partie, ce qui arrivera ainſi, parce que je ſuppoſe que la capacité du vaſe CD eſt plus grande que celle du vaſe AB. Fermez enfin les deux robinets L,



To. II. Pl. 51.

M, & rempliſſez de nouveau le vaſe AB d'eau. Après avoir fermé le robinet N, mettez des charbons ardens au-deſſous du vaſe CD. Alors la chaleur de ces charbons fera rarefier l'air & l'eau du vaſe CD. C'eſt pourquoi ſi l'on ouvre le robinet N, l'eau du vaſe AB ſortira avec impétuoſité par l'ouverture K, & fera un jet fort agréable.

Autrement.

Preparez un vaſe de cuivre, ou de quelqu'autre métal, comme AB, qui doit être ſéparé en deux parties; celles d'en haut CDE doit être ouverte, & celle d'en bas CH fermée de toutes parts, excepté en I, où il doit y avoir un petit tuyau en forme d'entonnoir IL, avec un robinet M, pour verſer par cet entonnoir en ouvrant le robinet, autant d'eau qu'il en ſera néceſſaire pour remplir en partie la partie GH du vaſe AB. Pl. 51, fig. 161.

Il faut ajouter au milieu du vaſe AB un tuyau HO, dont l'ouverture H d'en bas ne doit pas tout-à-fait toucher au fond de ce vaſe, & l'autre ouverture O d'en haut, qu'il faut faire plus petite, doit ſortir en dehors pour y inſérer une ſphere de verre KN. Par cette ſphere, & par le fond d'en haut du vaſe AB, il doit paſſer un autre tuyau PQ, ouvert en ſes deux extrêmités, afin que l'eau, qui montera du vaſe AB, dans la ſphere KN, par le tuyau HO, retombe par le tuyau PQ dans le vaſe AB; ce qui fera un jet continuel.

Mais afin que l'eau du vaſe AB monte dans la ſphere KN par le tuyau HO, il faudra, après avoir fermé le robinet M, faire chauffer l'eau & l'air qui ſont dans le vaſe AB, en mettant au-deſſous ſur le plan RS une grille couverte de char-

bons ardens, dont la chaleur rarefiant l'air, fera monter l'eau dans la ſphere KN, &c.

REMARQUE.

Pl. 51, fig. 162. Il n'y a pas lieu de douter que ces deux ſortes de fontaines ne réuſſiſſent, quand elles ſeront bien exécutées. Mais je n'oſe aſſurer la même choſe de cette troiſieme ſorte de fontaine que je vous donne dans la fig. 162. Il ſuffit de la regarder pour la comprendre. Il peut fort bien arriver que la chandelle O s'éteindra, lorſqu'on l'aura miſe dans la ſphere concave AB, par l'ouverture C. Cette chandelle ſert à rarefier par ſa chaleur l'air qui eſt contenu dans cette ſphere. Cet air rarefié en paſſant par le tuyau DE, qui communique de la ſphere AB au vaſe DF, preſſe l'eau contenue dans ce vaſe DF, & l'oblige de ſortir par l'ouverture d'en haut du tuyau G, qui doit être retreci en H.

Pour faire réuſſir cette ſorte de fontaine, il faudroit que la ſphere AB fût percée dans ſa partie ſupérieure pour donner paſſage à la fumée, qui étoufferoit la lumiere, ſi elle reſtoit dans la ſphere.

PROBLEME XLIII.

Conſtruire une horloge avec de l'eau.

LEs corps peſans, en deſcendant librement dans l'air, augmentent continuellement leurs viteſſes, & parcourent en tems égaux des eſpaces inégaux, qui croiſſent ſelon la proportion des quarrés 1, 4, 9, 16, &c. des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. en commençant depuis le point de repos. Au contraire les corps liquides, en coulant dans quel-

que vaſe par une même ouverture, diminuent continuellement leurs viteſſes; & la ſurface ſupérieure de la liqueur, comme feroit de l'eau contenue dans le cylindre AB, que je ſuppoſe de verre, s'abaiſſe en coulant continuellement par l'ouverture B, ſelon la proportion des mêmes nombres quarrés 1, 4, 9, 16, &c. en des tems égaux. Pl. 50. fig. 158.

C'eſt pourquoi ſi le tuyau AB plein d'eau ſe vuide par l'ouverture B, par exemple, en 12 heures de tems; pour ſçavoir de combien l'eau ſe doit abbaiſſer à chaque heure, c'eſt-à-dire, pour marquer les heures ſur ce tuyau AB, on conſidera que le quarré de 12 étant 144, on doit diviſer la longueur AB en 144 parties égales, & en prendre 121, quarré de 11, de B en C, pour le point de 1 heure; 100, quarré de 10, de B en D, pour le point de 2 heures, en ſuppoſant que A ſoit le point de midi. On prendra pareillement, 81 quarré de 9, de B en E, pour le point de 3 heures; 64, quarré de 8, de B en F, pour le point de 4 heures, & ainſi des autres.

REMARQUE.

Si le tuyau AB ne ſe vuide pas exactement en 12 heures de tems par l'ouverture B, & que l'on veuille que cela arrive, il faudra diminuer, ou bien augmenter cette ouverture B, ſelon que l'eau s'écoulera plus ou moins vîte.

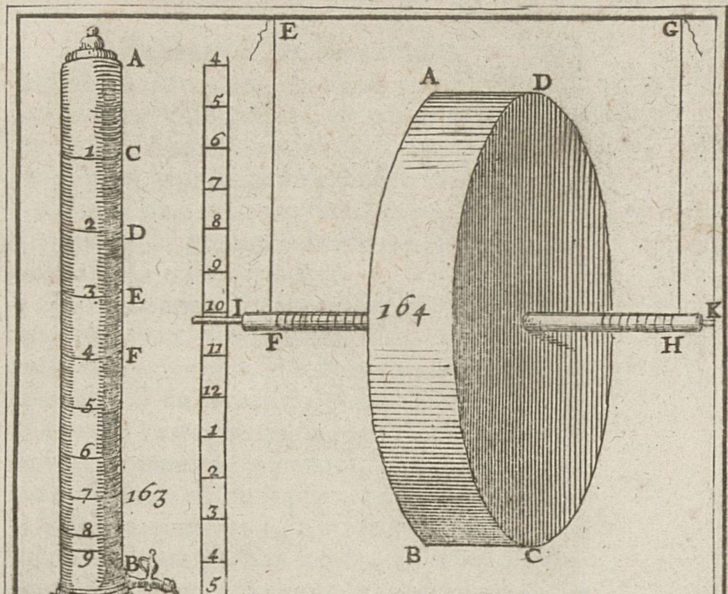
Pour trouver cette diminution, ou cette augmentation, c'eſt-à-dire, pour trouver l'ouverture B, ou le diamétre du trou par lequel toute l'eau du cylindre AB s'écoule précisément en 12 heures de tems, ſuppoſons que le diametre de l'ouverture B ſoit de 2 lignes, & que toute l'eau du cylindre AB ſe ſoit écoulée en 9 heures de tems par cette

Pl. 50, fig. 158. ouverture. Cela étant ſuppoſé, multipliez ce nombre 9 par le nombre 2 du diametre, & diviſez le produit 18 par 12, qui eſt le tems auquel on veut que toute l'eau du vaſe AB s'écoule; vous trouverez que le diamétre de l'ouverture B doit être d'une ligne & demie, pour faire que toute l'eau du priſme AB s'écoule par cette ouverture en 12 heures de tems.

Si vous voulez connoître la quantité d'eau qui s'écoule à chaque heure par l'ouverture B, il faut meſurer d'abord la hauteur AB, que nous ſuppoſerons de 6 pieds; puis l'aire de la baſe du cylindre, que vous trouverez par le moyen de ſon diamétre, que nous ſuppoſerons d'un pouce, ou de 12 lignes, en multipliant par 785 le quarré 144 de ce diamétre 12, & en diviſant le produit 1123040 par 1000, le quotient donnera environ 112 pouces quarrés pour l'aire de la baſe du cylindre AB.

Cette aire étant commune à tous les cylindres d'eau, dont les hauteurs ſont AC, CD, DE, &c. ſervira à en connoître les ſolidités, en la multipliant par ces hauteurs, quand elles ſeront connues. Ces ſolidités ſeront la quantité de l'eau qui s'écoule à chaque heure par l'ouverture B. Mais pour trouver les hauteurs AC, CD, DE, &c. voici ce qu'il faut faire.

Parce que la hauteur AB a été ſuppoſée de 6 pieds, qui valent 864 lignes, & que nous l'avons diviſée en 144 parties égales, chacune de ces parties ſera de 6 lignes, comme on le connoît en diviſant 864 par 144: la hauteur BC, qui eſt de 121 de ces parties, ſera par conſéquent de 726 lignes, comme on le connoît en multipliant 121 par 6. C'eſt pourquoi la partie AC ſera de 138 lignes


A
C
D
E
F
163
B
4
5
6
7
8
9
10
11
12
1
2
3
4
5
E
G
A
D
I
164
K
F
H
B
C
I
N
M
L
K
G
H
A
B
G
165
H
C
F
D
E

N°.

To. II. Pl. 52.

comme on le connoît en ôtant 726 de 864. Si donc on multiplie 113, qui eſt la baſe du cylindre, par 138, qui eſt la hauteur AC, on aura 15594 lignes pour la ſolidité du cylindre AC, ou pour la quantité de l'eau qui s'écoulera par l'ouverture B pendant la premiere heure, c'eſt-à-dire depuis midi juſqu'à une heure. Pl. 50, fig. 158.

Pareillement la hauteur BD étant de 100 parties, ſi on l'ôte de la hauteur BC, qui a été ſuppoſée de 121 parties, il reſtera 21 parties pour la hauteur CD du ſecond cylindre. Et comme chaque partie vaut 6 lignes, la partie CD ſera de 126 lignes, comme on le connoît en multipliant 21 par 6. Si donc on multiplie cette hauteur 126 par la baſe commune 113, le produit donnera 14238 lignes cubiques pour la ſolidité du ſecond cylindre CD, ou pour la quantité de l'eau qui s'écoulera par l'ouverture B, depuis une heure juſqu'à deux heures. Ainſi des autres.

Corollaire.

On tire de cette pratique la maniere d'ajouter à cette horloge d'eau une autre horloge d'eau qui montre les heures en montant dans un priſme GHI dont la baſe ſeroit connue de 226 lignes quarrées. On fait tomber l'eau du cylindre AB dans ce priſme, qui par conſéquent doit être placé plus bas que l'ouverture B, & d'une capacité pour le moins auſſi grande que celle du cylindre AB. On marque les heures ſur le même priſme, en cette ſorte. Pl. 52, fig. 163.

Parce que la quantité de l'eau qui répond à la premiere heure eſt de 15594 lignes cubiques, on diviſera cette ſolidité 15594 par la baſe du priſme GHI, qui a été ſuppoſée de 226 lignes quarrées,

Pl. 52, fig. 63. le quotient donnera 69 lignes pour la hauteur GK de la premiere heure dans le priſme GHI.

De même parce que la quantité de l'eau qui répond à la ſeconde heure, c'eſt-à-dire, au cylindre CD, eſt de 14238 lignes cubiques, en diviſant cette ſolidité 14238 par la même baſe 226, on aura 63 lignes pour la hauteur KL de la ſeconde heure dans le même priſme GHI. Ainſi des autres.

Il eſt évident que quand la baſe du priſme GHI ſera égale à celle du cylindre AB, les diviſions des heures dans le priſme GHI ſeront égales à celles du cylindre AB, mais dans un ordre renverſé; la hauteur GK ſera égale à la hauteur AC, la hauteur KL à la hauteur CD, & ainſi des autres.

PROBLEME XLIV.

Conſtruire une pendule d'eau.

Fig. 164. ON appelle *pendule d'eau*, une montre ou horloge d'eau, qui a la figure d'un tambour, ou boîte ronde, d'un métal bien ſoudé, comme ABCD, dans lequel il y a une certaine quantité d'eau préparée. Cette boîte eſt diviſée en pluſieurs petites cellules, qui ont communication les unes avec les autres proche du centre, & qui ne laiſſent écouler l'eau, qu'autant qu'il eſt néceſſaire pour faire deſcendre doucement & peu à peu cette montre par ſon propre poids. On la ſuſpend par deux filets ou cordes fines & égales EF, GH, entortillées autour de l'aiſſieu de fer IK, qui eſt par tout également épais, & traverſe la boîte à angles droits de part & d'autre par le milieu. Cet aiſſieu en deſcendant montre les heures, ſans faire aucun bruit, par l'une de ſes deux extrêmités I, K, ou

par

par les deux enſemble. Ces heures ſont marquées à coté ſur un plan vertical, où les diviſions ont été marquées par le moyen d'une horloge à roues bien juſte. Pl. 5[?] fig. 164.

Si je connoiſſois l'inventeur d'une montre ſi ſimple & ſi extraordinaire, je lui rendrois ici la juſtice qui lui eſt due. Je ſçais ſeulement que les premieres qu'on vit à Paris en l'année *1693* furent apportées de Bourgogne : j'en ai vu une d'étain, qui avoit été faite à Sens. J'en donnerai ici les meſures & les proportions, qui pourront ſervir à en conſtruire autant d'autres qu'on voudra, plus grandes, ou plus petites.

Le diametre AB, ou CD, des deux fonds du tambour ou barillet ABCD étoit d'environ cinq pouces, & la largeur AD, ou BC, ou la diſtance de ces deux fonds, qui étoient égaux & paralleles entre eux, de deux pouces. Le dedans de cette boîte étoit diviſé en ſept caſes ou cellules par autant de petits plans inclinés, ou languettes d'étain ſoudées à chaque fond & à la circonférence ou ſurface concave du tambour, & longues chacune de deux pouces, comme A, B, C, D, E, F, G. Fig. 165. Ces languettes, comme vous voyez dans la figure, ſont inclinées de maniere qu'elles raſent & touchent la circonférence d'un cercle qui ſeroit décrit du centre H, à l'intervalle d'un pouce & demi. Cette pente facilite le paſſage de l'eau d'une cellule à l'autre, à meſure que la machine roule en deſcendant, & marque les heures par l'extrêmité de ſon aiſſieu, qui, comme nous avons déja dit, la traverſe de part en part à angles droits, en entrant en ſon milieu par un trou H, qui a été fait quarré, afin que la montre tienne plus fermement à cet aiſſieu.

Enfin il y avoit dans cette petite machine ſept onces d'eau purifiée, c'eſt-à-dire, diſtillée & préparée : elle y avoit été miſe par deux trous poſés ſur un même diametre, & également éloignés du centre H, qu'on avoit enſuite bouchés, pour empêcher l'eau de ſortir, quand la montre tourne avec ſon aiſſieu, & change continuellement de ſituation, en deſcendant inſenſiblement par le developpement de deux cordes qui la tiennent toujours à plomb, & qui ſont entortillées autour de ſon aiſſieu, qui demeure toujours parallele à l'horiſon.

REMARQUE.

Il eſt évident que ſi cette montre étoit ſuſpendue par ſon centre de gravité, comme il arriveroit ſi la ſurface inférieure de l'aiſſieu paſſoit exactement par le centre de chaque fond, elle demeureroit immobile, & que ce qui la fait mouvoir, eſt qu'elle eſt ſuſpendue hors de ſon centre de peſanteur par les deux cordes qui ſont roulées autour de ſon aiſſieu, dont l'épaiſſeur ne doit pas être bien conſidérable par rapport à la grandeur de la montre, & à la quantité de l'eau qu'elle contient, afin que cette montre puiſſe rouler avec modération par le paſſage de l'eau d'une cellule à l'autre. Il eſt encore évident que la machine ne doit pas deſcendre tout d'un coup, parce que la force de ſon mouvement ſe trouve contre-balancée, ou diminuée par la peſanteur de l'eau qu'elle contient.

Pour monter cette horloge, quand elle eſt deſcendue environ juſqu'au bas de ces deux cordes, il n'y a qu'à la hauſſer avec la main, en la faiſant rouler d'un ſens contraire dans ces deux cordes, qui

peuvent être ſi longues que l'on voudra, pourvu qu'elles ſoient égales & attachées en deux points également élevés au-deſſus du plan de l'horiſon, afin que l'aiſſieu demeure toujours horiſontal.

Celles que l'on fait préſentement à Paris, ſont de cuivre, & demeurent ordinairement 24 heures à deſcendre la longueur de deux pieds. La diviſion des heures ſe fait, comme nous avons déja dit, par le moyen d'une montre ordinaire bien réglée, en marquant à chaque heure un point à l'endroit où l'aiſſieu de la boîte touche par ſes deux extrêmités le plan vertical, où l'on s'eſt propoſé de marquer les heures; ce qu'il ſuffit d'avoir obſervé une fois pour toutes.

Quoique cette montre ſoit ſujette au changement de l'air, c'eſt-à-dire, à l'humidité ou à la ſéchereſſe de l'air, elle a pourtant une commodité, c'eſt qu'elle ne fait point de bruit, comme les autres montres, & qu'ainſi on n'en eſt point incommodé la nuit; pendant laquelle on peut, en ſe réveillant, connoître aiſément l'heure qu'il eſt, par le moyen de certaines petites chevilles, ou boutons, que l'on met à l'endroit des heures.

De plus, il n'y a pas ſouvent des réparations à faire dans cette montre. Il ſuffit d'en changer l'eau une fois ſeulement en deux ou trois ans, parce qu'elle ſe ſalit & s'épaiſſit avec le temps; ce qui l'empêche d'être ſi coulante, & fait que l'horloge retarde. Cette eau, qui doit être de fontaine diſtillée, ſe met par un trou fait à l'un des deux fonds, que l'on bouche enſuite avec de la cire, après avoir auparavant vuidé la boîte de ſon eau impure par le même trou, & lavé cinq ou ſix fois le dedans avec de l'eau claire un peu chaude.

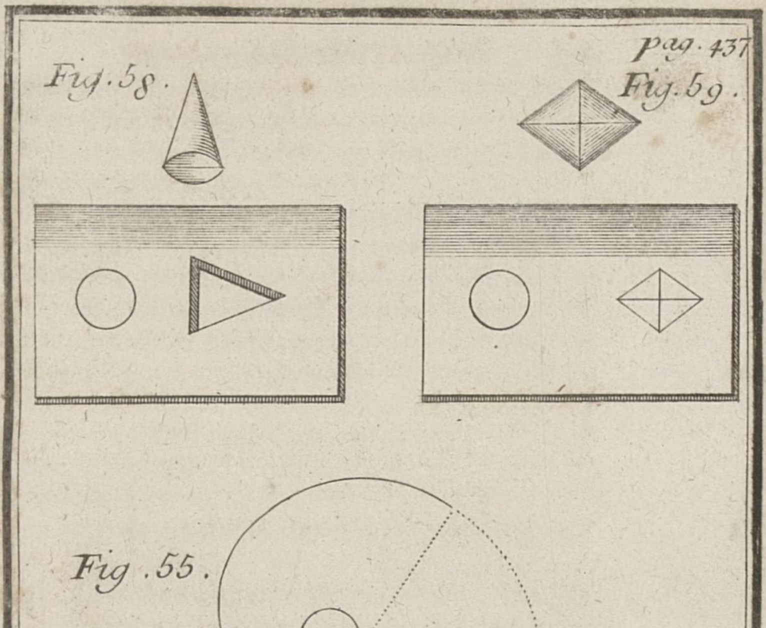
Le R. P. Timotée, Barnabite, qui excelle dans

les méchaniques, & principalement dans les machines hydrauliques, a donné toute la perfection imaginable à cette horloge d'eau. Il en fait une haute d'environ 5 pieds, qui ne ſe monte qu'une fois en un mois. On y connoît, outre les heures qui ſont marquées ſur le haut de la boîte dans un cadran régulier, le quantieme du mois, les fêtes de l'année, le lieu du ſoleil dans le zodiaque, ſon lever & ſon coucher, & la longueur du jour & de la nuit. Cela s'exécute par le moyen d'un petit ſoleil qui ſe meut & deſcend imperceptiblement, & qu'on éleve au bout du mois au haut de la boîte, lorſqu'il eſt deſcendu pendant le cours de ce même mois. Voyez le traité des horloges élémentaires, qui eſt à la fin du troiſieme tome.

AUTRE REMARQUE.

On pourroit donner aux bandes & languettes A, B, C, &c qui ſont droites, la courbure de la développante d'un cercle, que l'on ſupposeroit être l'arbre ou l'aiſſieu de la clepſidre. M. de la Faye Pl. 53, fig. 55. prétend que cette figure ſerviroit à rendre les clepſidres plus juſtes que celles qu'on a, & qui manquent toutes d'uniformité. Voici de quelle maniere on décriroit cette développante.

Supposé qu'on veuille donner au rayon du tambour 4 pouces & demi, ou 54 lignes, la circonférence de l'arbre aura auſſi 54 lignes, & ſon diametre environ 17 lignes, ſuivant la proportion de la circonférence au diametre, qui eſt de 22 à 7. Aprés avoir entouré cet arbre d'un reſſort de montre doux & flexible, attachez un bout de ce reſſort à l'arbre, & développez l'autre armé d'une pointe; cette pointe formera une courbe mécanique, qui a


pag. 437
Fig. 58.
Fig. 59.
Fig. 55.
Fig. 60.
Fig. 61.

pour développée le cercle de l'arbre de la clepſidre ; il faut donner aux languettes la courbure que l'on vient de décrire, & que vous voyez dans la figure.

Cette idée eſt priſe ſur la figure que M. de la Faye donne aux canaux d'une machine toute ſemblable au tympan, dont la deſcription eſt dans les mémoires de l'académie royale de 1717. Cette machine eſt d'une grande commodité pour élever des eaux. Conſultez les mémoires cités.

PROBLEME XLV.

Faire monter une liqueur par le moyen d'une autre liqueur plus peſante.

On propoſe de faire monter du vin, par exemple, par le moyen de l'eau, du vaſe AB dans la ſphere CD. Ce vaſe AB doit être fermé de tous côtés, & CD eſt une ſphere creuſe diviſée en deux parties, C, D, qui n'ont point de communication. Au ſommet O de cette ſphere eſt ajuſté un entonnoir avec un robinet, qui communique avec la ſeule partie CE. Pl. 54. fig. 166.

Cette ſphere concave CD ſera ſoutenue par les deux tuyaux EF, GH, ouverts en chacune de leurs extrêmités. Le plus grand EF ſera ſoudé en E & en I : il aura ſon ouverture inférieure F proche du fond d'en bas du vaſe AB, & ſon autre ouverture E proche du fond inférieur de la partie CE de la ſphere CD. Le plus petit tuyau GH doit être ſoudé en G & en K, & avoir ſon ouverture H d'en bas proche du fond ſupérieur du vaſe AB, & ſon autre ouverture G au fond inférieur de la partie DG de la ſphere CD. De plus, chacun de ces

Pl. 54, fig. 166. deux tuyaux EF, GH, doit avoir un robinet, comme L, M; la partie DG doit avoir auſſi en bas un robinet N.

Ayant ouvert le robinet O, & fermé les autres L, M, N, verſez de l'eau par l'ouverture O, juſqu'à ce que la partie CE ſoit pleine : puis ayant ouvert les deux robinets L, M, l'eau contenue dans la partie CE, deſcendra par le tuyau EF, & en preſſant le vin contenu dans le vaſe AB, le fera monter par le tuyau GH dans la partie DG, parce que le tuyau CF étant plus grand que le tuyau GH, a plus de peſanteur. C'eſt pourquoi en fermant le robinet M, & ouvrant le robinet N, on pourra tirer du vin par ce robinet N, quand on voudra boire.

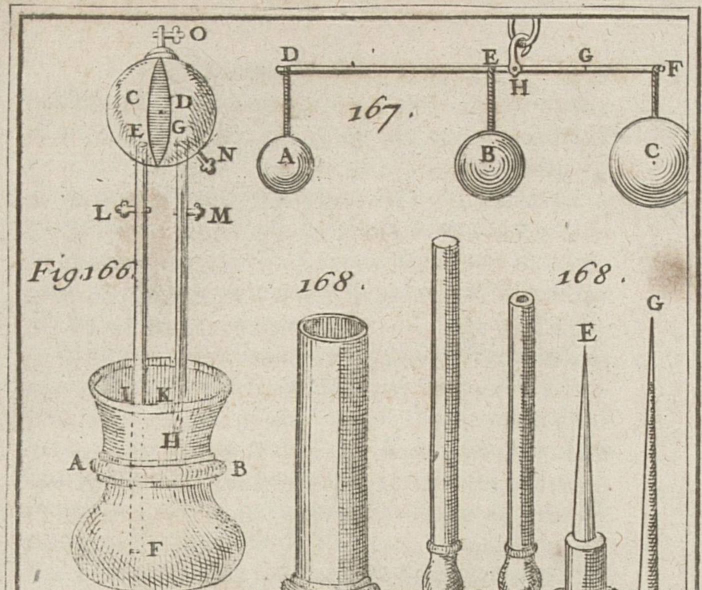
REMARQUE.

On doit avoir conſervé au fond ſupérieur IK du vaſe AB une ouverture pour faire entrer le vin du vaſe AB, & en faire ſortir l'eau. Quand on voudra faire l'expérience, on fermera cette ouverture avec un bouchon, pour empêcher le vin de ſortir du vaſe.

PROBLEME XLVI.

De deux vaſes ſemblables, également peſans, & pleins de métaux différens, diſcerner l'un d'avec l'autre.

CE problême eſt aiſé à réſoudre à celui qui ſçait que deux pieces de métaux différens, qui peſent également dans l'air, ne peſent pas également dans l'eau; car celle dont la peſanteur ſpé-



27.

To. II. P. 54

Bevey fecit

cifique eſt plus grande, occupe dans l'eau un moindre volume, puiſqu'il eſt certain que tout métal peſe moins dans l'eau que dans l'air, à raiſon de l'eau dont il occupe la place : comme ſi cette eau peſe une livre, il peſera dans la même eau une livre moins que dans l'air. Cette peſanteur dim in plus ou moins, ſelon que la peſanteur ſpécifique du métal eſt grande par rapport à celle de l'eau.

Si on propoſe deux coffres tout-à-fait ſemblables, & également peſans dans l'air, dont l'un ſoit par exemple plein d'or, & l'autre plein d'argent, on les peſera dans l'eau. Celui qui dans cette eau ſe trouvera le plus peſant, ſera celui qui contient l'or; car la peſanteur ſpécifique de l'or eſt plus grande que celle de l'argent; ce qui fait que l'or perd moins de ſa peſanteur dans l'eau que l'argent. On ſait par expérience que l'or perd environ la dix-huitieme partie de ſa peſanteur, au lieu que l'argent en perd à peu près la dixieme partie. De ſorte que ſi chacun de ces deux coffres peſe dans l'air, par exemple, 180 livres, le coffre plein d'or perdra dans l'eau dix livres de ſa peſanteur, & le coffre plein d'argent en perdra dix-huit, c'eſt-à-dire que le coffre plein d'or peſera dans l'eau 170 livres, & que le coffre plein d'argent en peſera ſeulement 162.

Autrement.

Parce que l'or eſt d'une peſanteur ſpécifique plus grande que celle de l'argent, il faut que le coffre plein d'or, quoique ſemblable & auſſi peſant que le coffre plein d'argent, ſoit d'un volume plus petit que le coffre plein d'argent. Ainſi pour diſtinguer ces deux coffres l'un d'avec l'autre, on les plongera tous deux ſéparément dans un vaſe plein

d'eau, & celui qui chaſſera moins d'eau que l'autre, ſera d'un volume plus petit, & ſera par conſéquent celui qui contient l'or.

PROBLEME XLVII.

Meſurer la profondeur de la mer.

IL faut avoir un gros poids attaché à une corde bien longue, & faire deſcendre ce poids dans la mer, en lâchant continuellement la corde juſqu'à ce que le poids ne deſcende plus; ce qui arrivera lorſque le poids touchera le fond de la mer. Mais l'eau du fond de la mer peut être ſi peſante, qu'un volume de cette eau peſera autant, & même plus que le poids avec ſa corde. Alors ce poids ceſſeroit de deſcendre, quoiqu'il ne touchât pas le fond de la mer.

Ainſi l'on peut ſe tromper en meſurant la longueur de la corde qui ſera deſcendue dans l'eau, pour en conclure la profondeur de la mer. C'eſt pourquoi pour ne ſe pas tromper, il faut attacher au bout de la même corde un autre poids plus peſant que le précédent, & ſi ce poids ne fait pas enfoncer plus de corde dans l'eau que le premier, ce ſera une marque aſſurée que la longueur de la corde qui ſera deſcendue dans l'eau, eſt la véritable profondeur de la mer: autrement il faudra ſe ſervir d'un troiſieme poids encore plus peſant, & continuer ainſi juſqu'à ce qu'on ait deux poids qui faſſent deſcendre dans l'eau une même longueur de corde, pour conclure avec certitude par cette longueur la profondeur qu'on cherche.

PROBLEME XLVIII.

Deux corps d'une peſanteur ſpécifique plus grande que celle de l'eau étant propoſés, connoître celui dont la ſolidité eſt plus grande.

SI les deux corps propoſés étoient d'une même matiere homogene, il ſeroit facile de connoître celui dont la ſolidité ſeroit plus grande, en les peſant tous deux en l'air dans une juſte balance; celui dont la peſanteur ſe trouvera plus grande, ſera d'un plus grand volume, c'eſt-à-dire, que ſa ſolidité ſera plus grande.

Mais ſi les deux corps propoſés ſont de diverſes matieres homogenes, & d'une peſanteur ſpécifique différente, & plus grande que celle de l'eau, on les plongera tous deux ſéparément dans un vaſe plein d'eau. Celui qui chaſſera plus d'eau, ſera d'un volume plus grand, parce qu'il occupe dans l'eau une plus grande place.

Ou bien on les peſera tous deux dans l'air & dans l'eau, & l'on remarquera de combien leur peſanteur, qui aura été trouvée dans l'air, diminuera dans l'eau : car celui-là ſera d'un plus grand volume, donc la peſanteur diminuera davantage; parce qu'il doit occuper la place d'un plus grand volume d'eau.

D'où l'on conclura que ſi deux corps de diverſe matiere ſont d'un même poids, celui qui aura un plus petit volume, aura plus de ſolidité, c'eſt-à-dire, qu'il contiendroit autant de matiere que l'autre, ſous un plus petit volume.

C'eſt par le moyen de ce problême que l'on peut connoître ſi une piece douteuſe d'or ou d'argent

eſt bonne ou fauſſe, en la comparant à une autre piece de pur or, ou de bon argent, comme nous avons déja dit au problême XXXV.

PROBLEME XLIX.

Trouver le centre de peſanteur commun à pluſieurs poids ſuſpendus à des points différens d'une balance.

pl. 54, fig. 167. POur trouver le centre de peſanteur, par exemple, des trois poids A, B, C, ſuſpendus des trois points D, E, F, de la balance DF, à laquelle nous n'attribuerons aucune peſanteur, ni aux cordes DA, EB, FC, qui ſoutiennent les poids : nous ſuppoſerons le poids A de 108 livres, le poids B de 144 livres, & le poids C de 180 livres; la diſtance DE de 11 pouces, & la diſtance EF de 9 pouces; enſorte que toute la longueur de la balance DF ſoit de 20 pouces.

Cela étant ſuppoſé, nous trouverons premierement le centre de peſanteur G commun aux deux poids B, C, en cherchant à leur ſomme, au poids C, & à la diſtance EF, c'eſt-à-dire, à ces trois nombres 324, 180, 9, un quatrieme proportionnel, qui donnera 5 pouces pour la diſtance EG. Par conſéquent on aura 16 pouces pour la diſtance DG, en ajoutant à la diſtance trouvée EG (5) la longueur DE (11 pouces). Le point G ſera celui autour duquel les deux poids B, C, demeureront en équilibre.

Après cela on cherchera à la ſomme des trois poids A, B, C, à la ſomme des deux précédens B, C, & à la diſtance DG, c'eſt-à dire, aux trois nombres 432, 324, 16, un quatrieme propor-

tionnel, qui donnera 12 pouces pour la diſtance DH, & par conſéquent 1 pouce pour la diſtance EH. Et le point H ſera le centre de peſanteur qu'on cherche, c'eſt-à-dire, qu'on aura trouvé le point H, autour duquel les trois poids donnés A, B, C, demeureront en équilibre ſur la balance donnée DF.

REMARQUE.

La regle générale eſt de chercher à deux des poids donnés le centre de peſanteur ſur la diſtance qui eſt entre les points où pendent ces deux poids. Quand on a trouvé ce centre de peſanteur on en cherche un autre, entre un troiſieme poids & la ſomme des deux poids dont on a trouvé le centre de peſanteur, ſur la diſtance qui eſt entre le point où pend ce nouveau poids, & le centre déja trouvé. Le ſecond centre connu, on en cherche un troiſieme entre un quatrieme poids & la ſomme des trois poids employés, ſur la diſtance qui eſt entre ce quatrieme poids & le ſecond centre trouvé. Ainſi des autres.

Pour ſçavoir d'où l'on doit prendre cette diſtance qu'on cherche, il faut faite attention au poids que l'on met à la ſeconde place dans la regle de trois; & la diſtance qu'on trouve pour quatrieme terme, ſe prend toujours ſur la longueur employée pour troiſieme terme, du point où pend le poids qui ſe trouve joint avec l'autre dans le premier terme de la regle de trois.

Ainſi parce que dans le premier exemple précédent, on a mis pour ſecond terme 180, qui eſt le poids C, on a pris ſur EF la diſtance EG, du point E, où pend l'autre poids B, qui avec le

poids C fait la ſomme poſée au premier terme. Si l'on avoit mis 144, peſanteur du poids B au ſecond terme, on auroit trouvé 4 pour la diſtance F G, qu'il auroit fallu prendre ſur EF, du point F où pend l'autre poids C, qui, joint avec B, ſe ſeroit trouvé dans le premier terme de la regle de trois.

De même, dans le ſecond exemple, on a mis pour ſecond terme de la regle de trois 324, ſomme des poids B, C; & l'on a pris ſur DG la diſtance DH, du point où pend l'autre poids A, qui ſe trouve dans le premier terme de la regle de trois, avec les deux autres poids employés B, C. Si l'on avoit mis au ſecond terme 108, poids de A, on auroit trouvé 4 pour la diſtance GH qu'il auroit fallu prendre ſur DG, du point G, où l'on ſuppoſe que pendent les poids B, C, réunis enſemble, & qui ſe trouvent joints avec A dans le premier terme de la regle de trois.

On peut appliquer cette regle aux corps compoſés de différentes matieres. Si l'on propoſoit de trouver le centre de peſanteur d'un corps dont une partie ſeroit d'or, une autre d'argent, & la troiſieme de bois, il faudroit premierement trouver le centre de peſanteur de la partie qui ſeroit d'or, enſuite celui de la partie qui ſeroit d'argent, puis trouver le centre de peſanteur qui ſeroit commun à ces deux centres. Enfin ayant trouvé le centre de peſanteur de la partie qui ſeroit de bois, on trouveroit un autre centre commun au centre de la partie de bois, & au centre commun des deux parties d'or & d'argent. Ce dernier centre ſeroit le centre de tout le corps compoſé d'or, d'argent & de bois.

PROBLEME L.

Conſtruire une machine pour nager.

IL faut faire deux coffres plats & demi-circulaires ; il n'importe pas de quelle matiere, pourvu qu'ils ne reçoivent point d'eau, qu'ils ſoient légers, & aſſez ſolides pour réſiſter aux flots. Ces deux pieces ſe joignent enſemble par des ferremens autour du corps d'un homme qui ſe les attache à la ceinture, & qui a toujours par ce moyen la moitié du corps au-deſſus de l'eau ; le coffre lui faiſant pour le ſoutenir, un ventre comme celui des cygnes. On peut y faire auſſi, ſi l'on veut, des ouvertures avec des portes, pour y renfermer de l'or, de l'argent, des papiers, des choſes précieuſes, en un mot tout ce qu'on voudroit ſauver dans un naufrage.

Quoique cette machine ſuffiſe ſeule pour nager, parce que par le ſeul mouvement du corps & des pieds on pourroit ſe porter où l'on voudroit, cependant pour faciliter encore ce mouvement, on peut attacher aux pieds des nageurs des eſpeces de nageoires. C'eſt un gros cuir double ou triple & pliant, qui peut s'étendre ou ſe reſſerrer comme la patte d'un cygne. Ces nageoires ſont attachées à une ſemelle de bois, & la ſemelle au pied.

REMARQUE.

Cette machine peut être d'un grand ſecours, 1°. dans un naufrage ; car on peut avec cette machine ſe ſauver au travers des flots, ſans avoir plus à craindre la mort qu'un oiſeau aquatique. On n'eſt

pas d'ailleurs obligé de quitter ſes habits, & l'on n'a pas même la faim a craindre, puiſqu'on peut renfermer dans la machine des vivres pour quatorze ou quinze jours au moins. 2°. Dans ces ſubites inondations, qui noyent en un inſtant des vallées & des pays entiers ; car dans un pareil accident un homme qui ſeroit muni de cette machine ſe ſauveroit, & pourroit encore ſauver avec lui un ou deux petits enfans. 3°. A l'armée, pour faire traverſer un fleuve à un eſpion. 4°. Enfin pour faire ſur l'eau des jeux & des divertiſſemens agréables ſous des figures de ſyrenes, de tritons, & d'oiſeaux même.

PROBLEME LI.

Conſtruire une lanterne qui conſerve la lumiere au fond de l'eau.

IL faut que la lanterne ſoit de cuir, qui réſiſte mieux aux flots que toute autre matiere. On ajoutera à cette lanterne deux tuyaux qui auront communication avec l'air ſupérieur, l'un pour recevoir de nouvel air, afin d'entretenir la lumiere ; l'autre pour ſervir de cheminée & donner paſſage à la fumée, tous deux aſſez élevés au-deſſus de l'eau, pour n'être pas couverts par les vagues dans les gros tems. On conçoit que le tuyau qui ſervira à donner de nouvel air, doit avoir communication par le bas de la lanterne, & celui qui ſert de cheminée, en doit avoir par le haut. On fera dans le cuir tout autant de trous qu'on voudra pour y placer des verres qui répandront la lumiere de tous côtés. Enfin on ſuſpendra la lanterne avec du liege, afin qu'elle s'éleve & s'abaiſſe avec les flots.

REMARQUE.

Cette lanterne peut ſervir à la pêche du poiſſon à la lumiere.

PROBLEME LII.

Conſtruire une horloge à l'uſage de la mer.

CEtte horloge eſt de ſable, & ſemblable à celles dont on ſe ſert ordinairement. A la place de l'une des phioles qui compoſent les horloges de ſable, on applique un tuyau de verre de vingt pouces environ de hauteur, & d'une ligne & demie à peu près d'ouverture. Ce tuyau ſert de ſeconde phiole; de ſorte qu'à meſure que le ſable tombe dans le tuyau, on le voit monter peu à peu & ſi diſtinctement, que l'on peut obſerver les minutes. Lorſque tout le ſable eſt deſcendu dans le tuyau, on retourne la machine, & le ſable en deſcendant du tuyau dans la phiole, marque de la même maniere les hauteurs qui conviennent pour les minutes & ſes parties.

REMARQUES.

I.

Pour ſe ſervir commodément de cette machine, il faut l'appliquer ſur une planche, & à l'un des côtés du tuyau on marque les diviſions des minutes par la deſcente du ſable, lorſqu'il ſe remplit, & on fait la même choſe à l'autre côté du tuyau pour la deſcente du ſable, lorſqu'il ſe vuide. Enfin pour marquer ces diviſions, il faut ſe ſervir d'une

pendule, & à chaque minute marquer la hauteur du ſable.

II.

Cette machine, quoique ſimple & aiſée à mettre en uſage, a un défaut aſſez conſidérable; c'eſt que comme il faut la tourner ſouvent dans l'eſpace de pluſieurs heures, il eſt impoſſible que dans cette action on ne perde la ſuite des minutes, & qu'on faſſe un calcule exact.

PROBLEME LIII.

Conſtruire une pendule qui conſervera ſur mer nne égalité de mouvement dans ſon reſſort & ſa ſuſpenſion.

1°. ON ſe ſervira d'une pendule ordinaire: mais au lieu d'un ſeul grand reſſort, qui ne doit être remonté qu'une ſeule fois tous les huit jours, on ſe ſervira de huit reſſorts inférieurs en force, leſquels agiſſant tous enſemble ſur une horloge à huit jours, lui donneront autant de force que le ſeul grand reſſort. Mais on doit obſerver de ne pas remonter ces huit reſſorts en même tems; il faut mettre une diſtance égale entre le tems qu'on remonte chaque reſſort; de ſorte qu'on en remonte un chaque jour. Le premier reſſort ayant été remonté à une certaine heure, il faut attendre à remonter le ſecond le jour ſuivant à pareille heure, & ainſi de ſuite juſqu'au huitieme jour que l'on remontera le huitieme reſſort. Le neuvieme jour on remontera le premier reſſort, & on continuera de cette maniere dans le même ordre qu'on vient de marquer. Chaque reſſort aura

ſa

la fuſée & ſa chaîne, qui agiront ſur un même ſujet. On peut ajouter un plus grand nombre de reſſorts & de fuſées, ou le diminuer, ſelon qu'on le jugera à propos. Au lieu de pendulon, il faut ſe ſervir d'un balancier ayant un reſſort à ſpiral, en conſervant l'échappement à rocher, comme dans les pendules ordinaires.

2°. On ſuſpendra dans un vaiſſeau, par le moyen d'un genou, une grande boîte ou armoire. On attachera au bas de cette boîte un puiſſant poids. Le genou cédant à toutes les agitations du vaiſſeau, le poids retiendra la boîte dans une ſituation toujours perpendiculaire; en ſorte que la boîte demeurera fixe de la même maniere que ſi elle étoit ſur la terre attachée contre une muraille.

Cette armoire doit être aſſez grande pour renfermer deux ou trois pendules, un thermometre, une étuve, & deux ou trois lampes de différentes grandeurs. Le genou, qui tiendra cette armoire ſuſpendue, ſera attaché à un reſſort capable de ſoutenir tout le poids de l'armoire. Il faudra placer cette armoire dans le milieu au fond du vaiſſeau. On fera une autre armoire plus petite, où l'on renfermera les pendules avec le thermometre. On la placera dans la grande armoire en haut : on aura ſoin de la fermer bien juſte avec un chaſſis où l'on ajuſtera un grand verre, afin qu'on puiſſe voir les mouvemens des pendules & l'effet du thermometre.

La grande armoire ne ſera plus large que la moindre, que de ce qu'il faut pour que celle-ci entre juſte dedans ; mais elle doit être plus profonde de quelques pouces, afin de donner paſſage à la fumée & à la chaleur qui ſe communiquera à la moindre armoire.

La grande armoire ſera beaucoup plus longue: on placera au bas une étuve & quelques lampes; l'eſpace, qui ſera entre le bas de la grande armoire & entre la petite, ſervira à faire monter & deſcendre les lampes, pour donner plus ou moins de chaleur à l'armoire qui renferme les pendules, ſelon qu'on le jugera à propos par l'inſpection du thermometre. Le bas de la grande armoire ſera fermé, mais on ajuſtera des verres à la porte, tant pour voir ce qui ſe paſſe au-dedans, que pour y conſerver la chaleur, & empêcher que l'agitation de l'air n'éteigne les lampes. Enfin on fera au fond d'en bas de la grande armoire pluſieurs trous pour donner paſſage à l'air, & l'on pratiquera au fond d'en haut une cheminée pour la fumée.

Ces deux armoires peuvent être de fer, de cuivre, ou de quelqu'autre matiere qui conſerve longtems la chaleur. Il eſt bon que la petite ſoit de cuivre.

Par ce moyen, en obſervant le thermometre, on peut conſerver une chaleur toujours égale dans les différentes ſaiſons & dans les différens climats. Ainſi dans une ſaiſon chaude, ou un climat chaud, on pourra ne mettre que peu de feu dans l'étuve, ou n'allumer qu'une petite lampe, & la tenir éloignée de l'armoire où eſt la pendule. Sous la ligne on pourra ne point faire de feu, & ne point allumer de lampe. Dans les pays ſeptentrionaux, il ſera néceſſaire de faire du feu, d'allumer les lampes, & de les arrêter plus ou moins près de l'armoire où ſont renfermées les pendules, ſelon les degrés de chaleur. Mais ce ſera le thermometre qui indiquera la quantité du feu & des lampes tenues plus ou moins éloignées.

Il faut cependant obſerver que la chaleur ren-

fermée dans l'armoire, ne doit pas être ſi grande qu'elle pût altérer la trempe des pieces d'acier, ou cuire l'huile des lampes. Il ne faut pas non plus que cette chaleur ſoit beaucoup plus petite que celle qui eſt ſous la ligne.

C'eſt pourquoi il ſera à propos de connoître le plus grand degré de chaleur qui ſoit ſous la ligne, par les obſervations qu'on y auroit faites avec le thermometre, & d'y ajuſter le thermometre du vaiſſeau dans le lieu d'où l'on part.

PROBLEME LIV.

Percer une planche avec un bout de chandelle.

CHargez un fuſil avec de la poudre, & au lieu de balle, mettez-y un bout de chandelle. Tirez contre quelque planche, & vous verrez que le bout de chandelle percera la planche, de même qu'une balle de plomb.

REMARQUE.

Une balle de plomb tirée dans l'eau s'applatit.

PROBLEME LV.

Peſer un coup de poing, un coup de marteau, un coup de hache, &c. & en comparer la peſanteur avec le poing, le marteau, la hache, &c. lorſqu'il eſt en repos.

PRenez une balance, laiſſez poſer le poing, le marteau, ou la hache ſur un des baſſins, ou ſur l'un des bras de la balance; mettez dans l'autre baſſin autant de poids qu'il en faut pour con-

tre-peſer : puis ſurchargeant toujours le baſſin, vous pourrez éprouver combien chaque coup fera monter le poids, & par conſéquent combien il peſe.

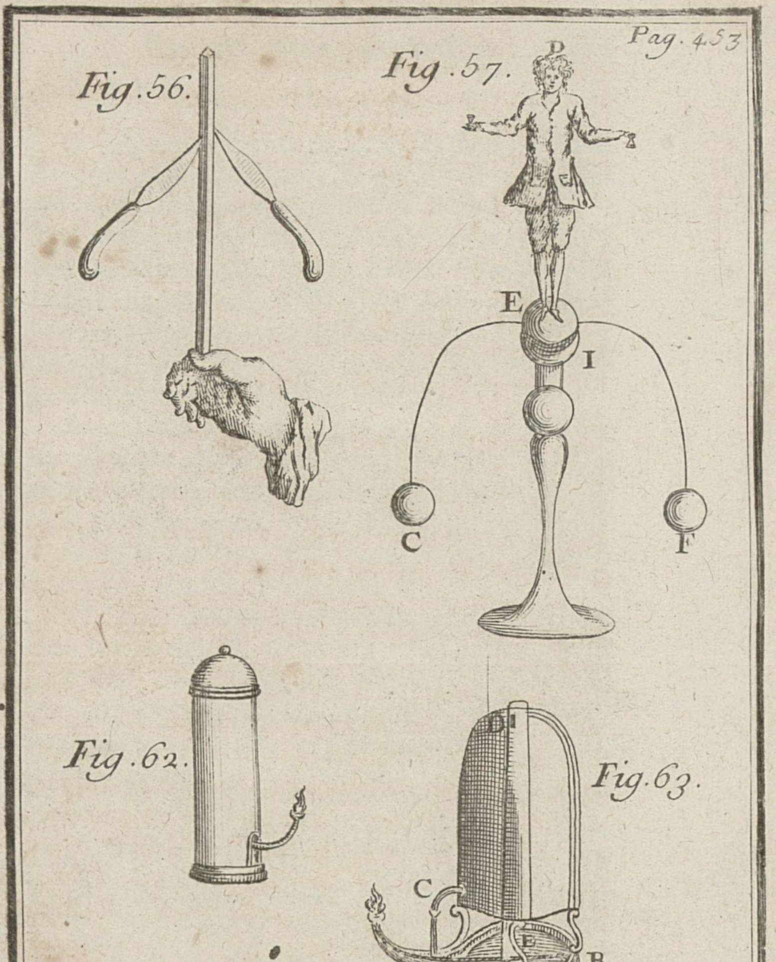
REMARQUES.

I.

La percuſſion produit des effets ſurprenans ; car ſi l'on met un poids de mille livres ſur une aiguille qu'on veut enfoncer, il s'en faudra bien que ce poids faſſe le même effet qu'un petit coup de marteau ; il n'en fera même preſque point, pourvu qu'on le poſe bien doucement. Ne voit-on pas qu'un couteau mis ſans frapper ſur du beurre ne l'entame point, non plus qu'une hache poſée fort doucement ſur une feuille de papier.

Deux forces égales, avec un mouvement égal, & d'une vîteſſe égale, agiſſent différemment ſur deux corps égaux, & ſemblables, par exemple, ſur deux coins de fer ſemblables, pour fendre deux pieces d'un même bois & ſemblables, ou ſur deux clous ſemblables que l'on veut enfoncer dans ces pieces de bois, dont l'une ſeroit ſuſpendue en l'air, & l'autre ſeroit, ou ſcellée en terre, ou appuyée ſur quelque choſe de ſtable. Il eſt certain que l'effet du coup ſera plus grand ſur la piece ſuſpendue, que ſur celle qui ſera ſcellée, ou appuyée fermement.

C'eſt ce qui fait que les ouvriers, pour emmancher un outil, le tiennent en l'air d'une main, & frappent de l'autre, ou bien, s'il eſt trop peſant, ils le couchent ſur la terre, ou ſur un établi, de ſorte qu'il puiſſe reculer, lorſqu'on frappe ſur le manche. Qui ne ſçait point que c'eſt de cette ſorte qu'on emmanche un balai?


Pag. 453
Fig. 56.
Fig. 57.
D
E
I
C
F
Fig. 62.
Fig. 63.
D
C
E
B
A

II.

Si l'on met un poids de 25 livres dans un baſſin des plus groſſes balances, & que les plus robuſtes donnent un coup de poing ſec de toute leur force, ſans arrêter ni appeſantir la main après le coup, à peine enlevent-ils les 25 livres. Que les plus foibles ou des enfans de dix à douze ans donnent un coup, ils enlevent les 25 livres de même, ſans qu'il paroiſſe que très-peu de différence entre leur coup, & celui des plus forts.

Si on laiſſe tomber le poing de deux ou trois pouces de haut, & que l'on appuie un peu, l'on enlevera fort aiſément, nonſeulement 25 livres, mais 30 & 40, quoique l'on faſſe beaucoup moins d'effort, & que l'on ait beaucoup moins de peine que ſi l'on donnoit un grand coup.

On a pris cette remarque du traité des forces mouvantes de M. *Décamus*, au chapitre de la percuſſion, où il rapporte pluſieurs expériences très-curieuſes touchant la percuſſion, qui tendent toutes à l'utilité & à l'avantage des ouvriers; mais il faut conſulter le livre même.

PROBLEME LVI.

Faire qu'un bâton ſe tienne droit deſſus le bout du doigt ſans tomber.

Attachez deux couteaux ou autres corps vers l'extrêmité du bâton, de maniere que l'un penche d'un côté, & l'autre de l'autre, en forme de contre-poids, comme vous le voyez dans la figure. Mettez cette extrêmité deſſus le bout du doigt, alors le bâton ſe tiendra droit ſans tomber. Pl. 55, fig. 56.

REMARQUES.

I.

Il faut que les deux couteaux fichés en forme de contre-poids excedent le bout du bâton que l'on poſe ſur le bout du doigt, en ſorte que le bâton & les couteaux pris enſemble, comme ne faiſant qu'un même corps, ayent leur centre de gravité à l'extrêmité du bâton qui eſt placé ſur le bout du doigt, ſi l'on veut que ce tout tienne perpendiculairement.

La choſe paroîtra encore plus merveilleuſe, ſi renverſant le doigt, on appuie le bout du bâton ſur le bord de l'ongle; car il ſemblera que le tout ſe tiendra, touchant ſeulement le bout du doigt, ſans être ſoutenu. Mais ſi l'on fait que le centre de gravité du total excede tant ſoit peu le bout du bâton, le tout ſe tiendra plus ou moins incliné, ſelon le plus ou le moins de diſtance de ce centre à l'extrêmité du bâton.

II.

Pl. 55, fig. 57. Ce point d'appui que l'on vient de dire dans la remarque précédente, qui devoit être à l'extrêmité du bâton qui eſt placé ſur le bout du doigt, pourroit ſe trouver au-deſſous, comme il arrive à ces petites figures que l'on fait tourner ſur un piédeſtal. Cette petite figure DE eſt poſée ſur une boule E, qui eſt appuyée ſur une maniere de guéridon I: elle tourne par le moyen de deux balles de plomb, attachées à la boule B par des fils de fer courbés. Le centre de gravité, qui ſe trouve fort au-deſſous du point d'appui entre les deux boules C, F, vers I, ſoutient la figure droite, & la

fait redreſſer, lorſqu'une des balles ayant été pouſſée la fait tourner obliquement.

PROBLEME LVII.

Peſer la fumée.

SUppoſons qu'un grand bûcher, ou bien une charretée de foin peſant 500 livres, ſoit embraſée, il eſt évident que tout s'en ira en cendre & en fumée. Si on peſe les cendres qui reſteront du braſier, l'expérience montre qu'elles pourront revenir au poids de 50 livres ou environ. Et puiſque le reſte de la matiere n'eſt point péri, mais qu'elle s'eſt exhalée en fumée, ſi l'on ôte 50 livres du total, il reſtera 450 livres ou à peu près, pour la peſanteur de la fumée. Quoiqu'il ſemble que la fumée ne peſe point, à cauſe qu'étant répandue dans l'air, & diviſée en fort petites particules, elle y eſt ſoutenue; cependant on conçoit que ſi toutes ces particules étoient raſſemblées, elles auroient le même poids qu'elles avoient quand elles étoient unies aux cendres.

PROBLEME LVIII.

Faire paſſer un même corps dur & inflexible par deux trous fort différens, dont l'un ſera circulaire, & l'autre triangulaire, ou quadrangulaire, à condition qu'il les rempliſſe exactement en paſſant.

I.

PRenez un morceau de bois ou autre matiere, qui ait la figure d'un cone; puis faites dans quelques ais un trou circulaire égal à la baſe du Pl. 53. fig. 58.

cone, & un autre trou triangulaire, qui ait l'un de ſes côtés égal au diametre de la baſe du cone, & les autres égaux aux deux côtés du cone, depuis la baſe juſqu'à la pointe. Il eſt clair que ce corps paſſera par le trou circulaire, mettant la pointe la premiere, & par la triangulaire, en le couchant de ſon long, & qu'il emplira exactement ces trous en paſſant.

II.

Pl. 53, fig. 59. Faites tourner un corps ſemblable à deux cones joints par leur baſe : puis faites percer un ais, en ſorte que le trou circulaire ſoit entierement ſemblable au cercle qui eſt la baſe commune des deux cones oppoſés, & que le trou quadrangulaire ait l'un de ſes diametres égal au diametre du cercle, & l'autre égal à une ligne droite tirée par le milieu des cones d'une pointe à l'autre. Ce corps paſſant par le trou circulaire, le remplira exactement, à cauſe de la rondeur qu'il a au milieu; il remplira auſſi le trou quadrangulaire en y paſſant, à cauſe que ſa longueur & ſa largeur ſont égales à celle du trou. Ce trou pourra être quarré, ſi les côtés des cones ſont égaux, & le diametre de leurs baſes égal à la longueur d'une pointe à l'autre.

III.

On peut encore faire un ſolide, qui paſſant par un triangle iſoſcele, par pluſieurs triangles ſcalenes, & par le plan d'une ellipſe, les rempliſſe exactement chacun; & un autre ſolide, qui paſſant par un triangle iſoſcele, par pluſieurs triangles ſcalenes, & par un cercle, les rempliſſe auſſi exactement chacun. Le premier ſolide doit avoir la figure d'un cone coupé elliptiquement, & le ſecond

aura la figure d'un cone ſcalene. On peut encore exécuter la même choſe avec des ſolides doubles de ceux-ci.

PROBLEME LIX.

Faire paſſer un même corps dur par trois ſortes de trous, l'un circulaire, l'autre quarré ou quadrangulaire, de telle longueur qu'on voudra, & le troiſieme ovale, en ſorte que ce corps paſſant par ces trois différens trous, les rempliſſe exactement.

I.

PRenez un corps cylindrique ou colonnaire de telle grandeur qu'il vous plaira. Il eſt évident que ce corps étant mis droit, il remplira exactement un trou circulaire de même grandeur que ſa baſe; qu'étant couché de ſon long, il remplira en paſſant un trou quadrangulaire auſſi long & auſſi large qu'il l'eſt; qu'enfin en le faiſant paſſer de biais, il remplira exactement un trou ovale, qui aura ſa largeur égale au diametre du trou circulaire, & la longueur telle qu'il plaira, pourvu qu'elle ne ſoit pas plus grande que celle du cylindre. Pl. 53. fig. 60.

II.

1°. Soit fait en quelque ais un trou circulaire, puis un quarré qui ait les côtés égaux au diametre du trou circulaire, & un trou en ovale, dont la largeur ſoit égale au même diametre, la longueur égale à la diagonale du quarrré. 2°. Ayez un corps cylindrique auſſi long que large, & tel que ſa baſe ſoit égale au trou circulaire. Par ce moyen ce cylindre pourra remplir exactement le trou cir- Fig. 61.

culaire en y paſſant tout droit, le trou quarré, en l'y faiſant paſſer couché de ſon long, & le trou ovale, en l'y faiſant paſſer de biais.

III.

Un ſolide cylindrique elliptiquement tourné, ayant pour hauteur ſon plus grand diametre en largeur, paſſera par un quarré, par un cercle, par différens parallelogrammes, par differentes ellipſes, & les remplira exactement en y paſſant.

PROBLEME LX.

Conſtruire une lampe excellente, qui ſe fourniſſe elle-même ſon huile à meſure qu'elle en a beſoin.

Pl. 66, fig. 52. CArdan, au premier livre de ſes ſubtilités, donne la deſcription de la lampe vulgaire; c'eſt un petit vaſe colonnaire, creux, & qui n'a qu'un petit trou au bas, où l'on ajuſte un tuyau qui reçoit la mêche. On emplit d'huile la lampe par ce trou, en la tenant renverſée, & l'huile fournit ce qu'il faut à la mêche pour la faire brûler. On faiſoit autrefois à Rheims de ces ſortes de lampes qui étoient propres & commodes.

Cette lampe eſt fort ſimple. En voici une qui
Fig. 63. eſt plus ingénieuſe: ſa prinipale piece eſt un vaſe CD, qui a près du fond un trou, & un petit tuyau C; il y a auſſi un autre tuyau plus grand DE, qui paſſe au travers du vaſe. Ce tuyau DE eſt bien ſoudé à la partie inférieure du vaſe CD, il y a une ouverture en D au dedans du vaſe vers ſa partie ſupérieure, & un autre hors du vaſe vers E, & tout près du fond de la coupe AB, en ſorte néanmoins qu'il ne touche point ce fond.

Lorſque le vaſe CD ſera plein d'huile, on fera tremper le trou E du tuyau DE dans l'huile de la coupe; alors l'huile ne pourra ſortir par le tuyau C, puiſque l'air ne peut entrer par le trou E du tuyau DE. Mais quand l'huile contenue dans la coupe AB, aura été conſumée peu à peu par la mêche allumée, le trou E ſe débouchera, & donnera paſſage à l'air, qui entrant dans le tuyau ED, ira comprimer l'huile du vaſe CD, & la fera couler par le tuyau C. Cette huile coulera dans la coupe AB, juſqu'à ce que le trou E étant bouché, empêchera l'air d'entrer dans le tuyau ED: pour lors l'huile ceſſera de couler par le tuyau C. L'huile recommencera à couler toutes les fois que le trou étant débouché donnera paſſage à l'air.

REMARQUE.

Le vaſe CD ne doit point être attaché à la coupe AB; pour la remplir d'huile, il faut renverſer le vaſe CD, & verſer l'huile par le tuyau ED. Quand on connoîtra que le vaſe eſt plein, en voyant l'huile paroître à l'ouverture du tuyau C, on bouchera cette ouverture avec le doigt, & on mettra le vaſe ſur la coupe AB. Si le tuyau CD eſt entierement ouvert en E, l'huile qui ſe trouvera dans ce tuyau, remplira la coupe AB, & empêchera ainſi que l'huile ne tombe par le tuyau C, en bouchant l'ouverture E.

PROBLEME LXI.

Conſtruire un chandelier, dont on ne ſoit point obligé de moucher la chandelle, & qui donne beaucoup de lumiere.

On peut aiſément faire ce chandelier de bois. Il faut d'abord avoir un pied que l'on garnira de plomb, ſi on veut rendre le chandelier plus ſtable. On ajoute à ce pied une regle plate, en ſorte qu'elle faſſe avec ſon pied un certain angle, qui ne doit point être fort conſidérable. On ajoute à cette regle une autre qui la croiſe perpendiculairement; cette ſeconde regle coule le long de la premiere, par le moyen d'une mortoiſe qui y a été faite, de maniere qu'on la peut baiſſer ou hauſſer autant qu'on le juge à propos. On ajuſte auſſi à cette ſeconde regle une bobeche, qui y tient avec une eſpece de curſeur, qui l'embraſſant, donne cependant la liberté d'avancer ou de reculer la bobeche, ſelon que l'on en a beſoin. Enfin on attache avec une charniere au haut de la premiere regle un cone de fer blanc coupé par le haut, pour laiſſer paſſer la fumée de la chandelle, qui eſt dans la bobeche, & qui brûle ſous le cone.

Ce cone n'eſt qu'une eſpece d'entonnoir aſſez large par le bas, & qu'on a ouvert par le haut: on peut le revêtir au-dedans d'un cone ſemblable de papier blanc, qui renvoie beaucoup de lumiere au-deſſous; on aura ſoin de changer le papier de tems en tems. On voit bien que la chandelle de la bobeche a la même inclinaiſon

que la premiere regle du chandelier. L'extrêmité du lumignon n'étant plus dans la flamme, & ayant quelque penchant, ſe diſſipe ſans qu'on s'en apperçoive : ce qui fait qu'on n'a point l'incommodité de moucher la chandelle. On peut ſe ſervir de toutes ſortes de chandelles, comme des huit, des douze & des vingt même à la livre, & cependant l'on a une grande clarté ſur ce qu'on lit ou ce qu'on écrit, & les yeux ne ſont point incommodés des vibrations de la lumiere immédiate de la chandelle.

Nous devons la perfection de ce chandelier à l'induſtrie de M. *Privat de Molieres*, membre de l'académie royale des ſciences, qui s'eſt fait connoître dans des matieres plus relevées.

Avertissement.

On a déja cité le traité des *forces mouvantes* par M. *Décamus*, à l'occaſion d'un petit carroſſe ſurprenant. Si l'on veut s'inſtruire ſur pluſieurs phénomenes qui regardent la mécanique, dont on a parlé en partie dans ces problêmes de mécanique, & dont on parlera encore dans les problêmes de phyſique, on peut conſulter ce traité des forces mouvantes. On y trouvera des choſes non-ſeulement curieuſes & divertiſſantes, mais auſſi très-utiles pour la commodité du public, ſur-tout pour les voitures. M. Décamus donne des conſtructions de charrettes, de charriots, & même de carroſſes de campagne, qni ſeroient bien moins fatigans pour les chevaux, & moins ſujets à verſer, que ceux dont on ſe ſert à préſent. En un mot, cet académi-

cien a traité dans ſon livre toutes les parties de la mécanique, comme ayant quelque rapport à l'utilité publique; ce qui doit être le but de toutes les ſciences.

Fin du ſecond tome.

TABLE
DES PROBLÊMES
Contenus en ce volume.

PROBLEMES DE GNOMONIQUE.

PROBLEME I. *Tracer une ligne méridienne.* page 1
PROBL. II. *Conſtruire des cadrans réguliers par deux ouvertures de compas.* 2
PROBL. III. *Conſtruire les mêmes cadrans par une ſeule ouverture de compas.* 7
PROBL. IV. *Décrire un cadran horiſontal par le moyen d'une ellipſe, ſans avoir beſoin de trouver les points horaires ſur la ligne équinoctiale.* 8
PROBL. V. *Tracer un cadran équinoctial.* 11
PROBL. VI. *Tracer un cadran ſur quelque plan vertical que ce ſoit ſans bouſſole pendant la nuit avec une bougie.* 13
PROBL. VII. *Connoître l'heure qu'il eſt par le moyen de la main gauche.* 14
PROBL. VIII. *Décrire dans un parterre un cadran horiſontal avec des herbes.* 15
PROBL. IX. *Décrire un cadran horiſontal, dont on a le centre & la ligne équinoctiale.* 18
PROBL. X. *Décrire un cadran horiſontal, par le moyen d'un quart de cercle.* 19

Probl. XI. *Décrire un cadran horiſontal, & un cadran vertical méridional par le moyen d'un cadran polaire.* 20

Probl. XII. *Décrire un cadran horiſontal, & un cadran vertical méridional, par le moyen d'un cadran équinoctial.* 22

Probl. XIII. *Décrire un cadran vertical ſur un quarreau de vître, où l'on puiſſe connoître les heures aux rayons du ſoleil, ſans aucun ſtile.* 23

Probl. XIV. *Décrire trois cadrans ſur trois plans différens, où l'on pourra connoître les heures au ſoleil par l'ombre d'un ſeul axe.* 24

Probl. XV. *Tracer un cadran ſur un plan horiſontal par le moyen des deux points d'ombre marqués ſur ce plan au tems des équinoxes.* 26

Probl. XVI. *Tracer un cadran ſur un plan horiſontal, où les points de 5 & de 7 heures ſont donnés ſur la ligne équinoctiale.* 29

Probl. XVII. *Un cadran horiſontal ou vertical étant donné, trouver pour quelle latitude il a été fait, lorſque l'on connoît la longueur & le pied du ſtile.* 31

Probl. XVIII. *Trouver le pied & la longueur du ſtile dans un cadran vertical déclinant.* 34

Probl. XIX. *Décrire un cadran portatif dans un quart de cercle.* 38

Table des hauteurs du ſoleil. 39

Probl. XX. *Décrire un cadran portatif ſur une carte.* 48

Probl. XXI. *Décrire un cadran horiſontal rectiligne univerſel.* 53

Probl. XXII. *Décrire un cadran horiſontal elliptique univerſel.* 57

Probl. XXIII. *Décrire un cadran horiſontal hyperbolique univerſel.* 58

PROBL. XXIV. *Décrire un cadran horiſontal parabolique univerſel.* 59
PROBL. XXV. *Décrire un cadran ſur un plan horiſontal, où l'on puiſſe connoître les heures au ſoleil ſans l'ombre d'aucun ſtile.* 60
Table des verticaux du ſoleil depuis le méridien, à chaque heure du jour, par la latitude de 49 degrés. 61
PROBL. XXVI. *Décrire un cadran à la lune.* 65
PROBL. XXVII. *Conſtruire une machine pour trouver avec juſteſſe & préciſion l'heure au clair de la lune.* 69
PROBL. XXVIII. *Decrire un cadran par réflexion.* 70
PROBL. XXIX. *Décrire un cadran par réfraction.* 71
Table des angles briſés dans l'eau pour tous les degrés des angles d'inclinaiſon. 72
PROBL. XXX. *Conſtruire un cadran ſur la ſurface convexe d'un cylindre perpendiculaire à l'horiſon.* 74
PROBL. XXXI. *Conſtruire un cadran ſur un globe.* 83
Conſtruction des cadrans polaires. 84
Remarque ſur les cadrans cylindriques & ſphériques. 88
PROBL. XXXII. *Tailler une pierre à pluſieurs faces, ſur leſquelles on puiſſe décrire tous les cadrans réguliers.* 90
PROBL. XXXIII. *Connoître quelle heure il eſt du jour & de la nuit dans tous les lieux de la terre.* 92
Démonſtration de l'horloge ou analemne rectiligne univerſel, qui marque les heures par les

hauteurs du ſoleil, par le R. P. Milliet Deſchalles. 99

PROPOSITION I. *La diviſion de l'équateur en heures dans cet analemme eſt ſemblable à la deſcription des paralleles.* 101

PROP. II. *Le lignes qui repréſentent les paralleles dans l'analemme, ſont coupées en parties ſemblables ou proportionnelles par les points d'une même heure.* 102

PROP. III. *Si dans l'analemme on fait tous les paralleles égaux à l'équateur, & leur diſtance égale à la tangente de leur déclinaiſon, la même proportion ſera obſervée.* 103

PROP. IV. *Conſtruction de l'horloge ou analemme rectiligne univerſel.* 105

PROP. V. *Uſage de l'analemme.* 107

Trouver la longueur du jour, ou, ce qui eſt la même choſe, trouver l'heure du lever ou du coucher du ſoleil dans la ſphere droite. ibid.

PROP. VI. *Trouver l'heure aſtronomique dans la ſphere droite, le ſoleil parcourant quelque parallele que ce ſoit.* 108

PROP. VII. *Dans une latitude donnée, déterminer l'heure du lever & du coucher du ſoleil dans quelque parallele que ce ſoit.* 110

PROP. VIII. *En quelque latitude que ce ſoit, connoître les heures aſtronomiques au tems de l'équinoxe.* 113

PROP. IX. *Dans une latitude donnée connoître l'heure aſtronomique en quelque lieu du zodiaque que le ſoleil ſoit.* 115

PROP. X. *Trouver l'heure du lever & du coucher du ſoleil, dans un pays dont la latitude ſoit de plus de 66 degrés 30′.* 117

PROP. XI. *Trouver l'heure aſtronomique dans une*

latitude de plus de 66 degrés 30′. 118
PROBL. XXXIV. *Conſtruire un anneau qui marque l'heure pendant toute l'année.* 120

PROBLEMES DE COSMOGHAPHIE.

PROBL. I. *Trouver en tout tems & en tous lieux les quatre points principaux du monde.* 128
PROBL. II. *Trouver la longitude d'un lieu propoſé de la terre.* 130
PROBL. III. *Trouver la latitude d'un lieu propoſé de la terre.* 134
PROBL. IV. *Connoître la quantité du plus grand jour d'été en un lieu propoſé de la terre, dont on connoît la latitude.* 135
PROBL. V. *Trouver le climat d'un lieu propoſé, dont la latitude eſt connue.* 139
Table des 24 climats, dont chacun eſt d'une demi-heure. 142
Table des ſix climats, dont chacun eſt d'un mois. 144
PROBL. VI. *Trouver en lieues la valeur d'un degré d'un grand cercle de la terre.* 145
PROBL. VII. *Connoître la circonférence, le diametre, la ſurface & la ſolidité de la terre.* 148
Table de la hauteur de quelques montagnes conſidérables de la terre. 152
Table des lieux les plus voiſins de la méridienne de l'obſervatoire. 159
Rapport des meſures de divers pays. 161
Table de la hauteur de quelques montagnes de France ſur le niveau de la mer. 162
PROBL. VIII. *Connoître la quantité d'un degré d'un petit cercle propoſé de la terre.* 163

Probl. IX. *Trouver en lieues la diſtance de deux lieux propoſés de la terre, dont on connoît les longitudes & les latitudes.* 165

Probl. X. *Décrire la ligne courbe que feroit un vaiſſeau ſur la mer en faiſant ſa route par un même rumb marqué dans la bouſſole.* 172

Probl. XI. *Repréſenter la ligne courbe que décriroit par le mouvement de la terre un corps peſant en tombant librement du haut en bas juſqu'au centre de la terre.* 175

Probl. XII. *Connoître ſi une année propoſée eſt biſſextile, ou de 366 jours.* 179

Probl. XIII. *Trouver le nombre d'or d'une année propoſée.* 182

Probl. XIV. *Trouver l'épacte pour une année propoſée.* 185

Probl. XV. *Trouver l'âge de la lune, ou un jour donné d'une année propoſée; & ſi elle eſt nouvelle.* 193

Probl. XVI. *Connoître s'il y a éclipſe dans une nouvelle ou pleine lune.* 196

Probl. XVII. *Conſtruire une machine qui montre les éclipſes, tant du ſoleil que de la lune, les mois, les années lunaires, & les épactes.* 198

Epoques des années lunaires, rapportées aux années civiles pour le méridien de Paris. 202

Maniere de faire les diviſions ſur les platines. 204

Uſage de cette machine. 207

Probl. XVIII. *Une année lunaire étant propoſée, trouver les jours de l'année ſolaire qui lui répondent, dans leſquels doivent arriver les nouvelles & les pleines lunes, & les éclipſes.* ibid.

Des épactes. 210

Probl. XIX. *Trouver la lettre dominicale, & le cycle ſolaire d'une année propoſée.* 211

Probl. XX. *Trouver à quel jour de la ſemaine tombe un jour donné d'une année propoſée.* 220
Probl. XXI. *Trouver la fête de Pâques, & les autres fêtes mobiles en une année propoſée.* 222
Probl. XXII. *Trouver par quel jour de la ſemaine commence chaque mois d'une année propoſée.* 232
Probl. XXIII. *Trouver à quel jour du mois arrive un jour donné de la ſemaine en une année propoſée.* 234
Probl. XXIV. *Trouver le nombre de l'indiction romaine pour une année propoſée.* 241
Probl. XXV. *Trouver le nombre de la période julienne pour une année propoſée.* 243
Probl. XXVI. *Trouver le nombre de la période dionyſienne pour une année propoſée.* 251
Probl. XXVII. *Connoître les mois de l'année qui ont 31 jours, & ceux qui n'en ont que 30.* 255
Probl. XXVIII. *Trouver le jour de chaque mois auquel le ſoleil entre dans un ſigne du zodiaque.* ibid.
Probl. XXIX. *Trouver le degré du ſigne où le ſoleil ſe rencontre en un jour propoſé de l'année.* 256
Probl. XXX. *Trouver le lieu de la lune dans le zodiaque, en un jour propoſé de l'année.* 258
Probl. XXXI. *Trouver à quel mois de l'année appartient une lunaiſon.* 259
Probl. XXXII. *Connoître les années lunaires qui ſont communes, & celles qui ſont emboliſmiques.* 260
Probl. XXXIII. *Trouver combien de tems la lune doit éclairer pendant une nuit propoſée.* 261
Probl. XXXIV. *Trouver la hauteur du ſoleil, & tracer la ligne méridienne.* 263
Probl. XXXV. *Connoître facilement les calendes, les nones & les ides de chaque mois de l'année.* 265

Probl. XXXVI. *Connoître quel quantieme des calendes, des nones & des ides répond à un certain quantieme d'un mois donné.* 267

Probl. XXXVII. *Le quantieme des calendes, des ides ou des nones, étant donné, trouver quel quantieme du mois doit y répondre.* 268

Probl. XXXVIII. *Trouver la ſituation d'un port.* 269

Probl. XXXIX. *Ayant la ſituation d'un port, l'âge de la lune, trouver l'heure de la pleine mer,* 270

Probl. XL. *Repréſenter le globe terreſtre en plan.* 272

Principes de géographie touchant la maniere dont le ſoleil éclaire la terre, par le R. P. Deſchalles. 277

Probl. XLI. *Trouver la durée du plus grand jour dans une latitude moindre que 66 degrés 30 minutes.* ibid.

Theoreme I. *Le ſoleil éclaire moins de la moitié de la terre par une illumination centrale, & il en éclaire la moitié ſenſiblement.* 279

Theor. II. *Le ſoleil éclaire quinze minutes plus que la moitié de la terre, d'une illumination imparfaite.* 180

Theor. III. *Le ſoleil éclaire par une illumination parfaite quinze minutes moins que la moitié de la terre.* 281

Theor. IV. *Le ſoleil parcourant l'équateur, éclaire les deux poles d'une illumination centrale.* 283

Theor. V. *Un des poles eſt autant dans l'hémiſphere éclairé, & l'autre autant dans la nuit que le ſoleil a de déclinaiſon.* 284

Probl. XLII. *L'heure étant donnée, montrer ſur le globe, ou ſur la carte, le pays auquel le ſoleil eſt perpendiculaire.* 285

PROBL. XLIII. *Montrer ſur le globe tous les pays que le ſoleil éclaire, & qui ont le jour, comme auſſi ceux auxquels il eſt nuit, pour une heure donnée.* 286
THEOR. VI. *Quand le ſoleil eſt dans le plan d'un grand cercle, le bord de l'hémiſphere éclairé paſſe par ſon pole, & le ſoleil étant au pole d'un grand cercle, le bord de l'hémiſphere éclairé eſt la circonférence de ce grand cercle.* 288
PROBL. XLIV. *Déterminer la grandeur de quelque jour que ce ſoit pour chaque latitude.* 289
THEOR. VII. *Les pays ſous un même méridien, qui ont une plus grande latitude du côté du pole apparent, ſont plutôt éclairés en été.* 292
THEOR. VIII. *Quand le ſoleil eſt dans le plan d'un cercle horaire, le bord de l'illumination paſſe par un point de l'équateur, qui en eſt éloigné de ſix heures.* 293
THEOR. IX. *La différence des heures marquées par le bord de l'illumination dans l'équateur, & dans un cercle de latitude, montre combien le ſoleil s'éleve dans cette latitude devant ou après ſix heures.* 294
THEOR. X. *Si on diviſe un cercle de latitude en 24 parties égales, en commençant à quelque pays, le bord de l'illumination du lever y montrera les heures babiloniennes pour le même pays, & celui du coucher les italiennes.* 295
Des étoiles. 296
Des planetes. ibid.
Du ſoleil. 297
PROBL. XLV. *Obſerver une éclipſe de ſoleil.* 300
De mercure. 304
De vénus. ibid.
De la terre. 306

De la lune. ibid

Probl. XLVI. *Obſerver une éclipſe de lune.* 310

De mars. 311

De jupiter. 312

Des ſatellites de jupiter. 313

De ſaturne. 314

Des ſatellites de ſaturne. 315

De l'anneau de ſaturne. 318

Des cometes. 320

Des étoiles fixes. 322

Table des conſtellations. 325

Probl. XLVII. *Dreſſer un thême céleſte.* 329

PROBLEMES DE MECANIQUE.

Probl. I. *Empêcher qu'un corps peſant ne tombe, en lui ajoutant du côté où il tend à tomber, un autre corps plus peſant.* 335

Probl. II. *Faire une boule trompeuſe au jeu de quilles.* 337

Probl. III. *Partager une pomme en deux, quatre, huit, &c. ſans rompre la peau de la pomme.* ibid.

Probl. IV. *Faire en ſorte qu'un homme, ſe tenant droit, il puiſſe avoir la tête & les pieds en haut.* 338

Probl. V. *Par le moyen d'un petit poids & d'une petite balance, mouvoir un autre poids ſi grand que l'on voudra.* ibid.

Probl. VI. *Conſtruire une balance trompeuſe, qui paroiſſe juſte étant vuide, auſſi bien qu'étant chargé de poids inégaux.* 339

Probl. VII. *Conſtruire un nouveau peſon propre à porter dans la poche.* 340

Probl. VIII. *Trouver le poids d'un nombre donné de livres par le moyen de quelques autres poids différens.* 345

Probl IX. *Obſerver les différens changemens*

qui arrivent à la peſanteur de l'air. 348
Conſtruction d'un nouveau barometre, avec la maniere de pouvoir en conſtruire d'autres de telle grandeur que l'on voudra : le tout confirmé par l'expérience de M. Alexandre Fortier. 359
Probl. X. *Connoître par la peſanteur de l'air, celui de deux lieux de la terre qui eſt le plus élevé.* 364
Probl. XI. *Trouver la peſanteur de toute la maſſe de l'air.* 367
Probl. XII. *Trouver par la peſanteur de l'air l'épaiſſeur de ſon orbe, & le diametre de ſa ſphere.* 372
Probl. XIII. *Obſerver les différens changemens qui arrivent à la température de l'air, ſelon ſes degrés de chaleur ou de froidure.* 377
Probl. XIV. *Remplir de vin, ou de quelqu'autre liqueur, un tonneau, par l'ouverture d'en bas.* 383
Probl. XV. *Rompre avec un bâton un autre bâton poſé ſur deux verres, ſans les caſſer.* 384
Probl. XVI. *Vuider toute l'eau contenue dans un vaſe, par le moyen d'un ſiphon.* 385
Probl. XVII. *Un tuyau plein d'eau étant perpendiculaire à l'horiſon, trouver à quelle diſtance l'eau s'écoulera par un trou fait en un point donné de ce tuyau.* 388
Probl. XVIII. *Préparer un vaſe, qui étant rempli de quelque liqueur à une certaine hauteur, la garde, & la perde toute, étant rempli de la même liqueur à une hauteur un peu plus grande.* 389
Probl. XIX. *Conſtruire une lampe propre à porter dans la poche, ſans qu'elle s'eteigne, quand même on la rouleroit par terre.* 391
Probl. XX. *Diſpoſer trois bâtons ſur un plan horiſontal, en ſorte que chacun s'appuie ſur ce plan par l'une de ſes extrêmités, & que l'autre extrê-*

mité demeure élevée en l'air. 392

Probl. XXI. *Faire tourner trois couteaux ſur la pointe d'une aiguille.* 393

Probl. XXII. *Tirer du fond de l'eau un bateau chargé de marchandiſes.* 394

Probl. XXIII. *Faire remonter un bateau de lui-même ſur une riviere rapide.* 395

Probl. XXIV. *Trouver la peſanteur d'un pied cube d'eau.* 396

Probl. XXV. *Conſtruire un caroſſe, dans lequel on ſe puiſſe conduire ſoi-même par-tout où l'on voudra ſans aucuns chevaux.* 397

Probl. XXVI. *Connoître de deux eaux différentes celle qui eſt la plus légere, ſans aucune balance.* 401

Probl. XXVII. *Conſtruire un tonneau contenant trois liqueurs différentes, qui ſe puiſſent tirer par une même broche, ſans qu'elles ſe mêlent.* ibid.

Probl. XXVIII. *Trouver les parties d'un poids que deux perſonnes ſoutiennent par le moyen d'un levier.* 402

Probl. XXIX. *Trouver la force qu'il faut pour lever un poids avec un levier, dont la longueur & le point fixe ſont donnés.* 403

Probl. XXX. *Conſtruire un vaſe qui contienne ſa liqueur étant droit, & la perde toute étant un peu penché.* 404

Probl. XXXI. *Trouver ſans aucune balance la peſanteur d'une piece propoſée de métal ou de pierre.* ibid.

Probl. XXXII. *Trouver la ſolidité d'un corps, dont la peſanteur eſt connue.* 407

Probl. XXXIII. *Un corps plus peſant que l'eau étant donné, trouver à quelle hauteur elle montera dans un vaſe rempli en partie d'eau, lorſqu'on y mettra le corps propoſé.* 408

Probl. XXXIV. *Un corps moins peſant que l'eau étant donné, trouver de combien il ſe doit enfoncer dans la même eau contenue dans un vaſe.* 410
Probl. XXXV. *Connoître ſi une piece douteuſe d'or ou d'argent eſt bonne ou fauſſe.* 411
Probl. XXXVI. *Trouver la charge d'un vaiſſeau ſur la mer, ou ſur une riviere.* 412
Probl. XXXVII. *Faire qu'une livre d'eau peſe davantage, & tant que l'on voudra.* 414
Probl. XXXVIII. *Connoître le vent qui ſouffle dans l'air, ſans ſortir de ſa chambre.* 415
Probl. XXXIX. *Conſtruire une fontaine où l'eau s'écoule & s'arrête alternativement.* 417
Probl. XL. *Conſtruire une fontaine par extraction.* 421
Probl. XLI. *Conſtruire une fontaine par compreſſion.* 422
Probl. XLII. *Conſtruire une fontaine par raréfaction.* 426
Probl. XLIII. *Conſtruire une horloge avec de l'eau.* 428
Probl. XLIV. *Conſtruire une pendule d'eau.* 432
Probl. XLV. *Faire monter une liqueur par le moyen d'une autre liqueur plus peſante.* 437
Probl. XLVI. *De deux vaſes ſemblables, également peſans & pleins de métaux différens, diſcerner l'un d'avec l'autre.* 438
Probl. XLVII. *Meſurer la profondeur de la mer.* 440
Probl. XLVIII. *Deux corps d'une peſanteur ſpécifique plus grande que celle de l'eau étant propoſés, connoître celui dont la ſolidité eſt plus grande.* 441
Probl. XLIX. *Trouver le centre de peſanteur commun à pluſieurs poids ſuſpendus à des points différens d'une balance.* 442

Probl. L. *Conſtruire une machine pour nager.* 445
Probl. LI. *Conſtruire une lanterne qui conſerve la lumiere au fond de l'eau.* 446
Probl. LII. *Conſtruire une horloge à l'uſage de la mer.* 447
Probl. LIII. *Conſtruire une pendule qui conſervera ſur mer une égalité de mouvement dans ſon reſſort & dans ſa ſuſpenſion.* 448
Probl. LIV. *Percer une planche avec un bout de chandelle.* 451
Probl. LV. *Peſer un coup de poing, un coup de marteau, un coup de hache, &c.* ibid.
Probl. LVI. *Faire qu'un bâton ſe tienne droit deſſus le bout du doigt ſans tomber.* 453
Probl. LVII. *Peſer la fumée.* 455
Probl. LVIII. *Faire paſſer un même corps dur & inflexible par deux trous fort différens, dont l'un ſera circulaire, & l'autre triangulaire, ou quadrangulaire, en ſorte qu'il les rempliſſe exactement en paſſant.* ibid.
Probl. LIX. *Faire paſſer un même corps dur par trois ſortes de trous, l'un circulaire, l'autre quarré ou quadrangulaire de telle longueur qu'on voudra, & le troiſieme ovale, en ſorte que ce corps paſſant par ces trois différens trous, les rempliſſe exactement.* 457
Probl. LX. *Conſtruire une lampe excellente qui ſe fourniſſe elle-même ſon huile à meſure qu'elle en a beſoin.* 458
Probl. LXI. *Conſtruire un chandelier, dont on ne ſoit point obligé de moucher la chandelle, & qui donne beaucoup de lumiere.* 460

Fin de la table du tome II.

Remarques ſur les crépuſcules à Paris.

I.

LE ſoleil entrant en ♑, ſa diſtance au méridien au commencement du crepuſcule du matin eſt de 89 d. 8′ 31″, leſquels réduits en tems, font 5 h. 56′ 34″ 4‴. Cela étant, le crépuſcule commence en caper à cinq heures 56′ 34″ 4‴. Cette diſtance ôtée de l'arc ſemi nocturne, qui eſt de 119 d. 47′ 36″, il reſte 30 d. 29′ 5″, leſquels réduits en tems, font 2 h. 2′ 56″ pour la durée du crépuſcule en ♑. Ainſi le ſoleil devroit ſe lever à 7 h. 59′ 10″ 24‴; mais à cauſe de la réfraction, qui avance de 4′ 5″ 36‴ l'heure de ſon lever, cet aſtre ſe leve à 7 h. 55′ 4″ 48‴.

II.

Le ſeleil entrant dans ♈, ſa diſtance au méridien au commencement du crépuſcule du matin eſt de 62 d. 0′ 4″, leſquels réduits en tems, font 4 h. 8′ 0″ 16‴. Cela étant, le crépuſcule du matin en aries commence à quatre heures 8′ 0′ 16‴. Cette diſtance ôtée de l'arc ſemi-nocturne, qui eſt alors de 6 heures ou 90 d. il reſte 27 d. 59′ 56″, leſquels réduits en tems, font 1 h. 51′ 59″ 44‴ pour la durée du crépuſcule en ♈. Ainſi le ſoleil devroit paroître à l'horiſon à 6 heures; mais à cauſe de la réfraction, qui avance ſon lever de 3′ 18″ 32‴, on le voit ſe lever à 5 heures 36′ 41″ 28‴.

III.

Le ſoleil entrant en ♋, le crépuſcule dure toute la nuit, parce que ſous la latitude de Paris (48 d. 50′) la dépreſſion méridienne du ſoleil, qui eſt de 17 d. 41′, eſt moindre que l'arc crépuſculaire, qui eſt de 18 d. L'arc ſemi-diurne vrai eſt de 119 d. 47′ 35″, l'arc ſemi-nocturne eſt de 60 d. 12′ 25″, leſquels réduits en tems font 4 h. 0′ 49″ 40‴, qui eſt la vraie heure à laquelle le ſoleil ſe leve à ſon entrée en cancer; mais la réfraction avance le lever de cet aſtre de 4′ 8″ 12‴

de tems; car elle fait l'arc ſemi-diurne apparent de 120 d. 49′ 38″, qui ſurpaſſe l'arc ſemi-diurne vrai de 1 d. 2′ 3″, comme on le connoîtra en ôtant 119 d. 47′ 55″, de 120 d. 49′ 38″. Ainſi le lever apparent du ſoleil eſt à 3 h. 56′, 41″, 28‴. L'amplitude orientale vraie du ſoleil en cancer eſt de 37 d. 15′ 18″; l'amplitude apparente eſt de 38 d. 24′ 17″.

IV.

Le plus court crépuſcule de l'année arrive au 17e d. 24′ 20″ de ♎, & au 12 d. 35′ 40″ de ♓ (ces deux points de l'écliptique ayant même déclinaiſon auſtrale de 6 d. 50′ 45″) ce qui arrive vers le 11 d'octobre, & vers le 3 de mars; la diſtance du ſoleil méridien au commencement du crépuſcule du matin eſt de 70 d. 23′ 38″, leſquels réduits en tems font 4 h. 41′ 34″ 31‴, qui eſt l'heure que commence le crépuſcule; l'arc ſemi-nocturne eſt de 97 d. 53′ 44″, leſquels réduits en tems font 6 h. 31′ 34″ 56‴, partant ſi on ôte 4 h. 41′ 34″ 32‴, de 6 h. 31′ 34″ 56‴, il reſtera 1 h. 50′ 0″ 24‴ pour la durée du plus court crépuſcule, qui ſera encore raccourci par la réfraction.

V.

Le crépuſcule égal à celui des équinoxes arrive au 6e d. 47′ 48″ du ♏, & au 23e d. 12′ 12″ de ♒ (ces deux points de l'ecliptique ayant même déclinaiſon auſtrale de 13 d. 48″ 32‴) ce qui arrive environ le 30 octobre, & environ le 12 février; la diſtance au méridien au commencement du crépuſcule du matin eſt de 78 d. 19′ 36″, l'arc ſemi-nocturne eſt de 106 d. 17′ 54″; leur différence 27 d. 58′ 18″ étant réduite en tems, donne 1 h. 51′ 53″ 12‴ pour la durée du crépuſcule égal à celui des équinoxes, ou du moins qui n'en eſt différent que de 6″ 32‴, comme on le connoîtra, en ôtant 1 h. 51′ 53″ 12‴, de 1 h. 51′ 59″ 44‴, qui eſt la quantité du crépuſcule équinoctial, déterminée en la II. remarque.

OZANAN
RECREAT
PHISIQUES
TOM 2
N 25

F 174

inches 4 3 2 1 0 | 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 centimeters

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11 (A)	12	13	14	15
L*	39.12	65.43	49.87	44.26	55.56	70.82	63.51	39.92	52.24	97.06	92.02	87.34	82.14	72.06	62.15
a*	13.24	18.11	-4.34	-13.80	9.82	-33.43	34.26	11.81	48.55	-0.40	-0.60	-0.75	-1.06	-1.19	-1.07
b*	15.07	18.72	-22.29	22.85	-24.49	-0.35	59.60	-46.07	18.51	1.13	0.23	0.21	0.43	0.28	0.19
Density →										0.04	0.09	0.15	0.22	0.36	0.51

D50 Illuminant, 2 degree observer

Golden Thread

	16 (M)	17	18 (B)	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
L*	49.25	38.62	28.86	16.19	8.29	3.44	31.41	72.46	72.95	29.37	54.91	43.96	82.74	52.79	50.87
a*	-0.16	-0.18	0.54	-0.05	-0.81	-0.23	20.98	-24.45	16.83	13.06	-38.91	52.00	3.45	50.88	-27.17
b*	0.01	-0.04	0.60	0.73	0.19	0.49	-19.43	55.93	68.80	-49.49	30.77	30.01	81.29	-12.72	-29.46
Density	0.75	0.98	1.24	1.67	2.04	2.42									

Colors by Munsell Color Services Lab

Don Williams